## УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК

## ВОГНУТЫЕ УЛЬТРАЗВУКОВЫЕ ИЗЛУЧАТЕЛИ \*)

## Л. Д. Розенберг

1. В последнее время начинают получать применение различные устройства, предназначенные для получения мощных ультразвуковых пучков. Такие пучки употребляются как для физических и биологических экспериментов, так и для промышленных целей (диспергирование, стерилизация, коагуляция и др.).

Представляет интерес сама методика получения мощных пучков. Вопервых, они могут быть получены методами классической оптики, т. е. при помощи вогнутых зеркал, линз и т. д. 1. Однако такое решение осложняется необходимостью наличия (как и в оптике) мощных «точечных» источников ультразвука, которые пока ещё весьма неудобны в обращении





и поэтому очень мало распространены (например, струйный генератор Хартмана). При пользовании же наиболее распространёнными пьезокварцевыми излучателями мощность, снимаемая с единицы поверхности, обычно бывает ограничена: в воздухе — механической прочностью кварца, а в жидкостях — возникновением кавитации.

Получение большой мощности сводится поэтому к увеличению излучающей поверхности, т. е. к отходу от более выгодной формы точечного источника.

Однако существует другой путь, существенно отличный от оптических методов и основанный на возможности осуществления мощных когерентных первичных «самосветящихся» источников звука. В самом деле, если излучатель (пьезоэлектрический или магнитострикционный) однороден по всей своей поверхности, то все точки его поверхности будут излучать синфазно и форма фронта излучаемой волны вблизи от излучающей поверх-

ности будет соответствовать форме самой поверхности. Придавая последней форму вогнутого участка сферы, можно получить сходящуюся к центру кривизны сферическую волну, т. е. осуществить фокусирование звуковой энергии самим излучателем. При этом поверхность излучателя, а следовательно, и полная его мощность теоретически могут быть сколь угодно велики; пределом является возможность получения однородной кварцевой пластинки большого диаметра.

<sup>\*)</sup> Несмотря на то, что в статье речь идёт о кварцевых излучателях, почти все рассуждения и выводы справедливы и для магнитострикционных излучателей.

Степень концентрации энергии вблизи фокуса зависит, как это будет показано ниже, от соотношения между длиной волны и радиусом кривизны излучателя *f*, с одной стороны, и величиной угла раскрытия излучателя *a<sub>m</sub>* (рис. 1), с другой стороны.

2. Впервые на возможность концентрации ультразвуков при помощи вогнутого кварцевого излучателя указал, повидимому, Грютцмахер<sup>3</sup>. Применяя круглую кварцевую пластинку раднусом 76 мм, отшлифованную в виде участка сферы радиусом f = 100 мм, он получил в масле на частоте 370 кгц (длина волны в масле  $\lambda = 3,5$  мм) увеличение интенсивности звука в центре кривизны по сравнению с интенсивностью у поверхности излучателя в 160 раз.

Если поместить излучатель таким образом, чтобы центр кривизны совпадал со свободной поверхностью масла, можно наблюдать масляный фонтан, возникающий в районе центра кривизны (фокуса) излучателя вследствие большой величины радиационного давления (так называемый звуковой ветер).

Высота этого фонтана является косвенным показателем интенсивности звука в фокусе излучателя. Так, в опытах Грютцмахера высота фонтана достигала 40 см.

Следующее исследование было выполнено С. С. Туманским<sup>3</sup>, который установил, что наличие воздушной подушки, примыкающей к выпуклой стороне кварцевой пластинки, увеличивает высоту фонтана в среднем в 1,7 — 3 раза.

Кроме того, Туманский исследовал зависимость высоты фонтана от напряжения, приложенного к кварцу, для четырёх пластинок различных размеров. Полученные им результаты позволяют установить существенный

факт пропорциональности между высотой фонтана и подводимой к кварцу электрической мощностью.

В самом деле, высота фонтана должна быть пропорциональна величине радиационного давления, которое в свою очередь пропорционально плотности потока звуковой энергии. Так как площадь поперечного сечения фонтана определяется величиной фокального пятна и не зависит, следовательно, от величины давления, то последнее можно считать пропорциональным всей мощности, излучаемой кварцем. Но эта мощность должна быть пропорциональна электрической мощности, подводимой к кварцу, или квадрату напряжения на кварце. Таким образом, можно ожидать квадратичной зависимости между высотой фонтана и напряжением, приложенным к кварцу.

На рис. 2 по оси абсцисс отложено напряжение на кварце, по оси ординат—высота фонтана. Масштабы по обеим осям логарифмические. Прямая линия соответствует пропорциональной зависимости между высотой и квадратом напряжения. Как видно из рис. 2, точки хорошо ложатся вдоль прямой с небольшим разбросом, подтверждая высказанные выше предположения.



Туманскому удавалось получать фонтаны, до 70 см высотой при диаметре кварца 63 мм, фокусном расстоянии 48 мм и частоте 640 кг 4 (длина волны в масле  $\lambda = 2,8$  мм). Через 6 лет, в 1945 г., появилась работа Лабей<sup>4</sup>, в которой описываются результаты сравнительного экспериментального исследования пяти кварцевых пластин новерхностью в 1 кв. м с радиусами кривизны  $f = \infty$ , 25, 8, 7 и 4 см.

Несмотря на большое количество кривых, полученные результаты весьма неясны и даже странны. Повидимому, им не следует доверять.

И. Я. Эльпинер и А. П. Шейнкер<sup>5</sup> для получения эндотоксинов палочки коклюша применяли кварцевую пластинку диаметром 50 *мм* при фокусном расстоянии 100 *мм* на частоте около 600 *кгц*. При введении колбы с жидкостью в масляный фонтан внутри колбы на поверхности жидкости возникал вторичный фонтан высотой в несколько сантиметров.

В течение 1947—1948 гг. в литературе появились сообщения о ряде работ в этой области. Однако сами работы полностью опубликованы не были и судить о них можно лишь по кратким аннотациям соответствующих докладов 6, 7, 8, 9, 10.

Так, Виллард <sup>6</sup> методом диффракции света на ультразвуковых волнах наблюдал картину в фокальной плоскости вогнутой кварцевой пластинки (D = 25 мм, f = 63,5 мм). Диаметры диффракционных колец, как он пишет,

дорошо совпали с обычным расчётом (?), а именно, были  $\lambda \frac{f}{D}$ ;  $2\lambda \frac{f}{D}$ ;  $3\lambda \frac{f}{D}$ п т. д.

Файн<sup>7</sup> псследовал семейство излучателей с поверхностью 4 кв.  $\partial M$ с радиусами кривизны  $f = \infty$ ; 25; 7 и 4 см. Он установил, что активная компонента сопротивления излучения не зависит от радиуса кривизны и что эффективная масса кристалла уменьшается с увеличением кривизны. Непонятным является указание, что фокус •... в соответствяи с предсказанием Виллиамса не всегда совпадает с центром кривизны» (??).

Наиболее интересной является работа Мюллера и Вилларда<sup>8</sup>, которые применяли кристалл, имеющий f = 63,5 мм и D = 28,6 мм на частоте 5 Мгц. Измерения радиационного давления показали, что через площадь кружка Эри, радиус которого составлял  $r_0 = 1,5$  мм, проходило 75% всей излучаемой кварцем энергии (оптический расчёт даёт 86%). Отсюда следует, что при 90 вт подводимой мощности в центре кружка Эри плотность потока звуковой энергии (сила звука) составляла 5 000 вт/см<sup>2</sup> ( $\approx 206 \ doi$ ), что соответствует ускорению 25 · 10 <sup>6</sup>g и амплитуде гидростатического давления 120 атм.

Интересно, что при этом не наблюдалось кавитации, хотя на частоте 25 кгц последняя наступает уже при силе звука 0,5 вт/см<sup>2</sup>.

В работе Вилларда<sup>9</sup> производится учёт того обстоятельства, что по мере увеличения угла а (см. рис. 1) меняется угол между осью кварца и нормалью к его поверхности. К сожалению, ни исходные соображения, ни окончательные результаты в аннотации не приведены.

Наконец, О'Нейл<sup>10</sup> дал приближённый расчёт поля вблизи фокуса в предположении, что нормальные скорости кварца постоянны, что угол раскрытия ( $a_m$ ) мал и что  $D \approx \lambda$ . Отношение интенсивности звука в центре фокального пятна к интенсивности у поверхности излучателя имеет вид (kh)<sup>2</sup>, где  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ , а h — глубина излучателя (см. рис. 1). Расчёт этот даёт удовлетворительное совпадение с экспериментами Мюллера и Вилларда<sup>8</sup>, если учесть, что в действительности нормальные скорости падают от центра кварцевой пластины к её краям.

А. И. Губанов<sup>11</sup>, считая распределение нормальных скоростей по поверхности пластинки постоянным, написал выражение для давления вблизи фокуса в виде интеграла. Для отношения давления в центре фокального пятна к давлению на поверхности излучателя этот интеграл переходит в выражение

$$K_p = \frac{S}{r_1 \lambda}$$

(где S — поверхность излучающего участка сферы, а  $r_1$  — её раднус кривизны), тождественно равное выражению

 $K_n = kf(1 - \cos \alpha_m),$ 

полученному автором настоящего обзора (см.<sup>1</sup>, формула (6,28)).

Губанов обратил внимание на то, что учёт затухания в среде при кварцевой пластинке заданной кривизны приводит к существованию оптимальной частоты, так как с увеличением частоты растёт  $K_p$  и одновременно растут потери при распространении.

Если принять, что затухание в среде происходит по закону

$$e^{-\frac{\alpha' r_1}{\lambda^2}},$$

где r<sub>1</sub> — расстояние от поверхности излучателя до фокуса, то оптимальная длина волны будет

$$\lambda_{opt} = \sqrt{2a'r_1}$$

При этом

$$\frac{a'r_1}{\lambda_{ont}^2} = 0,5,$$

И

т. е. при оптимальной частоте звуковое давление в фокусе уменьшится вследствие затухания на 40%.

 $e^{-0.5} = 0.6$ .

Распределение давления в фокальной плоскости Губанов получил лишь при малых углах раскрытия; в этом случае (как и следовало, впрочем, ожидать) получается хорошо известное классическое распределение. Наконец, приводится выражение для давления на оси, пригодное при любых углах раскрытия, и даётся размер фокального пятна «в глубину», т. е. по оси.

Расстояние от центра фоклльного пятна до нуля давления по оси оказывлется равным (в наших обозначениях)  $\frac{\lambda}{1-\cos \alpha_m}$ . При малых углах раскрытия оно ћереходит в  $2\lambda \frac{f^2}{R^2}$ , где R-радиус зрачка излучателя \*).

3. Как видно из приведённого выше обзора, почти все выполненные расчёты относятся к различным частным случаям и не дают общей картины явлений, не говоря уже о том, что большинство авторов рассчитывает лишь величину давления, тогда как, главным образом, представляют интерес поток энергии через фокальное пятно и пропорциональная ему величина радиационного давления.

Большинство интересующих нас величин может быть получено из общих формул, данных автором настоящего обзора<sup>1</sup>.

Если мы имеем сходящуюся сферическую волну радиуса f (см. рис. 1), то отношения давления и осевой скорости в центре фокального пятна

\*) У Губанова по недосмотру пропущен множитель 2.

к давлению и нормальной скорости на поверхности волнового фронта имеют вид

$$K_p = kf \int_0^{a_m} \Phi(a) \sin a \, da, \tag{1}$$

$$K_v = kf \int_0^{a_m} \Phi(a) \sin a \cos a \, da, \qquad (2)$$

где  $\Phi$  (а) — закон распределения амплитуд по поверхности волнового фронта, а  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ .

Если предположить, что амплитуды (или нормальные скорости) равномерно распределены по поверхности волнового фронта, что может быть реализовано с помощью кварцевой мозаики, расположенной по вогнутой сферической поверхности, то

$$K_p = kf \left(1 - \cos a_m\right), \tag{3}$$

$$K_{v} = kf \frac{\sin^{3} \alpha_{m}}{2} \tag{4}$$

и, соответственно, поток энергии в центре фокального пятна

$$K_{a} = k^{2} f^{2} \frac{\sin^{2} \alpha_{m}}{2} (1 - \cos \alpha_{m}).$$
 (5)

Часто, однако, бывает удобнее сравнивать различные излучатели с одинаковыми радиусами зрачков. Пользуясь ясным из рис. 1 соотношением

$$\sin \alpha_m = \frac{R}{f}$$

выражения (3), (4) и (5) можно переписать в виде

$$K_{p} = kR \frac{1 - \cos \alpha_{m}}{\sin \alpha_{m}}, \qquad (3a)$$

$$K_v = kR \, \frac{\sin \alpha_m}{2}, \tag{4a}$$

$$K_{\mu} = k^3 R^3 \frac{1 - \cos \alpha_{m}}{2}. \tag{5a}$$

Выражение для усиления по давлению, полученное Губановым, как уже указывалось, тождественно (3), а выражение О'Нейла

$$K_{\mu} = k^{2}h^{2} = k^{2}f^{2}(1 - \cos \alpha_{m})^{2}$$

верно лишь для малых углов раскрытия, когда  $\cos \alpha_m \approx 1$ , и можно положить, что выражения (1) и (2) совпадают, а

$$K_{\mathfrak{g}} = K_p^2 = k^2 f^2 \left(1 - \cos \alpha_m\right)^3.$$

Если кварцевая вогнутая пластинка вышлифована из целого куска, и нормальные скорости на поверхности излучателя нельзя считать неизменными, то приведённые выше выражения справедливы лишь при малых углах раскрытия (см. ниже). В частности, это относится к пластинке ( $D = 27 \text{ мм}, f = 63 \text{ мм}, a_m = 11^\circ$ ), с которой работал Виллард <sup>6</sup>. Но для малых углов

стинке (D 21 жж, ) со жж, ст. 11, с ко торой работал Виллард 6. Но для малых углов раскрытия должен быть справедлив классический закон распределения давления в фокальном пятне, т. е. диаметры диффракционных колец должны быть равны <sup>13</sup> 1,22  $\frac{\lambda t}{R}$ ; 2,23  $\frac{\lambda t}{R}$ ; 3,24  $\frac{\lambda t}{R}$ ,

а не $\frac{\lambda t}{R}$ ; 2 $\frac{\lambda t}{R}$ ; 3 $\frac{\lambda t}{R}$ , как это указано у Вилларда.

С увеличением угла раскрытия ко̀льца сжимаются и при  $\alpha_m = \pi/2$  их диаметры становятся равными

Закон распределения давления в этом случае принимает вид  $\frac{\sin kr}{kr}$ .

4. При больших углах раскрытия следует учитывать то обстоятельство, что кварцевая пластинка, вырезанная так, что ось X совпадает

с осью излучателя, колеблется вдоль этой оси, но для излучения существенной является нормальная компонента скорости, которая, как легко видеть из рис. 3, равна  $v_x \cos \alpha$ . Поэтому, если считать, что  $v_x$  неизменна во всех точках, то давление изменяется по поверхности пластинки по закону  $\Phi(\alpha) = \cos \alpha$ .

Подставляя это значение в выражения (1) и (2), получим

$$K_p = kf \frac{\sin^2 \alpha_m}{2}, \tag{6}$$

$$K_v = kf \frac{1 - \cos^3 \alpha_m}{3}, \tag{7}$$

$$K_{a} = k^{2} f^{3} \frac{\sin^{2} \alpha_{m}}{6} \left(1 - \cos^{3} \alpha_{m}\right)$$
(8)

или, переходя к радиусу зрачка излучателя,

$$K_p = kR \frac{\sin \alpha_m}{2}, \tag{6a}$$

$$K_{\boldsymbol{v}} = kR \frac{1 - \cos^3 \alpha_m}{3 \sin \alpha_m}, \tag{7a}$$

$$K_{\alpha} = k^{2} R^{3} \frac{1 - \cos^{3} \alpha_{m}}{6}.$$
 (8a)

В качестве примера просчитаем пластинку № 43 из экспериментов. Туманского<sup>8</sup>:

$$D = 68 \text{ mm}, f = 48 \text{ mm}, \lambda = 2,8 \text{ mm}.$$
  

$$\sin \alpha_m = 0,71, \alpha_m \approx 45^{\circ}.$$

Подставляя эти значения в формулы (6), (7) и (8), получим

$$K_{v} = 27,5, \quad K_{v} = 21,5, \quad K_{u} = 580.$$





Подсчёт же по формуле О'Нейла даёт преувеличенное значение  $K_{\mu} = 750$ .

Что касается закона распределения давлений и скоростей, то он может быть получен из более общих выражений, данных автором настоящего обзора<sup>1</sup>:

$$\frac{p}{p_0} = kf \int_0^m e^{ik\eta \cos \alpha} I_0 (kr \sin \alpha) \Phi(\alpha) \sin \alpha \, d\alpha, \qquad (9)$$

$$\frac{v}{v_0} = kf \int_0^{\alpha_m} e^{ik\eta \cos \alpha} I_0 (kr \sin \alpha) \Phi(\alpha) \sin \alpha \cos \alpha \, d\alpha, \qquad (10)$$

где r и п - цилиндрические координаты рассматриваемой точки, причём



Рис. 4.

 $\eta$  отсчитывается от фокальной плоскости, а r — нормально к оси;  $v_0$  н  $p_0$  — нормальные скорость и давление у повержности излучателя на его оси

В частности, для распределения давлений в фокальной плоскости (n = 0) легко получить из (9) и (6а)

$$\frac{p}{p_{\max}} = \frac{2I_1(kr\sin a_m)}{kr\sin a_m},$$
(11)

где p<sub>тах</sub> — давление в центре фокального пятна. Диаметры диффракционных колец при этом будут

$$1,22\frac{\lambda}{\sin \alpha_m}; 2,23\frac{\lambda}{\sin \alpha_m}; 3,24\frac{\lambda}{\sin \alpha_m}; \cdots$$

Ho, так как sin  $a_m = -\frac{R}{f}$ , эти выражения оказываются точно совпадающими с классическими, полученными для малых углов раскрытия:

$$1,22 \frac{\lambda t}{R}$$
ит.д.

В заключение на рис. 4 изображены зависимости величин  $\frac{K_p}{kR}$ ;  $\frac{K_v}{kR}$ ;  $\frac{K_w}{kR}$ от угла раскрытия для случаев кварцевой мозаики и цельношлифованной кварцевой пластинки. Из кривых видно, что при углах раскрытия, меньших 30---35°, практически оба типа излучателей эквивалентны. При больших же углах заметна существенная разница и, например, при  $a_m = \pi/2 K_p$  отличается в 2 раза, а  $K_u - в$  3 раза. Отсюда ясна целесообразность применения вогнутых кварцевых мозаик, позволяющих рационально использовать большие углы раскрытия. Правда, их изготовление и особенно подгонка представляют большие технические трудности.

## ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Розенберг, Звуковые фокусирующие системы, Изд-во АН СССР, М. — Л., 1949.

2. J. Greutzmacher, Zeits. f. Physik 96, 342 (1935). 3. С. С. Туманский, ЖТФ 7, 2047 (1937). 4. L. W. Labaw, JASA 16, 237, (1945).

5. И. Е. Эльпинер и А. П. Шейнкер, Бюллетень экспериментальной биологии и медицины, № 7, 51 (1946).

6. G. W. Willard, JASA 19, 733 (Å) (1947).

L. Fein, JASA 20, 583 (A) (1948).
 G. F. Müller and G. W. Willard, JASA 20, 589 (A) (1948).
 G. W. Willard, JASA 20, 589 (A) (1948).

10. Н. Т. О'Neil, JASA, 21, 60 (А) (1949). 11. А. И. Губанов, ЖТФ 19, 30 (1949). 12. Дж. В. Стретт (Релей), Волновая теория света, ГТТИ, М. — Л. 1940.