ПРИБОР, ВЫПОЛНЯЮЩИЙ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ

Максу Борну[1,2] принадлежит идея весьма изящного прибора, представляющего собой развитие фотоэлектрического гармонического анализатора, предложенного в 1938 г. Монтгомери[3]. Такой же прибор почти одновременно и, повидимому, независимо был сконструирован Брауном и Литтльтоном[4], причём обе конструкции оказались очень похожими. Речь идёт о приборе, автоматически выполняющим преобразование Фурье для произвольной функции $f(x)$, заданной на конечном интервале, когда эта функция представлена либо графически, либо „фотографически", т. е. изменением плотности почернения фотоплёнки.

Преобразование Фурье для функции $f(x)$ выражается, как известно, соотношением

$$g(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\, e^{-yx} dx, \qquad (1)$$

где $g(y)$ — сопряжённая лапласовская функция. Само преобразование иногда также называется преобразованием Лапласа.

Действительное вычисление интеграла (1) выполняется аналитически лишь в простейших случаях, а графически, при сколько-нибудь сложной функции $f(x)$, связано с большой затратой времени. Описываемый в реферируемых статьях прибор выполняет требуемое преобразование в несколько секунд.

Принцип его работы очень прост и основан на следующем. Интеграл (1) можно разбить на действительную и мнимую части; в первую от e^{-yx} войдёт $\cos yx$, а во вторую $\sin yx$, или $\cos(yx + \frac{\pi}{2})$. Относительно функции $f(x)$ предполагается, что она действительная и задана лишь на конечном интервале (a, b). Для большинства практических случаев последнее обстоятельство не представляет никаких неудобств.

Задача отыскания функции

$$g(y) = h(\cos y) + ik(\sin y)$$

сводится, таким образом, к отысканию двух функций вида

$$\psi(y) = \int_a^b f(x) \cos(yx + \delta)\, dx \qquad (2)$$

при значениях $\delta = 0$ и $\delta = \frac{\pi}{2}$. Эту операцию и выполняет прибор.

Для этого, прежде всего, вычерчивают функцию $f(x)$ в определённом масштабе, и вырезают затем по её контуру транспарант из чёрной бумаги так, что прозрачной остаётся площадь, расположенная ниже контура функции. Изготовленный транспарант (или в случае, когда функция представлена не графически, а фотографически, вариацией плотности, то соответствующий кадр плёнки) помещается перед окошком прибора. Если на окошко направить однородный пучок света, то пропущенный транспарантом (или плёнкой) световой поток будет пропорционален $\int_a^b f(x)\, dx$; пределы интеграции (a, b) определяются, в принятом масштабе, шириной окна. Если же пучок света будет не однородным, а синусоидально изменяющимся по интенсивности вдоль оси x с периодом $\lambda = \frac{2\pi}{y}$, то прошедший световой поток окажется пропорциональным величине интеграла (2) для данного значения y. В действительности приходится учитывать, во-первых, что глубина синусоидальной „модуляции" пучка света не равна 100%, и, во-вторых, что в случае функций $f(x)$, принимающих также и отрицательные значения, транспарант изображает функции $f(x) + \mathrm{const}$, где постоянная равна максимальному отрицательному значению функции. Это приводит к появлению постоянных членов в выражении (2) и, следовательно, непропорциональности проходящего света функции $\psi(y)$. Соответствующую аддитивную постоянную приходится вводить в окончательные показания прибора.

Способом, поясняемым ниже и отличающим описываемый как в [1,2], так и в [4] прибор от первоначальной конструкции Монтгомери, пространственный период λ освещающего пучка может непрерывно изменяться от $\lambda = \lambda_{min}$ ($y = y_{max}$) до $\lambda = \infty$ ($y = 0$). Изменяющийся при этом процессе световой поток за транспарантом и представляет собой (с указанными ограничениями) функцию $\psi(y)$ в её изменении от $\psi(0)$ до $\psi(y_{max})$. Приёмником светового потока служит фотоэлектронный умножитель. Предварительно усиленный фототок умножителя подаётся на вертикальные обкладки катодного осциллографа, на горизонтальные обкладки которого подана соответствующая развёртка времени (в приборе Брауна и Литтльтона подача на осциллограф несколько иная). При достаточно быстром периодическом изменении y луч осциллографа чертит на экране непосредственно график функции $\psi(y)$, который можно сфотографировать и измерить.

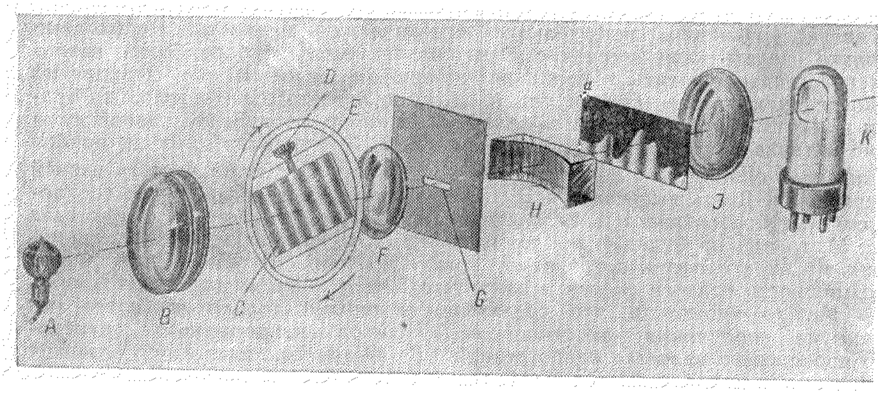

Рисунок поясняет оптическую схему прибора. За источником света A и конденсором B расположен „синус-экран" C, т. е. экран, прозрачность которого изменяется синусоидально в направлении некоторой оси. С помощью установочного винта (D) „синус-экран" может смещаться вдоль этой оси в своей кольцевой оправе E, что позволяет менять угол δ в формуле (2). Кольцо E вращается, причём ось вращения совпадает с оптической осью прибора, проходящей точно через центр узкой щели G, на которую линза F фокусирует изображение „синус-экрана". Вдоль длины щели (ширина которой должна быть $\ll \lambda_{min}$) получается синусоидальное распределение освещённости с пространственным периодом, меняющимся при вращении „синус-экрана" от λ_{min} до ∞. Цилиндрическая линза H даёт в своей фокальной плоскости распределения света в виде вертикальных полос, освещая находящийся здесь транспарант. Полосы периодически сжимаются и расходятся, следуя за вращением „синус-экрана", и в течение каждого полупериода изменение величины светового потока даёт функцию $\phi(y)$.

С помощью линзы J световой поток, прошедший через транспарант, концентрируется на фотоэлемент (фотоумножитель) K, и фототок, как уже указано, подаётся на осциллограф. Благодаря вращательному движению „синус-экрана", график функции $\phi(y)$ на экране осциллографа располагается симметрично по обе стороны от абсциссы $y=0$, т. е. даёт как $\phi(y)$, так и $\phi(-y)$. Для получения на экране линейной оси y развёртка времени должна быть синусоидальной.

В статье [2] приведён ряд фотографий полученных осциллограмм для некоторых простых случаев. Сравнение с данными вычислений даёт вполне удовлетворительный результат. Точность прибора, вероятно, без особого труда можно повысить.

Прибор, построенный Брауном и Литтльтоном [4], отличается от описанного тем, что предназначен для анализа тонфильмов. Фототок здесь управляет не отклонением луча осциллографа, а яркостью пятна на экране. С помощью развёртки пятно растягивается в полоску спектра. При протягивании фильма перед окном прибора этот спектр непрерывно изменяется, и получаемая картина фотографируется на синхронно движущуюся киноплёнку. Таким образом, гармонический анализ некоторого звучания, записанного на плёнку тонфильма, выполняется непрерывно. Такой метод представляет, очевидно, значительную практическую ценность. Необходимо только сделать одно замечание. Если получаемое в приборе Борна разложение следует считать, в принципе, совершенно строгим, ибо функция по определению равна $f(x)$ в (a, b) и нулю вне этого интервала, то Браун и Литтльтон имеют дело с функцией, вообще говоря, не равной нулю вне интервала, вырезаемого окном прибора. Это значит, что их прибор допускает ошибку, тем большую, чем уже окно и чем ниже частота данной гармоники. Здесь выступает известное из теории интеграла Фурье соотношение неопределённостей. Если стремиться расширить окно, т. е. интервал (a, b), то прибор будет более точно передавать истинную картину гармоник, но вместе с тем потеряет в „разрешающей способности", в смысле возможности отнести спектр к какому-то определённому отрезку времени.

Можно упомянуть, что сделанная указанными только что авторами попытка получения акустического спектра непрерывного звукового процесса не является единственной. В частности, аналогичную задачу решает установка, сконструированная в лаборатории компании Белл [5]. Здесь применён принцип гетеродинного гармонического анализатора, а запись не ведётся на плёнку, но непрерывно демонстрируется на небольшом экране. Одним из применений своего метода авторы считают возможность „зрительного слушания": так, глухой, после соответствующего обучения, сможет читать глазами звук, спектр которого проходит перед ним на экране.

Б. Багарядкий

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Max Born, R. Fürth and R. W. Pringle, Nature, 156, 756 (1945).
2. R. Fürth and R. W. Pringle, Phil. Mag., 37, 1 (1946).
3. H. Montgomery, Bell Sist. Techn. Journ., 17, 406 (1938).
4. D. Broun and J. W. Littleton, Nature 160, 709 (1947).
5. Journ. Acoust. Soc. Amer., 18, 1—89 (1946).