

РАЗВИТИЕ СОВРЕМЕННЫХ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ О ПРИРОДЕ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ

М. В. Классен-Неклюдова и Т. А. Конторова

ВВЕДЕНИЕ

За последние двадцать лет в научной литературе появился ряд оригинальных работ, посвящённых теоретическому рассмотрению явления остаточной деформации кристаллических тел. В русской литературе эти вопросы вплоть до последнего времени были освещены очень слабо. В связи с этими представляется интересным дать краткий обзор современных теоретических представлений о пластических свойствах и механизме пластического течения кристаллов.

I ТЕОРИЯ БЕККЕРА

Одна из первых попыток построения последовательной теории пластической деформации и установления количественных закономерностей, управляющих этим явлением, принадлежит Беккеру^{1,2}.

Способность твёрдых тел к пластическому деформированию с точки зрения Беккера может быть объяснена лишь при учёте теплового движения частиц твёрдого тела.

Беккер различает два типа пластичности: «аморфный» тип и «кристаллический». Он отмечает, что за первую разновидность пластичности, наблюдалась у аморфных тел, ответственны перемещения отдельных атомов или молекул — обмен их местами. Никаких более подробных представлений о механизме этого явления в работах Беккера не содержится.

Для осуществления обмена местами пересаживающиеся атомы должны приобрести дополнительную энергию, необходимую для преодоления потенциального барьера, разделяющего два соседних положения равновесия. Эта дополнительная энергия может быть получена за счёт случайных флуктуаций, сопровождающих тепловое движение частиц.

Поведение аморфного тела под действием внешней силы Беккер описывает с помощью релаксационного уравнения Максвелла³

$$\frac{ds}{dt} = G \frac{ds}{dt} - \frac{\sigma}{\theta}, \quad (1)$$

где σ — скальвающее напряжение, s — деформация, θ — время релаксации, G — модуль сдвига. Первый член правой части уравнения характеризует упругую часть деформации, второй член — релаксацию напряжения.

При постоянном значении σ скорость течения определяется соотношением

$$\frac{ds}{dt} = \frac{\sigma}{G\theta}. \quad (2)$$

Она пропорциональна, таким образом, величине действующей силы. Беккер отмечает, что в этом случае материалу может быть приписана определённая вязкость в обычном смысле этого слова. Коэффициент вязкости η согласно уравнению (2) будет равняться

$$\eta = G \cdot \theta. \quad (3)$$

«Аморфная» пластичность Беккера представляет собой, следовательно, не что иное, как обычное вязкое течение.

Беккер отмечает, что, хотя явление обмена местами отдельных атомов имеет место также и в кристаллических телах, не оно, однако, определяет пластические свойства этих тел.

За «кристаллическую» пластичность Беккер считает ответственными также спонтанные флуктуации энергии, сопровождающие тепловые колебания частиц кристаллической решётки. В отличие от случая «аморфной» пластичности пластичность кристаллических тел согласно Беккеру определяется флуктуационными явлениями, охватывающими уже не отдельные атомы, но целые участки кристалла, содержащие достаточно большое число атомов и расположенные в области плоскостей скольжения.

Беккер полагает, что в идеально правильной кристаллической решётке при температуре абсолютного нуля скольжение в некотором определённом кристаллографическом направлении не может иметь места до тех пор, пока компонента приложенного извне усилия, взятая в этом направлении, не достигнет величины теоретического предела упругости σ_0 . В том случае, когда напряжение σ_0 достигнуто, скольжение становится возможным. Однако, по мнению Беккера оно неизбежно должно при этом привести к полному разделению материала вдоль плоскости скольжения: «при температуре абсолютного нуля мы не можем представить себе медленного скольжения вдоль данной плоскости, не сопровождающегося разрывом».

При температурах, отличных от нуля, скольжение в данной кристаллографической плоскости становится возможным также и при значениях внешнего усилия, лежащих значительно ниже теоретической величины предела упругости σ_0 .

Действительно, в некоторый момент времени в результате флуктуаций энергии, сопровождающих тепловое движение частиц решётки, составляющая извне приложенного напряжения, взятая в данном кристаллографическом направлении, может случайно оказаться повышенной до величины σ_0 .

Вероятность P возникновения состояния, характеризующегося некоторой избыточной энергией ΔU , определяется, как известно, соотношением

$$P = \text{const.} \cdot e^{-\frac{\Delta U}{kT}}, \quad (4)$$

где k — постоянная Больцмана.

Дополнительная энергия ΔU , необходимая для начала скольжения, может быть записана как

$$\Delta U = \frac{V(\sigma_0 - \sigma)^2}{2G}, \quad (5)$$

где σ_0 — теоретический предел упругости, σ — компонента внешних сил, действующая в плоскости скольжения и взятая в направлении скольжения, V — объём, охваченный флюктуацией, G — модуль сдвига.

Отсюда

$$P = \text{const.} \cdot e^{-\frac{V(\sigma_0 - \sigma)^2}{2GkT}}. \quad (6)$$

Каждое локальное повышение напряжения σ до величины σ_0 должно согласно Беккеру привести к локальному сдвигу вдоль данной кристаллографической плоскости на некоторый небольшой трезок λ . Беккер полагает, что величина λ не зависит, в среднем, ни от температуры опыта, ни от значения σ .

Скорость пластического течения w будет в таком случае определяться одной лишь вероятностью P спонтанного повышения σ до величины σ_0 . Беккер записывает:

$$w = C \cdot e^{-\frac{V(\sigma_0 - \sigma)^2}{2GkT}}, \quad (7)$$

причём $C = \lambda n$, где λ — удлинение образца, отвечающее отдельному локальному сдвигу, n — число участков кристалла, одновременно участвующих в скольжении (т. е. число областей, в которых имеет место флюктуация напряжения).

Согласно соотношению (7) скорость пластической деформации кристаллических тел должна очень резко зависеть от температуры опыта.

Беккер отмечает, что по имеющимся опытным данным пластичность кристаллов столь резкой температурной зависимости не обнаруживает. Причиной этого обстоятельства он считает наличие упрочнения материала, неизбежно сопровождающего пластическую деформацию и маскирующего влияние температуры.

На рис. 1 изображены приводимые Беккером схематические кривые, иллюстрирующие зависимость удлинения образца от времени для двух различных температур опыта. Беккер отмечает, что при обычных условиях испытания материалов промежутки времени t_1 и t_2 , в течение которых пластическая деформация идет с заметной скоростью, очень малы по сравнению со временем, требующимся для достижения удлинения s . В результате обычно оказывается измеренным лишь конечное значение удлинения Δs , относящееся к той стадии деформации, на которой течение материала практически уже прекратилось и которая, согласно рис. 1, фактически не зависит от температуры. По мнению Беккера для выявления температурной зависимости пластических свойств материала следует изучать процесс пластической деформации на начальной его стадии.

Для непосредственной проверки справедливости соотношения (7) Беккером¹ были поставлены специальные опыты по изучению пластической деформации проволок монокристаллического вольфрама при различных температурах — от комнатной до 100°. Снимались кривые зависимости деформации от времени. Удлинение проволоки регистрировалось с

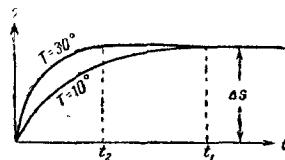


Рис. 1

помощью зеркального прибора, дающего увеличение в 60 раз. Проволока нагревалась электрическим током, температура измерялась по изменению её сопротивления.

В качестве меры температурной зависимости скорости течения ω и её зависимости от напряжения σ Беккер вводит в рассмотрение следующие, удобные для непосредственного измерения, величины:

$$\left. \begin{aligned} f_T &= T \frac{\partial \ln \omega}{\partial T}, \\ f_\sigma &= \sigma \frac{\partial \ln \omega}{\partial \sigma}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Зная f_T и f_σ , с помощью (7) легко определить соотношение между теоретическим значением предела упругости σ_0 и тем значением внешнего скалывающего напряжения σ , которое вызывает на практике появление первых остаточных деформаций, а также вычислить объём V , в котором напряжение σ благодаря тепловым флуктуациям должно быть повышенено до значения σ_0 , для того чтобы мог осуществиться отдельный локальный сдвиг.

Действительно, согласно (7)

$$\left. \begin{aligned} f_T &= \frac{V(\sigma_0 - \sigma)^2}{2GkT}, \\ f_\sigma &= \frac{V\sigma(\sigma_0 - \sigma)}{GkT}, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

откуда

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_0}{\sigma} &= 1 + \frac{2f_T}{f_\sigma}, \\ V &= \frac{f_\sigma^2 G k T}{2\sigma^2 f_T}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Измерения показали, что зависимость скорости пластического течения монокристаллов вольфрама от температуры и напряжения действительно подчиняется формуле Беккера (7).

При этом были получены следующие значения $\frac{\sigma_0}{\sigma}$ и V :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma_0}{\sigma} &= 2,5, \\ V &= 5 \cdot 10^{-20} \text{ см}^3. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

В описываемых опытах σ составляло 96 кг/мм^2 , откуда

$$\sigma_0 = 250 \text{ кг/мм}^2. \quad (12)$$

Беккер отмечает, что теоретическое значение предела упругости σ_0 оказалось величиной одного порядка с прочностью вольфрама на разрыв. Что же касается объёма V , охваченного флуктуациями напряжения, то он весьма мал по сравнению с областью, охватываемой сдвигом, который обусловлен этой флуктуацией — в нём содержится всего лишь несколько тысяч атомов.

Беккер считает, что эти результаты находятся в полном согласии с развитыми им теоретическими представлениями.

Мы уже отмечали, что по мнению Беккера обнаружение температурной зависимости скорости пластической деформации оказывается обычно невозможным ввиду эффекта упрочнения, налагающегося на пластическое течение материала. Причиной затруднения скольжения, приводящего к упрочнению материала, по Беккеру, являются дефекты строения решётки реальных кристаллов. Под дефектами строения он понимает при этом отклонение реальных плоскостей скольжения от идеальных кристаллографических плоскостей, вызванное естественными несовершенствами кристалла и усугубляемое тепловым движением частиц решётки. Снятие упрочнения — заливание решётки — может быть осуществлено путём пересадки отдельных атомов.

Беккер подчёркивает в связи с этим, что в случае кристаллических гелей диффузия играет существенную роль только лишь для процессов отдыха и рекристаллизации, в то время как в случае аморфных тел она лежит также и в основе самого явления пластического течения.

Работы Беккера посвящены, как мы видим, исследованию одного из основных вопросов теории пластичности, касающегося условий возникновения пластической деформации.

Одним из главных недостатков этих работ является, как нам кажется, то обстоятельство, что пластическая деформация оказывается при этом отнесённой к категории чисто термических явлений. Между тем, хорошо известно, что в случае кристаллических тел пластическое течение наблюдается даже в области температур, близких к абсолютному нулю, когда тепловые флуктуации не могут играть сколько-нибудь существенной роли.

Беккер пытается различать «кристаллический» и «аморфный» типы остаточной деформации. Тем не менее, во всей развитой им теории речь идёт по существу лишь о процессе деформации, характерном для чисто аморфных тел. Он отмечает, правда, что за деформацию аморфных веществ ответственны индивидуальные перемещения атомов, за деформацию же кристаллов — смещения целых групп атомов. Механизм распространения деформации и в последнем случае предполагается всё же чисто диффузионным. Соотношение (7), характеризующее, по Беккеру, скорость пластической деформации кристаллов, относится по сути дела к скорости вязкого течения — единственному возможного типа деформации аморфных тел.

При подобной трактовке вопроса о пластической деформации кристаллических веществ кристаллографическая направленность этого процесса остаётся неотмеченной и совершенно непонятной.

Одним из весьма существенных недостатков рассматриваемой теории является также и то обстоятельство, что при количественном её оформлении автор совершенно игнорирует упрочнение, не наблюдающееся, правда, при остаточной деформации аморфных тел, но представляющее собой одну из специфических особенностей пластической деформации кристаллов.

Основной заслугой работ Беккера принято иногда считать то обстоятельство, что в них впервые якобы объяснено расхождение между теоретическим и практическим значениями предела упругости.

Необходимо отметить, что величина σ , фигурирующая в теории Беккера, не имеет ничего общего с так называемым практическим пределом упругости.

Понятие предела упругости в рамки данной теории вообще не укладывается, так как согласно формуле (7) при температурах, отличных от нуля, скорость пластического течения w оказывается отличной от нуля при любых значениях внешнего скальвающего усилия σ , в том числе и при $\sigma = 0$.

К более подробному рассмотрению этого вопроса мы вернёмся в следующем разделе, при обсуждении основных соотношений теории Орована.

II. РАБОТЫ ОРОВАНА

Орован на протяжении ряда лет дополняет и совершенствует теорию Беккера. В одной из первых своих работ⁴ он использует основное соптношение теории Беккера (7), определяющее зависимость скорости пластического течения от температуры, для нахождения температурной зависимости практического предела упругости.

Мы уже отмечали выше, что согласно формуле (7) скорость пластической деформации w оказывается отличной от нуля при любых сколь угодно малых значениях напряжения σ . Доступной экспериментальному наблюдению она становится, однако, лишь начиная с некоторого определённого минимального значения σ .

Орован вводит, в связи с этим, понятие практического предела упругости, понимая под ним то наименьшее значение действующего в плоскости скольжения скальвающего напряжения σ_{\min} , начиная с которого скорость пластического течения w становится удобоизмеримой.

Подлагая в формуле Беккера (7)

$$\sigma = \sigma_{\min}$$

и, соответственно,

$$w = w_{\min},$$

получаем:

$$w_{\min} = C \cdot e^{-\frac{V(\sigma_0 - \sigma_{\min})}{2GkT}}. \quad (13)$$

Отсюда

$$\sigma_{\min} = \sigma_0 - B V T, \quad (14)$$

$$\text{где } B = \sqrt{\frac{2Gk}{V} \ln \frac{C}{w_{\min}}}.$$

Соотношение (14) свидетельствует о том, что практический предел упругости материала должен существенным образом зависеть от температуры опыта, понижаясь по мере её увеличения.

Этот результат находится, как известно, в качественном согласии с опытными данными: чем выше температура кристалла, тем меньше те

значения внешнего усилия, при которых удаётся зарегистрировать нали-
чие пластического течения.

Изучая зависимость критического скальвающего напряжения кри-
сталлов цинка и кадмия от температуры опыта, Орован приходит к за-
ключению, что соотношение (14) хорошо оправдывается, начиная от
температуры плавления вплоть до области низких температур. Численные
значения отношения $\frac{\sigma_0}{\sigma_{\min}}$ оказываются при этом очень близкими к вели-
чине 2,5, полученной ранее Беккером для монокристаллов вольфрама
[см. (11)]:

$$\left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{\min}} \right)_{Zn} = 2,3; \quad \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_{\min}} \right)_{Cd} = 2,4.$$

Орован всецело присоединяется к представлениям Беккера о том, что
тепловые флуктуации энергии частиц, образующих кристаллическую ре-
шёtkу, могут приводить к повышению напряжения в отдельных элемен-
тах кристалла, способствуя тем самым началу пластического течения.

Уже в первой части своей работы⁴ он отмечает, однако, что в слу-
чае реальных кристаллов, при рассмотрении условий возникновения
пластической деформации, наряду с учётом теплового движения частиц
весьма существенную роль должен играть учёт разнообразных дефектов
в строении кристаллической решётки, присутствие которых также
должно, по его мнению, вызвать локальное перенапряжение в кри-
сталле.

К таким дефектам Орован относит не только трещины, дырки и все
прочие возможные пороки материала, но также и различного рода ми-
кроскопические нарушения правильного расположения частиц кристалли-
ческой решётки. Последние возникают, по его мнению, главным образом
в результате пластической деформации, но могут также присутствовать
в кристалле и заранее, до её начала. Ко всем этим порокам кристалла
он применяет общий термин «Kerbstelle».

Для характеристики степени концентрации дополнительных напряже-
ний, обусловливаемых присутствием каждого из дефектов, Орован вво-
дит в рассмотрение специальный коэффициент q (Kerbwirkungsfaktor),
равный отношению истинного значения скальвающего напряжения σ' ,
действующего в области «дефектного места», к среднему значению
скальвающего напряжения σ , обусловленного воздействием внешних сил:

$$q = \frac{\sigma'}{\sigma}. \quad (15)$$

По мысли Орована скольжение должно возникать в участках кри-
сталла, характеризующихся наибольшими значениями величины q , при
условии, если действующее здесь напряжение $\sigma' = q \sigma$ окажется допол-
ненным до теоретической величины предела упругости σ_0 за счёт тепло-
вых флуктуаций.

Скорость пластического течения w определится при этом уже не
формулой (7), но соотношением

$$w = C \cdot e^{-\frac{V(\sigma_0 - \sigma')^2}{2 G T}} = C \cdot e^{-\frac{V(\sigma_0 - q \sigma)^2}{2 G T}} \quad (16)$$

Соответственно этому в формуле (10) вместо σ следует писать теперь σ' или $q\sigma$, а формула (11) перепишется в виде

$$\frac{\sigma_0}{\sigma_*} = \frac{\sigma_0}{q\sigma_{\min}} = 2,5. \quad (17)$$

Подобно многим исследователям Орован утверждает, что между теоретическим пределом упругости σ_0 и его практическим значением должно существовать расхождение того же порядка величины, что и между теоретическим и практическим значениями прочности, т. е. что отношение $\frac{\sigma_0}{\sigma_{\min}}$ должно составлять $10^2 - 10^4$.

Коль скоро тепловые флуктуации способны повышать напряжение σ' всего лишь в несколько раз [см. (17)], для получения требуемого соотношения между σ_0 и σ_{\min} Оровану приходится предположить, что численные значения множителя q могут быть весьма велики — порядка $10^2 - 10^4$.

Температурная зависимость практического предела упругости σ_{\min} при учёте перенапряжений, связанных с пороками строения кристаллов, определится соответственно соотношением

$$\sigma_{\min} = \frac{\sigma_0}{q} - B'V\bar{T}, \quad (18)$$

где

$$B' = \frac{B}{q}.$$

Сопоставляя это соотношение с формулой (16), отвечающей теории Беккера в её исходной форме, интересно отметить, что если по Беккеру при $T=0$ пластическая деформация возможна только при условии $\sigma_{\min} = \sigma_0$, то по Оровану σ_{\min} равно в этом случае

$$\sigma_{\min} = \frac{\sigma_0}{q}. \quad (19)$$

Таким образом, и при температуре абсолютного нуля сохраняется понятие практического предела упругости, отличного от σ_0 вследствие присутствия в кристалле дефектных мест, являющихся очагами перенапряжений и способствующих тем самым возникновению пластического течения.

При температурах, отличных от абсолютного нуля, возникновение пластической деформации обусловливается уже совместным действием как этих дефектных мест, так и флуктуаций напряжения, сопровождающих тепловое движение частиц кристалла. Источником сдвига, по мнению Орована, при этом всякий раз должен являться какой-либо из пороков кристаллической решётки.

В предыдущем разделе мы уже отмечали, что согласно формуле (7) скорость пластической деформации оказывается отличной от нуля даже при $\sigma = 0$, т. е. при полном отсутствии внешних сил. Непригодность основной формулы Беккера в предельном случае $\sigma = 0$ впервые была отмечена Орованом⁵.

Необходимо, правда, упомянуть о том, что в первой и основной работе Беккера¹ эта трудность отсутствует: Беккер предполагает в ней

что размеры отдельного локального сдвига пропорциональны величине самого напряжения σ и, соответственно, определяет скорость пластической деформации формулой

$$w = \text{const.} \cdot \sigma e^{-\frac{V(\sigma_0 - \sigma)^2}{2GkT}},$$

согласно которой, при $\sigma = 0$, w в свою очередь обращается в нуль.

В другой, более поздней работе Беккер², однако, определяет скорость течения формулой (7), которая общеизвестна и в настоящее время как «формула Беккера».

Считая, что физические представления о механизме пластического скольжения не дают никаких оснований для введения величины σ в качестве множителя перед экспоненциальной функцией $e^{-\frac{V(\sigma_0 - \sigma)^2}{2GkT}}$, Орован⁵ пытается усовершенствовать формулу Беккера (7), исходя из нескольких иных предпосылок.

При исследовании вопроса о роли тепловых флуктуаций Беккер ограничивается рассмотрением лишь таких спонтанных флуктуаций напряжения σ , которые приводят к его увеличению, дополняя его до величины теоретического предела упругости, σ_0 .

Орован⁵ отмечает, что помимо таких флуктуаций возможны также флуктуации напряжения противоположного знака, уменьшающие величину σ , в результате которых скольжение может в конце концов возникнуть в направлении, диаметрально противоположном σ .

Если флуктуация напряжения, необходимая для начала скольжения в направлении σ , равна

$$\sigma_0 - q\sigma,$$

то для того, чтобы оказалось возможным скольжение в противоположном направлении, она должна равняться соответственно

$$\Delta\sigma = \sigma_0 - (-q\sigma) = \sigma_0 + q\sigma.$$

Вероятность осуществления такой флуктуации определится выражением

$$\text{const.} \cdot e^{-\frac{V(\sigma_0 + q\sigma)^2}{2GkT}}, \quad (20)$$

а скорость пластической деформации w , при учёте возможности флуктуации напряжения σ как в сторону его увеличения, так и в сторону его уменьшения, запишется соответственно, как

$$w = G \left[e^{-\frac{V(\sigma_0 - q\sigma)^2}{2GkT}} - e^{-\frac{V(\sigma_0 + q\sigma)^2}{2GkT}} \right]. \quad (21)$$

В отличие от формулы (7) это соотношение при $\sigma = 0$ даёт $w = 0$.

Введение нового члена в формулу (7), как это отмечает и сам Орован, имеет только принципиальное значение, так как при обычных условиях опыта он настолько мал по сравнению с первым членом $e^{-\frac{V(\sigma_0 - q\sigma)^2}{2GkT}}$, что практически им можно полностью пренебречь.

Различие между соотношениями (21) и (7) могло бы быть обнаружено только при очень малых напряжениях и очень высоких температурах. Так, например, по подсчётом Орована, в случае цинка и кадмия это различие могло бы стать заметным лишь при температурах, лежащих значительно выше температур плавления этих кристаллов.

Сопоставляя дополнения Орована к работам Беккера с теорией Беккера в её исходной форме, следует, как нам кажется, отметить, что принципиально новым является по существу только одно из них — учёт перенапряжений, связанных с наличием дефектов кристаллической решётки. По мысли Орована эти перенапряжения должны играть значительно более существенную роль, нежели чисто термические флуктуации напряжения.

Если представления, развитые ранее Беккером, в равной степени могут быть отнесены как к идеальным, так и к реальным кристаллам, то, по Оровану, пластические свойства кристалла должны быть выражены тем резче, чем больше в нём содержится различного рода дефектов. Это заключение, как известно, с опытными данными не согласуется.

Что же касается представлений Орована (разделяемых, кстати, и многими другими авторами) о большом численном значении теоретического предела упругости σ_0 , то оно представляется нам совершенно необоснованным. Предел упругости кристаллического материала никогда никем теоретически рассчитан не был. При обсуждении вопроса о его возможном теоретическом значении обычно принято ссыльаться на работу Борна⁶, которая относится, однако, не к пределу упругости, но к прочности кристаллов. Предел упругости не должен, между тем, иметь ничего общего с пределом прочности, так как механизм разрыва и механизм скольжения кристаллов существенно отличны друг от друга.

Остальные, не цитированные нами, работы Орована⁷ не содержат каких-либо принципиально новых положений, в связи с чем мы считаем возможным не останавливаться здесь на их обсуждении.

III. ТЕОРИЯ ТЕЙЛОРА

В теории Тейлора^{8,9} мы встречаем первую попытку создания определённых представлений о механизме распространения пластической деформации в кристаллических телах.

Большинство современных теорий пластичности представляет собой дальнейшее развитие взглядов Тейлора.

В связи с этим мы считаем нужным остановиться здесь на подробном их рассмотрении.

§ 1. Основные предпосылки теории

Теория Тейлора — первая из теорий пластической деформации, опирющаяся с определённой моделью кристаллической решётки. В качестве такой модели она рассматривает плоскую атомную сетку, образуемую линейными цепочками равнотстоящих атомов одного и того же сорта.

Основываясь на экспериментальных данных, Тейлор отмечает, что в кристаллической решётке пластическая деформация может осущест-

еляться лишь в строго определённых кристаллографических плоскостях и направлениях. В рассмотрение причин кристаллографической направленности процесса сдвигообразования он при этом, однако, не вдаётся.

До работ Тейлора обычно считалось, что пластическая деформация кристаллов осуществляется путём смещения части кристалла, целиком, относительно другой его части; смещение это предполагалось происходящим одновременно по всей плоскости скольжения.

Обсуждая вопрос о возможном характере распространения пластической деформации, Тейлор приходит, однако, к заключению, что «скольжение не захватывает всех атомов, расположенных в плоскости скольжения, одновременно, но происходит в ограниченной области, которая перемещается через кристалл за конечный промежуток времени».

Он отмечает, что для осуществления одновременного скольжения вдоль всей плоскости к кристаллу потребовалось бы приложить чрезвычайно большие внешние усилия, а также что при этих условиях не представлялось бы возможным объяснить явление упрочнения на сдвиг. При этом он ссылается на поставленные в своё время в Ленинградском физико-техническом институте¹⁰ опыты по изучению в поляризованном свете пластической деформации каменной соли, свидетельствующие о постепенности распространения сдвига.

Представления Тейлора о конечной скорости распространения процесса пластической деформации в кристалле являются, как нам кажется, весьма ценными. К ним присоединяются также и авторы всех более поздних работ по теории пластичности.

§ 2. Понятие «дислокации»

При рассмотрении вопроса о механизме распространения пластической деформации Тейлор с первых же строк пользуется термином «дислокация».

Не вдаваясь в пояснения, он приводит при этом схему расположения атомов в кристаллической решётке: а) до начала сдвига, б) для некоторой промежуточной стадии его распространения и с) по его окончании (рис. 2).

Из этой схемы следует, что до сдвига атомы были расположены совершенно правильным образом и при распространении сдвига в плоскости скольжения можно было наблюдать разрежение атомов, а по окончании сдвига верхняя часть кристалла оказалась смещённой на постоянную решётку по отношению к нижней части кристалла.

Это и означает по Тейлору, что «через кристалл прошла дислокация».

Необходимо отметить, что понятие дислокации относится прежде всего не к одной только плоскости, в которой осуществляется скольжение, но к целой области, расположенной вблизи этой плоскости и охватывающей слои атомов, лежащие выше и ниже неё.

Тейлор различает «положительную» дислокацию, при которой цепочки атомов, лежащие выше плоскости скольжения, оказываются сжатыми в направлении скольжения, атомные же цепочки, лежащие ниже плоскости скольжения.

жения, — растянутыми (рис. 2, *a*, *b*, *c*), и «отрицательную» дислокацию, представляющую собой зеркальное изображение дислокации положительной (образование «отрицательной» дислокации иллюстрируется рис. 2, *d*, *e*, *f*).

Попытаемся установить, присутствовали ли такие дислокации в кристалле до начала скольжения или же возникли в процессе его распространения?

Рассмотрение приведённой выше схемы свидетельствует о том, что как до начала сдвига, так и по окончании его, никаких дислокаций в решётке нет; атомы располагаются строго правильным образом. Напрашивается заключение о том, что дислокация рождается в процессе скольжения.

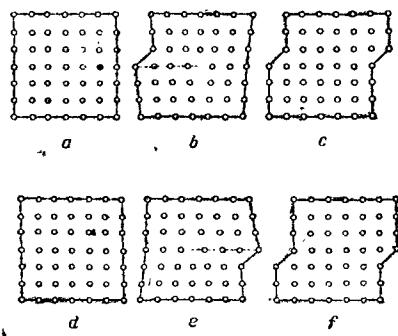


Рис. 2

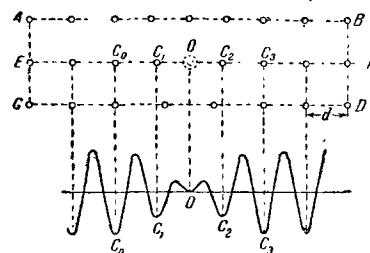


Рис. 3

Далее Тейлор приводит, однако, атомную модель дислокации в отсутствии внешних сил (рис. 3).

Отсюда следует, что дислокация является как будто бы устойчивым образованием, могущим существовать в решётке независимо от действия внешних сил.

В дальнейшем, на протяжении всей своей работы Тейлор оперирует понятием дислокаций, не говоря ни слова о причинах и механизме их возникновения.

Лишь на одной из последних страниц мы находим фразу: «согласно данной теории кристалл одинаково идеален во всех направлениях; можно поэтому предположить, что дислокации возникают на границе или внутри кристалла благодаря тепловому движению».

Всё выше сказанное свидетельствует о том, что «дислокационная» гипотеза Тейлора относится отнюдь не к реальному кристаллу, как это обычно принято считать, но к идеально правильной кристаллической решётке.

Приведённая на рис. 3 «атомная модель» положительной дислокации состоит из трёх линейных цепочек атомов. При этом верхняя цепочка *AB* сжата, нижняя *CD* — растянута, скольжение же осуществляется в средней атомной цепочке *EF*.

Число атомов, приходящееся на некоторый отрезок длины *l* в верхней и нижней цепочках, неодинаково; *N* атомам нижней цепочки отве-

чает ($N+1$) атом верхней цепочки. Дислокация эквивалентна, таким образом, атомному «нонусу».

Под схемой распределения атомов при наличии дислокации на рис. 3 приведён отвечающий этому случаю график зависимости потенциальной энергии атомов средней цепочки C_0, C_1, C_2, C_3 от расстояний между ними.

Потенциальные «ямки» (состояния, характеризующиеся минимальными значениями энергии) отвечают положениям равновесия атомов в кристаллической решётке.

Этот график существенно отличается от графика потенциальной энергии атомов в отсутствии дислокации (рис. 4), а именно: 1) не все атомы находятся здесь в одинаково устойчивых положениях равновесия (глубины потенциальных ямок в области дислокации отличны друг от друга); 2) кроме потенциальных ямок, занятых атомами и отвечающих их устойчивым равновесным положениям, в решётке имеется дополнительная не занятая атомом потенциальная ямка 0, называемая Тейлором «центром дислокации».

§ 3. Поведение дислокаций в кристаллической решётке

Согласно Тейлору пластическая деформация осуществляется путём перемещения дислокаций вдоль определённых кристаллографических плоскостей и направлений.

Тейлор предполагает, что существует некоторая критическая температура T_0 , выше которой дислокация может совершенно свободно перемещаться вдоль плоскости скольжения даже при полном отсутствии внешних сил.

Это перемещение дислокации Тейлор представляет себе следующим образом: «в идеальном кристалле атомы должны оставаться в потенциальных ямках до тех пор, пока не будет достигнута некоторая температура, при которой они могут преодолеть потенциальные барьеры. При этой температуре атом C_0 может перескочить в ямку, занятую C_1 . При более низких температурах атом не будет в состоянии подняться через потенциальный барьер между C_0 и C_1 , но сможет перескочить в ямку, отвечающую центру дислокации... Температуру, при которой один из двух центральных атомов (C_1 либо C_2) может перескочить в вакантную центральную ямку 0, мы назовём T_0 ...» (рис. 3).

Тейлор считает далее, что, освободившаяся при этом потенциальная ямка в свою очередь становится центром дислокации и «соседние атомы сами по себе непрерывным образом переходят в новые положения равновесия».

Перемещаясь вдоль плоскости скольжения, дислокация достигает поверхности кристалла, на которой в результате образуется выступ (рис. 2). При этом одна часть кристалла оказывается смещённой относительно другой его части на расстояние, равное постоянной решётки.

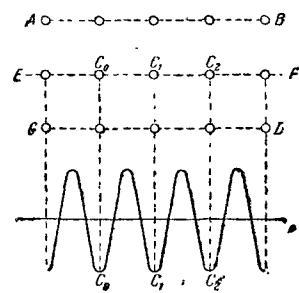


Рис. 4

После ухода дислокации кристаллическая решётка попрежнему остаётся идеально правильной.

Из всего сказанного выше следует, что если бы в кристалле присутствовала всего лишь одна дислокация, то при температурах, лежащих выше T_0 , предел упругости равнялся бы нулю (при температурах, лежащих ниже T_0 , он должен был бы иметь конечное значение).

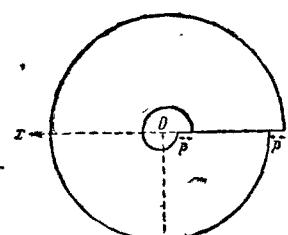
Однако, при наличии в кристалле двух или большего числа дислокаций предел упругости при любой температуре отличен от нуля.

По мнению Тейлора, присутствие дислокаций должно вызвать упругие напряжения в кристалле. При отыскании закона распределения напряжений Тейлор переходит от рассмотрения приведённой выше атомной модели кристаллической решётки к рассмотрению сплошной упругой среды. Считая, что упругие напряжения вблизи «центра дислокации» очень

велики, Тейлор предполагает, что присутствие дислокаций в кристалле эквивалентно наличию полости в непрерывной упругой среде.

В случае распространения положительной дислокации, приводящей к смещению на отрезок d в направлении положительной полуоси x , эта первоначально шарообразная полость деформируется, приобретая вид, изображённый на рис. 5.

Рис. 5



Задача о распределении напряжений вокруг полости подобной формы была решена в своё время Тимпе¹¹. Последний показал, что составляющие напряжения в точке, взятой на достаточно большом расстоянии r от центра плоскости 0 , определяются соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} F_{xx} &= -F_{yy} = -\frac{Gd}{\pi} \frac{y}{r^2}, \\ F_{xy} &= \frac{Gd}{\pi} \frac{x}{r^2}, \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

где G — модуль сдвига. При сдвиге на расстояние d компоненты возникающего напряжения прямо пропорциональны, таким образом, величине самого смещения.

Соотношения (22), найденные Тимпе, Тейлор использует при рассмотрении того случая, когда в кристалле присутствует несколько дислокационных центров одновременно.

Если в кристалле имеются две параллельные друг другу плоскости скольжения (расположенные перпендикулярно оси y) и в одной из них содержится, например, положительный центр дислокации A , а в другой — центр дислокации B , также положительный и смещённый относительно центра A в сторону положительной полуоси x , то согласно соотношениям (22) центр B должен смещаться вправо под влиянием скользящего напряжения, создаваемого центром A (F_{xy} в этом случае положительно).

Два положительных центра дислокаций должны, таким образом, взаимно отталкиваться.

Что же касается двух центров разного знака, то они будут взаимно притягиваться (F_{xy} отрицательно) до тех пор, пока между ними не установится равновесие, отвечающее случаю $x = 0$ (рис. 6). Одновременное существование двух дислокаций разного знака в одной и той же плоскости скольжения оказывается, следовательно, невозможным, так как они взаимно «нейтрализуются».

Законы взаимодействия «центров дислокации» формально сходны, как мы видим, с законами взаимодействия электрических зарядов.

§ 4. Условия возникновения сдвига. Предел упругости

Как мы уже отмечали, согласно Тейлору пластическая деформация осуществляется путём перемещения дислокаций вдоль плоскостей скольжения.

Относительное смещение двух дислокаций разного знака может, однако, стать возможным лишь тогда, когда мы преодолеем силы их взаимного притяжения, т. е. только в том случае, когда к кристаллу будет приложено некоторое конечное усилие. Предел упругости должен быть, соответственно, отличен от нуля.

Если к кристаллу приложено скальвающее напряжение σ , действующее в направлении положительной полусоси x , то согласно соотношению (22) положительная дислокация должна начать перемещаться слева направо вдоль плоскости скольжения, отрицательная же дислокация будет перемещаться в противоположном направлении (рис. 6).

Если в кристалле присутствуют две дислокации противоположного знака, например, положительная A и отрицательная B , то относительное перемещение их будет продолжаться вплоть до установления нового равновесного состояния, определяющегося условием

$$\sigma = \frac{Gdx}{n(x^2 + h^2)}, \quad (23)$$

где h — расстояние между плоскостями скольжения, содержащими дислокацию (рис. 6).

σ приобретает максимальное значение при условии $x = h$, т. е.

$$\sigma_{\max} = \frac{Gd}{2\pi h}. \quad (24)$$

При значениях внешнего напряжения σ , превышающих σ_{\max} , равновесие между дислокациями нарушается и они начинают смещаться друг относительно друга. В результате вдоль плоскости скольжения происходит сдвиг.

Условие возникновения пластической деформации в кристалле, содержащем две разноимённые дислокации, имеет, таким образом, сле-

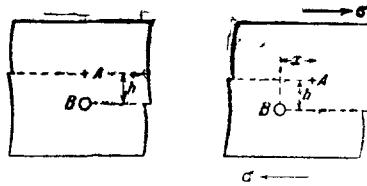


Рис. 6

дующий вид:

$$\sigma \geq \frac{Gd}{2\pi h}. \quad (25)$$

Величина $\frac{Gd}{2\pi h}$ представляет собой, следовательно, не что иное, как предел упругости данного материала.

Численное значение предела упругости оказывается, как мы видим, обратно пропорциональным расстоянию между плоскостями скольжения h . Тейлор отмечает, что в силу этого обстоятельства одновременное сдвигобразование должно иметь место в наиболее удаленных друг от друга плоскостях скольжения.

Тейлор считает возможным одновременное присутствие в кристалле большого числа центров дислокаций. Каждый из таких центров дислокаций возникает благодаря тепловому движению; поэтому места возникновения дислокаций в кристалле расположены совершенно произвольным образом. Распределение же самих дислокаций согласно Тейлору не может оставаться хаотическим благодаря наличию взаимодействия между дислокационными центрами. Это взаимодействие должно, по его мнению, приводить к созданию в кристалле правильной «решетки дислокаций»,

которая, в свою очередь, состоит из вдавинутых друг в друга двух дислокационных решеток; одна из этих решеток содержит только «положительные», другая — только «отрицательные» центры дислокаций.

Подобная решетка изображена на рис. 7.

Приложение к кристаллу внешнего скальзывающего усилия вызывает смещение «положительной» решетки дислокаций относительно «отрицательной» решетки. Подобно тому, как это было сделано выше для случая двух дислокационных центров, Тейлор находит распределение напряжений, возникающих при наличии решетки дислокаций, а также определяет предел упругости, представляющий собой в этом случае максимальное усилие, необходимое для того, чтобы преодолеть силу взаимодействия дислокационных решеток разного знака.

Окончательное выражение, определяющее предел упругости кристалла, имеет в этом случае следующий вид:

$$\sigma \geq \frac{GdF}{b}, \quad (26)$$

где d — постоянная кристаллической решетки, a и b — параметры решетки дислокаций, F — некоторая функция отношения $\frac{a}{b}$.

Смещение положительной решетки дислокаций относительно отрицательной решетки проявляется, как пластический сдвиг.

§ 5. Упрочнение

Согласно соотношению (26) предел упругости кристалла обратно пропорционален параметру решетки дислокаций b . Но последний определяется числом дислокаций, уменьшаясь по мере его увеличения. Отсюда следует,

что предел упругости должен быть тем больше, чем больше число дислокаций в кристалле.

Тейлор полагает, что на начальной стадии деформации: «первые несколько дислокаций могут перемещаться через кристалл под действием бесконечно малого скальзывающего напряжения. По мере деформации число дислокаций будет увеличиваться и среднее значение b будет уменьшаться. В результате сопротивление сдвигу должно возрастать».

В теории Тейлора мы впервые встречаемся с попыткой объяснить явление упрочнения на сдвиг, представляющее собой одну из наиболее характерных черт пластической деформации кристаллических материалов.

§ 6. Связь между напряжением и деформацией

Для того чтобы иметь возможность сопоставить полученные им результаты с опытными данными, Тейлор определяет далее теоретическую зависимость деформации образца от величины приложенного к нему извне скальзывающего напряжения.

Относительное смещение двух параллельных плоскостей скольжения, находящихся на расстоянии h друг от друга, для простейшего случая прямоугольной решётки дислокаций определяется как

$$\delta = \frac{hLd}{ab},$$

где L — общее расстояние, на которое возможно перемещение дислокаций вдоль плоскости скольжения, d — постоянная кристаллической решётки, a — расстояние между соседними центрами дислокаций вдоль плоскости скольжения, b — расстояние между двумя соседними плоскостями скольжения (рис. 6 и 7). Кристаллографический сдвиг s , определяемый как отношение величины δ к расстоянию между плоскостями скольжения h , записывается, таким образом, как

$$s = \frac{Ld}{ab}. \quad (27)$$

С помощью соотношения (26), определяющего предел упругости материала, Тейлор находит теоретическую зависимость s от σ :

$$\frac{\sigma}{GVs} = \sqrt{\frac{ad}{bL}} F, \quad (28)$$

или

$$\frac{\sigma}{GVs} = k \sqrt{\frac{d}{L}}, \quad (29)$$

где k — константа, равная $\sqrt{\frac{a}{b}} F$.

Теория Тейлора приводит к параболической зависимости между величиной деформации и извне приложенным к кристаллу напряжением.

¹⁾ Численное значение k определяется характером расположения дислокационных центров.

Экспериментальные кривые растяжения для кристаллов кубической системы (Al, Cu, Au, Fe) действительно, как известно, могут быть аппроксимированы параболами достаточно точно.

Тейлор отмечает, что закономерность (29) относится лишь к температурам, превышающим критическую температуру T_0 . В случае более низких температур предел упругости должен быть выше на некоторую величину σ_t , равную усилию, необходимому для смещения первой дислокации (при температурах, лежащих выше T_0 , как уже отмечалось, σ_t предполагается равным нулю).

§ 7. Учёт мозаичной структуры кристаллов

Из соотношения (29) следует, что характер связи между деформацией и напряжением зависит от величины L , представляющей собой согласно сказанному выше расстояние, на которое дислокация может свободно перемещаться вдоль плоскости скольжения.

Тейлор отмечает, что L нельзя интерпретировать как толщину кристаллического образца в целом, так как из опыта хорошо известно, что вид кривой растяжения от размеров образца не зависит. В связи с этим он использует представления о мозаичной структуре¹² реальных кристаллов, предполагая, что длина свободного пробега дислокации L определяется не пространственной протяжённостью плоскости сдвига, проходящей через весь кристалл, но линейными размерами блока мозаики. Область стыка двух соседних блоков, по мысли Тейлора, в большинстве случаев оказывается непроницаемой для дислокаций, вследствие чего последние должны тормозиться у границ блоков.

Определяя из экспериментальных кривых растяжения отношение σ к \sqrt{s} и задаваясь величиной k [см. (29)], Тейлор вычисляет значения L для ряда металлов (см. табличку).

Металл	$ L $ в см ($k = 0,2$)
Al	$5,3 \cdot 10^{-4}$
Cu	$2,7 \cdot 10^{-4}$
Au	$4,4 \cdot 10^{-4}$
Fe	$1,7 \cdot 10^{-4}$

Зависеть от температуры кристалла, — по мере повышения температуры границы должны становиться всё более и более «прозрачными» для дислокаций.

Таким путём он получает возможность ввести в рассмотрение не учтённое им ранее влияние температуры на процесс пластического течения.

Следует ожидать, что при высоких температурах L будет превышать расстояние между границами соседних блоков, постепенно приближаясь к нему по мере понижения температуры. Пользуясь экспериментальными данными Боаса и Шмida¹⁶, дающими связь между напряжением и деформацией кристаллов алюминия в интервале температур от -185° до 600° , Тейлор с помощью соотношения (29) вычисляет значения L , отвечающие

различным температурам. Оказывается, что L действительно убывает по мере понижения температуры, меняясь от $4,0 \cdot 10^{-2}$ см при 600° до $1,8 \cdot 10^{-4}$ см при -185° . Расчёт показывает, что в случае Al граница блоков мозаики должна стать почти полностью прозрачной при 480° . Тейлор отмечает, что эта температура близка к температуре рекристаллизации алюминия.

§ 8. Технический предел упругости

При рассмотрении механизма пластической деформации в идеально правильной кристаллической решётке Тейлор, как это было показано в § 4, определяет предел упругости как усилие, необходимое для того, чтобы вызвать относительное смещение двух дислокационных решёток противоположного знака.

Переходя к рассмотрению вопроса о пределе упругости реальных кристаллов, т. е. к определению технического предела упругости, Тейлор отмечает:

1. «Если бы наблюдаемый предел упругости действительно представлял собой скальвающее усилие, необходимое для смещения отдельной дислокации в идеальном кристалле, то следовало бы ожидать резкого изменения предела упругости при изменении температуры»...

Опытные данные свидетельствуют, однако, о том, что при низких температурах предел упругости весьма слабо зависит от температуры.

2. «Наиболее тщательные исследования показывают, что для того, чтобы началась пластическая деформация, необходимо конечное скальвающее усилие... Если центры дислокаций могут двигаться свободно даже в отсутствии скальвающих напряжений (при абсолютном нуле), то существование конечного предела упругости может быть объяснено лишь в предположении, что кристалл уже в своём исходном состоянии не свободен от внутренних напряжений. Существование поверхностей раздела блоков мозаики вызывает возникновение внутренних напряжений в кристалле».

Согласно данной теории эти напряжения препятствуют свободному перемещению дислокаций по кристаллу. Пластическое течение сможет начаться лишь тогда, когда приложенное извне скальвающее напряжение превысит напряжения, существующие в кристалле благодаря его мозаичной структуре.

При вычислении внутренних напряжений, действующих на границах разделов блоков мозаики, Тейлор предполагает, что каждый из блоков обладает идеальной кристаллической структурой, но что кристаллографические оси двух соседних блоков образуют друг с другом некоторый малый угол. Заменяя затем каждый из кристаллических блоков упругим континуумом, Тейлор с помощью соотношений теории упругости вычисляет скальвающие напряжения τ , действующие вблизи границ блоков мозаики.

Величина τ , по мысли Тейлора, и должна представлять собой нижнюю границу предела упругости. Технический предел упругости определяется им, таким образом, как скальвающее напряжение, действующее вдоль

плоскости скольжения и достаточное для преодоления «барьера внутренних напряжений», обусловленного мозаичной структурой кристалла.

Для кристаллов меди τ оказывается равным 45 г/мм^2 , для кристалла алюминия — 260 г/мм^2 .

Тейлор отмечает, что эти цифры весьма близки к экспериментальным значениям предела упругости Cu и Al.

§ 9. Заключение

Теория Тейлора, как мы уже это отмечали в самом начале настоящей главы, представляет собой первую попытку создания определённых представлений о механизме распространения остаточной деформации в кристаллических телах.

Фактически она состоит из двух почти независимых друг от друга частей — теории пластического течения в идеально правильной кристаллической решётке и теории пластической деформации, относящейся к кристаллам, обладающим мозаичной структурой.

Нельзя не отметить ещё раз, что в первом случае автору удаётся: 1) установить теоретическое соотношение между деформацией и напряжением, находящееся в удовлетворительном согласии с опытными данными для некоторых металлов; 2) вычислить предел упругости идеально правильной кристаллической решётки; 3) дать формальное описание явления упрочнения.

Далее, при рассмотрении пластической деформации в реальных кристаллах качественно учтено влияние температуры на вид кривых деформаций и на предел упругости материала и вычислен предел упругости при учёте мозаичной структуры. Численные его значения находятся в согласии с опытными данными для меди и алюминия.

При этом в согласии с опытными данными вся теория в целом построена в предположении конечной скорости распространения пластической деформации в кристалле.

Совершенно очевидно, что теория Тейлора представляет собой большой шаг вперёд по сравнению с теорией Беккера-Орована.

Общим, весьма существенным недостатком работы Тейлора является, однако, её чрезмерная искусственность и громоздкость, а также недоработанность отдельных теоретических положений.

Мы попытаемся проанализировать некоторые из них.

1. Одной из наиболее характерных черт пластической деформации кристаллов является, как известно, кристаллографическая направленность процесса скольжения. Анизотропия пластического течения из теории Тейлора, однако, не вытекает. Тейлор лишь постулирует, что дислокации могут перемещаться вдоль некоторых определённых плоскостей, а также в определённых кристаллографических направлениях.

2. Остаётся открытым весьма важный вопрос о скорости пластического течения. В теории Тейлора не содержится никаких попыток её вычисления, вполне, между тем, возможного в рамках предложенной автором атомной модели дислокаций.

3. Представление Тейлора о существовании критической температуры T_c , ниже которой дислокация в отсутствии внешних сил не может свободно

перемещаться по кристаллу, вызывает крайнее недоумение. Перемещение дислокации в отсутствии внешних сил должно представлять собой обычный диффузионный процесс. Для диффузии никакой критической температуры, как мы знаем, не существует; она идёт с конечной скоростью при любых, отличных от нуля, значениях температуры.

4. Специфическая особенность пластического течения — сопровождающее его упрочнение — по существу остаётся недобъяснённой.

Тейлор предполагает, что упрочнение является следствием постепенного увеличения числа дислокационных центров в процессе деформации. Причина возрастания числа дислокаций остаётся, однако, совершенно неясной и вопрос о физической природе упрочнения поэтому остаётся открытым.

5. Самый способ описания явления упрочнения приводит к противоречиям с одним из ранее выдвинутых основных положений теории. С одной стороны, в процессе пластической деформации дислокации, доходя до поверхности кристалла, должны, как мы знаем, покидать его. С другой стороны, Тейлор утверждает, что число дислокаций в кристалле должно постепенно возрастать и что именно это обстоятельство приводит к упрочнению материала.

6. Существование следов скольжения, как это отмечает и сам Тейлор, несовместимо с представлением о наличии в кристалле решёток дислокаций. Действительно, относительное смещение двух разноимённых дислокационных решёток должно происходить по всему объёму кристалла; оно не может привести к локализованной деформации.

7. Представления Тейлора о пределе упругости не могут быть признаны достаточно чёткими и последовательными.

В самом деле, в случае идеально правильной кристаллической решётки предел упругости при наличии одной лишь дислокации и при температурах, лежащих ниже T_0 , имеет, как мы помним, конечное значение, тогда как при температурах, превышающих T_0 , он равен нулю. Сама температура T_0 по утверждению Тейлора может совпадать с абсолютным нулём, откуда следует, что предел упругости при любых температурах может оказаться равным нулю.

С другой стороны, Тейлор утверждает, что в кристалле присутствуют разноименные решётки дислокаций, относительное смещение которых возможно лишь под действием конечного усилия. Это положение эквивалентно утверждению о конечном значении предела упругости.

При рассмотрении условий пластического течения в реальных кристаллах Тейлор получает затем конечное значение предела упругости, по порядку величины близкое к экспериментальным данным. Но при этом он совершенно игнорирует первоначально данное им определение предела упругости и в процессе вычисления уже ни разу не пользуется представлениями, столь детально развитыми в «дислокационной» теории.

8. Основное предположение теории Тейлора о возможности существования в кристалле решётки дислокаций вызывает, наконец, большие сомнения.

В результате тепловых флуктуаций, сопровождающих колебания частиц вблизи положения равновесия, в отдельных участках решётки могут, ко-

нечно, возникать локальные искажения — «дислокации». Длительное существование таких искажений в кристаллической решётке представляется нам, однако, невозможным. Они неизбежно должны рассасываться под действием той же причины, которая вызвала их появление, т. е. теплового движения частиц.

Тем более неправдоподобным кажется нам утверждение Тейлора о возможности наличия в кристалле целой «решётки дислокаций». Присутствие в кристалле подобной решётки должно было бы, кстати, сообщить кристаллу ряд совершенно специфических свойств, в частности обусловить пониженную электропроводность, аномальный коэффициент диффузии и т. д.

Дислокационная гипотеза Тейлора не укладывается, по нашему мнению, в рамки современных представлений о физических свойствах кристаллических твёрдых тел.

IV. ТЕОРИЯ БРАТЬЕВ БЮРГЕРСОВ

Каждая из рассмотренных выше теорий в отдельности не даёт исчерпывающего описания сложного, многообразного процесса пластического течения кристаллических тел.

Теория Беккера-Орована не содержит по существу каких-либо определённых представлений о механизме пластической деформации в кристаллической решётке. Она опирается, между тем, основными величинами, характеризующими на практике процесс течения, — склонностью деформации и пределом упругости материала.

Теория Тейлора, напротив, предлагает детально разработанный микроскопический механизм процесса распространения пластической деформации, оставляя при этом в стороне вопрос о макроскопической скорости течения кристаллов.

Следующим этапом на пути развития современных представлений о пластической деформации кристаллических тел является попытка братьев Бюргерсов (1935 г.)¹⁷ объединить точки зрения, развитые Беккером и Орованом, с одной стороны, и Тейлором — с другой.

При этом Бюргерсы целиком и полностью принимают представления Тейлора о «дислокационной» природе пластичности, лишь частично дополняя и развивая их.

1. Они отмечают прежде всего, что в работе Тейлора отсутствуют чёткие представления о причинах зарождения дислокаций в кристаллической решётке.

Пытаясь внести ясность в этот вопрос, Бюргерсы используют представления о структуре и характере деформации реальных кристаллов, развитые в своё время Орованом, а также Смекалем¹⁸. Вместе со Смекалем они полагают, что «в каждом кристалле существует система пороков строения («Lockstellen»)».

Подобно Оровану они считают, что благодаря тепловым флуктуациям при соответствующей степени концентрации напряжений в области этих пороков могут возникнуть локальные сдвиги («скачки»). Частоту появления таких скачков они определяют формулой Беккера-Орована:

$$\gamma = C \cdot e^{-\frac{V(\sigma_0 - \sigma)}{2GkT}}, \quad (30)$$

где C — константа, а все остальные обозначения имеют прежний смысл [см. (16)].

Именно эти локальные сдвиги и влекут за собой, по мысли Бюргерсов, образование тейлоровских дислокаций. В дальнейшем дислокации ведут себя в полном согласии с теорией Тейлора: «Образовавшиеся дислокации движутся по кристаллической решётке до тех пор, пока они не будут остановлены каким-либо пороком, который окажется для них непрозрачным...».

Для определения предела упругости Бюргерсы используют соотношение Орована:

$$\sigma_{\min} = \frac{\sigma_0}{q} - B \sqrt{T}$$

[см. (18)], давая этой величине несколько иную физическую интерпретацию. Предел упругости рассматривается ими как предельное напряжение, ниже которого «образование дислокаций происходит со столь малой скоростью, что деформация кристалла остаётся недоступной для практического наблюдения. При напряжениях, превышающих σ_{\min} , скорость пластического течения приобретает заметную величину».

Бюргерсы развивают тем самым высказанное Тейлором лишь вскользь утверждение, согласно которому «дислокации возникают благодаря тепловому движению», прибегая для этой цели к помощи флюктуационной теории Беккера-Орована.

2. Согласно теории Тейлора дислокации должны, как мы помним, располагаться в кристаллической решётке более или менее правильным образом. У Тейлора это положение остаётся, однако, необоснованным. Бюргерсы отмечают, что эта трудность может быть разрешена, если принять, в согласии со Смекалем, что пороки строения, (а следовательно, и возникающие вблизи их дислокаций) распределяются в кристаллической решётке правильным образом вдоль некоторых определённых кристаллографических плоскостей.

3. Упрочнение, представляющее собой одну из наиболее характерных особенностей пластического течения кристаллических тел, теорией Беккера-Орована, как мы это уже неоднократно отмечали, количественно совершенно не учитывается.

По Тейлору упрочнение в реальных кристаллах является следствием торможения дислокаций на границах блоков мозаики.

Бюргерсы предлагают новый способ описания явления упрочнения. Они отмечают, что каждая остановившаяся дислокация должна (как это непосредственно вытекает из теории Тейлора) создавать вокруг себя внутренние напряжения. При наличии достаточно большого числа затормозившихся дислокаций в решётке создаётся «внутреннее» поле напряжений. Авторы показывают, что это поле будет противодействовать извне приложенному скалывающему усилию. В результате: «вероятность создания достаточной концентрации напряжений в области пороков строения уменьшится, образование новых дислокаций в следующие моменты времени будет происходить с замедленной скоростью, вследствие чего уменьшится и скорость самой деформации».

Упрочнение с этой новой точки зрения обусловлено, таким образом не только торможением уже существующих дислокаций, но и уменьшением скорости образования новых дислокаций.

Бюргерсы подчёркивают, что именно последнее обстоятельство играет наименее существенную роль. В том случае, когда число затормозившихся дислокаций достигает такого значения, что напряжение противодействующего внутреннего поля τ почти полностью компенсирует внешнее усилие σ , возникновение новых дислокаций практически почти полностью прекращается.

Эти соображения о природе упрочнения Бюргерсы используют далее, при количественном определении скорости пластической деформации, предела упругости материала и соотношений между напряжением и деформацией.

Скорость деформации они выражают обычной формулой Беккера, заменяя лишь в ней внешнее скальвающее напряжение σ разностью ($\sigma - \tau$), где τ — напряжение «внутреннего» поля. Согласно Тейлору напряжение, создаваемое дислокациями, определяется формулой вида [см. (24)]:

$$\sigma = \frac{C_0 G d}{h},$$

или же

$$\sigma = C_0 G d \sqrt{N_0}, \quad (31)$$

где N — число дислокационных пар, приходящееся на единицу площади¹⁾.

Бюргерсы полагают, что напряжение внутреннего поля τ может быть определено аналогичным образом:

$$\tau = C \cdot G d \sqrt{N}, \quad (32)$$

где N — число затормозившихся дислокаций, C — константа (в общем случае отличная от константы C_0).

Скорость появления новых дислокаций авторы определяют выражением

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \text{const.} \cdot e^{-\frac{V[\tau_0 - q(\sigma - CGd\sqrt{N})]^2}{2GkT}}. \quad (33)$$

Скорость пластического течения

$$w = \frac{ds}{dt},$$

где s — кристаллографический сдвиг, Бюргерсы находят на основании следующих простых соображений.

По Тейлору [см. (27)]

$$s = \frac{Ld}{ab},$$

где d — постоянная решётки, L — длина свободного пробега дислокации, a и b — параметры решётки дислокаций.

¹⁾ Наименьшее расстояние между двумя соседними дислокациями примерно обратно пропорционально квадратному корню из числа дислокаций.

Если N — число дислокаций на 1 см^2 , то общий кристаллографический сдвиг

$$s = dN. \quad (34)$$

Отсюда скорость пластической деформации

$$w = Ld \frac{\partial N}{\partial t} = \text{const.} \cdot d \cdot L \cdot e^{-\frac{V[\sigma_0 - q(\sigma - CGd\sqrt{N})]^2}{2CGd}} \quad (35)$$

или же, если мы вторично воспользуемся пропорциональностью между s и N :

$$w = \text{const.} \cdot d \cdot L \cdot e^{-\frac{V \left[\sigma_0 - q \left(\sigma - CG \sqrt{\frac{ds}{L}} \right) \right]^2}{2GkT}}. \quad (36)$$

Согласно этому соотношению скорость пластического течения убывает по мере возрастания деформации s ; оно определяет, следовательно, скорость пластической деформации с учётом эффекта упрочнения.

Предел упругости Бюргерса находят с помощью тех же соображений, что и Орован, определяя его как то минимальное значение напряжения σ_{\min} , при котором скорость пластического течения w приобретает значение w_{\min} , доступное измерению.

На основании (36)

$$w_{\min} = \text{const.} \cdot L \cdot d \cdot e^{-\frac{V \left[\sigma_0 - q \left(\sigma_{\min} - CG \sqrt{\frac{sd}{L}} \right) \right]^2}{2GkT}}, \quad (37)$$

откуда

$$\sigma_{\min} = \frac{1}{q} \left\{ \sigma_0 - \sqrt{\frac{2GkT}{V} \ln \frac{\text{const.} L d}{w_{\min}}} \right\} + CG \sqrt{\frac{d}{L} s},$$

или же

$$\sigma_{\min} = \frac{\sigma_0}{q} - BV\bar{T} + CG \sqrt{\frac{d}{L} s}. \quad (38)$$

Это выражение для предела упругости отличается от соответствующего выражения теории Орована тем, что помимо двух первых членов, характеризующих влияние пороков (фактор q) и влияния температуры, оно содержит один дополнительный член, учитывающий упрочнение кристалла.

При данном постоянном значении температуры связь между напряжением и деформацией оказывается параболической, как и в теории Тейлора:

$$\sigma_{\min} = \text{const.} \sqrt{s} + (\sigma_{\min})_0.$$

Ось этой параболы смешена, однако, на величину $(\sigma_{\min})_0$ относительно оси s .

Нельзя не признать, что в теории Бюргерсов весьма удачным образом сочетаются наиболее положительные элементы всех предшествующих теорий пластической деформации. Но по сути дела она не содержит каких-либо принципиально новых идей и представлений. Скорость пласти-

ского течения определяется, как мы видели, методом Беккера, предел упругости — методом Орована, микроскопическая же картина распространения процесса деформации целиком заимствована у Тейлора.

В результате недостатки, присущие каждой из этих теорий в отдельности, оказываются частично устранимыми.

Теория Бюргерсов — первая теория пластичности, определяющая одновременно скорость деформации, предел упругости и его температурную зависимость, а также характер связи между напряжением и деформацией. Все эти величины найдены при этом с учётом эффекта упрочнения.

В теории Бюргерсов автоматически сохранились, однако, основные недочёты всех предшествовавших теорий. И здесь пластическая деформация оказывается отнесённой к разряду чисто термических явлений, что, как мы знаем, не отвечает опытным данным (низкотемпературная пластичность). Попрежнему совершенно не учтена специфическая черта пластического течения кристаллов — его анизотропия и кристаллографическая направленность. Остаются в силе также и почти все упрёки, предъявленные нами в своё время дислокационной теории Тейлора.

Что же касается предлагаемого Бюргерсами флюктуационного механизма зарождения дислокаций, то он представляется нам мало правдоподобным. Трудно представить себе, чтобы в результате тепловой флюктуации могла образоваться дислокация в том смысле, как её понимает Тейлор.

Тепловая флюктуация может вызвать лишь случайные перемещения отдельных атомов, практически не нарушающие правильности структуры кристаллической решётки. Флюктуационные явления не могут, как нам кажется, привести к одновременному растяжению или сжатию нескольких цепочек атомов (см. III, § 2).

Дислокационная теория Тейлора в первой своей части относилась, как мы помним, к идеально правильной кристаллической решётке. В отличие от Тейлора Бюргерсы предполагают, что дислокаций могут рождаться только вблизи пороков строения кристалла. Согласно Бюргерсам пластическая деформация оказывается тем самым отнесённой к числу свойств, присущих только реальным кристаллам. С этой точки зрения наиболее пластичными должны были бы являться кристаллы, структура которых наиболее резко отклоняется от правильной. Это заключение противоречит, однако, опытным данным.

С другой стороны, присутствие пороков строения является, по Бюргерсам, одновременно также и причиной торможения дислокаций, приводящего к созданию внутреннего поля и обусловливающего упрочнение материала. Отсюда, как это отмечают и сами Бюргерсы, следует, что кристалл тем пластичнее, чем меньше в нём содержится пороков строения. Это положение противоречит заключению, сделанному выше, но находится, как мы знаем, в согласии с опытными данными.

V. РАБОТА КОХЕНДОРФЕРА

В недавно появившейся статье Кохендорфера (1938 г.)¹⁹ представления Бюргерсов о механизме пластической деформации в реальных кристаллах получили дальнейшее развитие.

Вместе со своими предшественниками Кохендорфер полагает, что в основе пластического течения лежит перемещение дислокаций вдоль плоскостей скольжения внутри идеально правильных блоков мозаики. При этом, как и в теории Бюргерсов, предполагается, что дислокация возникает на границе блока и «путешествует» по кристаллической решётке блока до тех пор, пока не затормозится при встрече с новой его границей.

В предыдущем разделе мы уже говорили о том, что по мысли Бюргерсов остановившиеся дислокации создают внутреннее поле напряжений, наличие которого обусловливает упрочнение кристалла.

У Кохендорфера мы встречаем попытку введения в основные соотношения теории Бюргерсов новых членов, характеризующих явления отыска (разупрочнения) материала.

Учёт эффекта разупрочнения и составляет по существу основное содержание работы Кохендорфера.

Тейлором и Бюргерсами было, как мы помним, введено представление о том, что границы блоков мозаики в зависимости от условий опыта могут оказаться в большей или меньшей степени «прозрачными» для дислокаций.

Вопрос о причинах и механизме торможения дислокаций на границах блоков оставался при этом, однако, открытым.

Кохендорфер отмечает, что границы блоков мозаики должны отличаться от внутренней части блока прежде всего в энергетическом отношении и что именно с этой точки зрения следует подходить к выяснению причин торможения дислокаций. Он предполагает при этом, что блоки мозаики можно трактовать, как совершенно независимые друг от друга в том смысле, что в каждом из блоков перемещение дислокаций и выход их на поверхность блока происходит независимо от присутствия соседних блоков. Иначе говоря, по Кохендорферу каждый блок мозаики представляет собой монокристалл, обладающий свободной поверхностью.

При рассмотрении условий образования дислокации на такой свободной поверхности Кохендорфер использует соотношение теории Бюргерсов (35), определяющее скорость образования дислокаций. Записывая его в форме

$$\left. \begin{aligned} \frac{dN_1}{dt} &= A_1 e^{-\frac{U_1}{kT} \left(1 - \frac{\sigma - \sigma_0}{\sigma_0}\right)^2}, \\ U_1 &= \frac{V\sigma_0^2}{2G}, \quad \sigma' = \frac{\sigma_0}{q}, \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

где

он отмечает, что U_1 представляет собой энергию активации, которая потребовалась бы для образования дислокаций в отсутствии как внешних, так и внутренних напряжений.

Произведение $U_1 \left(1 - \frac{\sigma - \sigma_0}{\sigma_0}\right)^2$ определяет энергию активации, необходимую для образования дислокации при наличии внешнего скальзыва-

щего напряжения σ , а также внутреннего поля напряжения τ . Эта энергия активации во всех случаях доставляется тепловыми флюктуациями, сопровождающими колебания частиц кристалла.

Основываясь на предположении о взаимной независимости блоков мозаики, Кохендорфер записывает энергию образования дислокации U_1 , как сумму двух членов:

$$U_1 = U'_1 + \Delta U, \quad (40)$$

где член ΔU обусловлен существованием свободной поверхности блока (поверхностная энергия дислокации).

Переход образовавшейся дислокации внутрь блока должен сопровождаться высвобождением части U'_2 энергии U'_1 .

В результате внутри блока дислокация будет обладать энергией E , равной

$$E = U'_1 - U'_2. \quad (41)$$

Далее, под действием внешнего скальвающего напряжения дислокация «путешествует» по блоку до встречи со следующей его границей. Здесь она может приобрести дополнительную энергию, необходимую ей для выхода на новую поверхность блока и равную

$$\left. \begin{aligned} & U_2 - U_2 p_2^2, \\ & \text{где } \\ & p_2^2 = \left(1 - \frac{\sigma - \tau}{\sigma''} \right)^2. \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

Энергия U_2 согласно Кохендорферу приближенно равняется энергии U'_2 .

Множитель p_2^2 характеризует наличие границы раздела между блоками (напомним, что τ — напряжение внутреннего поля, созданного дислокациями, уже вышедшими на поверхность данного блока).

Дислокация, проникшая на поверхность блока, с точки зрения Кохендорфера оказывается «связанной» (заторможённой). При этом она остаётся в связанном состоянии до тех пор, пока за счёт тепловых флюктуаций не получит случайно энергию $U_2 p_2^2$, недостающую ей до энергии U_2 . Начиная с этого момента, дислокация перестаёт быть связанный и приобретает способность к дальнейшему перемещению.

U_2 представляет собой, таким образом, энергию активации, необходимую для освобождения затормозившейся дислокации в кристалле, лишенном напряжений.

Этот процесс «освобождения», обусловливаемый одними лишь тепловыми флюктуациями, и лежит, по мнению Кохендорфера, в основном эффекте разупрочнения или отдыха материала.

Сущность разупрочнения заключается согласно Кохендорферу в том, что «освобождение» дислокаций приводит к уменьшению напряжения внутреннего поля τ , характеризующего степень упрочнения материала.

Длительность пребывания дислокации в «связанном» состоянии $t_{\text{связ}}$ обратнопропорциональна вероятности ее освобождения:

$$t_{\text{связ}} \sim \frac{1}{\frac{U_2 e^2}{kT}}.$$

Скорость «освобождения» дислокаций $\frac{dN_2}{dt}$, т. е. скорость разупрочнения, Кохендорфер определяет соотношением, аналогичным формуле (39), характеризующей, по Бюргерсам, скорость рождения дислокаций:

$$\frac{dN_2}{dt} = A_2 e^{-\frac{U_2}{kT} \left(1 - \frac{\sigma - \tau}{\sigma'}\right)^2}. \quad (43)$$

Из опыта известно, что упрочнение материала в каждый данный момент времени определяется не только скоростью пластического течения и степенью деформации, но также и величиной предшествующего упрочнения.

На основании изложенных выше представлений о механизме упрочнения и разупрочнения Кохендорфер определяет характер зависимости упрочнения τ от всех параметров, характеризующих условия опыта. С этой целью он использует предположение Тейлора и Бюргерсов о прямой пропорциональности между числом N связанных дислокаций и квадратом величины τ . Для некоторого момента времени t

$$\tau = C \cdot G d \sqrt{N},$$

где d — постоянная решётки, G — модуль сдвига [см. (32)].

Если за время dt образуется dN_1 дислокаций, а «освобождается» из связанного состояния dN_2 дислокаций, то значение τ в момент времени $t + dt$ может быть записано в виде

$$\tau + d\tau = C \cdot G d \sqrt{N + dN_1 - dN_2}. \quad (44)$$

Подставляя значения $\frac{dN_1}{dt}$ и $\frac{dN_2}{dt}$ [см. (39) и (43)], получаем:

$$2\tau \frac{d\tau}{dt} = 2G^2 d^2 \left\{ A_1 e^{-\frac{U_1}{kT} \left(1 - \frac{\sigma - \tau}{\sigma'}\right)^2} - A_2 e^{-\frac{U_2}{kT} \left(1 - \frac{\sigma - \tau}{\sigma''}\right)^2} \right\}. \quad (45)$$

С помощью соотношения (35) теории Бюргерсов, определяющего скорость пластического течения, Кохендорфер выражает τ через скорость пластической деформации w и температуру опыта T :

$$\sigma - \tau = \sigma' \left\{ 1 - \sqrt{\frac{k}{U_1} \ln \left(\frac{A_1 L d}{w} \right)} \sqrt{T} \right\}. \quad (46)$$

Воспользовавшись этим выражением, он получает уравнение

$$2 \frac{d\tau}{dt} = \frac{C^2 G^2 d}{L} \{ w - A_2 d L e^{-\varphi(w, T)} \}, \quad (47)$$

где

$$\varphi(w, T) = \left(1 - \frac{\sigma'}{\sigma''}\right) \frac{U_2}{kT} + 2 \left(1 - \frac{\sigma'}{\sigma''}\right) \sqrt{\ln \frac{A_1 L d}{w}} \frac{\frac{U_2}{k}}{\sqrt{U_1}} + \\ + \frac{U_2}{U_1} \left(\frac{\sigma'}{\sigma''}\right)^2 \ln \frac{A_1 L d}{w}.$$

Уравнение (47) содержит также и член, отвечающий разупрочнению материала. Ход кривых упрочнения при данных условиях опыта определяется, тем самым, соотношением между скоростями упрочнения и отдыха.

Интегрируя уравнение (47) при начальных условиях, отвечающих недеформированному и неупрочненному кристаллу, т. е. полагая, что при

$$t=0, \tau=0 \text{ и } s=0, \quad (48)$$

и используя определение скорости деформации $\omega = \frac{ds}{dt}$ (где s — кристаллографический сдвиг), Кохендорфер получает:

$$\frac{\tau^2}{s} = \frac{C^2 G^2 d}{L} \left(1 - \frac{A_2 L d}{w} e^{-\varphi(w, T)}\right). \quad (49)$$

Внешнее скальвающее напряжение σ может быть записано, как

$$\sigma = \sigma_{\min} + \tau. \quad (50)$$

Отсюда следует, что уравнение (49) при данных постоянных значениях w и T приводит к параболической зависимости деформации s от напряжения σ .

Этот результат не является, однако, неожиданным, так как самый вывод уравнения (49) основан на предположении Тейлора о прямой пропорциональности между τ и \sqrt{N} , которая и привела в своё время Тейлора к параболическому соотношению между s и σ .

Уравнение (49) Кохендорфер использует для нахождения зависимости упрочнения от температуры опыта и скорости деформации. При постоянном значении скорости деформаций w получаем:

$$\frac{\tau^2}{s} = A [1 - Be^{-\left(\frac{C}{\tau} + \frac{D}{\sqrt{\tau}}\right)}], \quad (51)$$

тогда как при постоянном T

$$\frac{\tau^2}{s} = A \left[1 - \frac{B'}{w^{C'}} e^{-D' \sqrt{\ln \frac{A_1 L d}{w}}} \right]. \quad (52)$$

Теоретическое значение входящих в эти уравнения констант A , B , C , D , B' , C' и D' может быть найдено из уравнений (47) и (49).

Предел упругости и характер его зависимости от температуры Кохендорфер определяет тем же методом, что Орован и Бюргерсы.

Для недеформированного кристалла, т. е. при условиях (48), соотношение (46) даёт для начального значения скальвающего напряжения¹

$$\sigma_{\min} = \sigma' \left\{1 - \sqrt{\frac{k}{U_1} \ln \frac{A_1 L d}{w_{\min}}} V T\right\}. \quad (53)$$

Это уравнение определяет критическое значение скальвующего напряжения σ_{\min} , необходимое для того, чтобы уже на начальных стадиях деформации скорость деформации ω имела некоторую определённую величину w_{\min} . Величина внешнего скальвующего напряжения для последующих моментов времени определяется формулой (50).

В заключение Кохендорфер сопоставляет соотношения (51) и (52) с экспериментальными данными о ходе кривых упрочнения некоторых кристаллов при разных условиях опыта.

С этой целью он прежде всего использует результаты опытов Боаса и Шмидта¹⁶, изучавших деформацию Al и Cd при разных температурах. Для Al Боасом и Шмидтом было, как мы помним, установлено параболическое соотношение между деформацией и напряжением. Кохендорфер показывает, что по данным Боаса и Шмита зависимость $\frac{\tau^2}{s}$ от температуры может быть удовлетворительно описана соотношением типа (51).

Сравнивая экспериментальное и теоретическое значение коэффициента A в формуле (51), Кохендорфер вычисляет длину свободного пробега дислокации L . Последняя оказывается при этом порядка 10^{-5} см.

Для кристаллов гексагональной системы, в частности для кадмия, соотношение между деформацией и напряжением является, однако, не параболическим, но прямолинейным, в связи с чем, как это отмечает и сам Кохендорфер, уравнения (51) и (52) в этом случае применены быть не могут.

Далее, Кохендорфер пытается подвергнуть экспериментальной проверке соотношение (52), дающее связь между скоростью деформации и упрочнением.

Предполагая, что коэффициенты A , B , C и D в уравнении (51) имеют одну и ту же численную величину для всех металлов, автор использует экспериментальное значение этих коэффициентов, полученное на основании упомянутых выше опытов с алюминием, для вычисления коэффициентов B' , C' и D' в формуле (52). Задаваясь определёнными значениями отношения $\frac{U_2}{U_1}$, он строит затем теоретические кривые зависимости $\frac{\tau^2}{s}$ от скорости деформации ω , отвечающие разным численным значениям $\frac{U_2}{U_1}$.

Ввиду почти полного отсутствия экспериментальных данных о зависимости хода кривых упрочнения металлов от скорости деформации, Кохендорфер сопоставляет эти теоретические кривые с соответствующими экспериментальными кривыми, полученными им для кристаллов нафтилина. Экспериментальные точки при этом хорошо ложатся на теоретическую кривую, для которой $\frac{U_2}{U_1} = 0,9$. Отсюда Кохендорфер делает заключение, что энергия активации U_2 , определяющая скорость процесса разупрочнения, меньше энергии U_1 , необходимой для образования новой дислокации.

Работа Кохендорфера посвящена, как мы видим, анализу условий упрочнения и разупрочнения.

Этот анализ основан на рассмотрении энергетического состояния дислокации на различных стадиях её существования — при возникновении её на поверхности мозаичного блока, проникновении внутрь блока, «путем

10*

шествии» по блоку, при выходе на новую поверхность блока, торможении на этой поверхности и, наконец, «освобождении».

Как стадия, отвечающая упрочнению (торможение дислокации), так и стадия, отвечающая разупрочнению (освобождение затормозившихся дислокаций), трактуются при этом с одной и той же точки зрения — оценки энергии активации, необходимой для перехода дислокации из данной стадии на следующую и сообщаемой ей за счёт тепловых флуктуаций.

Механизм упрочнения и разупрочнения согласно Кохендорферу оказывается, таким образом, совершенно одинаковым.

Опытные данные свидетельствуют, однако, о том, что природа этих явлений совершенно различна.

В основе эффекта разупрочнения действительно лежат процессы диффузионного типа, в которых отдельные атомы принимают участие независимо друг от друга и которые приводят к постепенному «заличиванию» искашённой решётки.

Между тем упрочнение носит существенно иной характер, будучи связано с макроскопическими смещениями целых участков кристаллической решётки, возникающими в процессе пластической деформации.

Если разупрочнение безусловно представляет собой явление чисто термическое, то упрочнение следует отнести скорее к категории а термических явлений. В связи с этим об отождествлении механизма упрочнения и разупрочнения, как нам кажется, не может быть и речи.

Однако, даже если встать на точку зрения Кохендорфера, то и тогда смысл вводимых им энергетических соотношений остаётся совершенно непонятным. Действительно, можно согласится с тем, что дислокации должны образовываться преимущественно на поверхности блоков мозаики и что, образовавшись, они будут стремиться перейти внутрь блока, теряя при этом часть своей энергии. Можно понять также, почему для выхода на поверхность блока, при встрече с новой его границей, дислокации должна быть сообщена некоторая дополнительная энергия. Совершенно непонятно, однако, почему она окажется в результате «затормозившейся»? Почему для дальнейшего перемещения ей должна быть сообщена какая-то новая энергия, в то время как вновь образующаяся в точно таких же условиях дислокация, напротив, сама всегда стремится покинуть границы блока? —

Если последовательно придерживаться представлений Кохендорфера о механизме рассматриваемых явлений, то никакого различия в поведении дислокаций, вновь возникшей на данной границе, и дислокаций, освобождающейся после торможения на этой же границе, как будто быть не должно.

Следует отметить также, что по Кохендорферу разупрочнение материала должно было бы сопровождаться не исправлением кристаллической решётки, о наличии которого свидетельствуют опытные данные, но, наоборот, её порчей вследствие выхода «освободившихся» дислокаций внутрь блока.

Недоумение вызывает далее способ, с помощью которого автор устанавливает связь между упрочнением τ , деформацией s , скоростью деформации w и температурой опыта.

При интегрировании уравнения (45) Кохендорфер подставляет в правую часть этого уравнения значение τ , выраженное через величины w и T по формуле (46). Но последняя определяет скорость пластического течения w без учёта эффекта разупрочнения, в то время как само уравнение (45) введено автором со специальной целью выяснения условий равновесия между упрочнением и разупрочнением. Опуская член $\frac{dN_2}{dt}$ в определении скорости деформации w , Кохендорфер не учитывает тем самым участия «освободившихся» дислокаций в пластическом течении, за которое в результате оказываются ответственными только дислокации, образующиеся вновь. Дальнейшая судьба освобождённых дислокаций остаётся при этом совершенно неясной.

Непонятными остаются также и соображения, по которым подстановка функции $\tau = \tau(w, T)$ производится только в правой части этого уравнения.

И, наконец, большое недоумение вызывает утверждение Кохендорфера о том, что коэффициенты A, B, C, D и B', C', D' в уравнениях (51) и (52) должны иметь одинаковые численные значения для всех металлов. Если бы это было так, то кривые растяжения всех металлов, снятые при равных условиях опыта, должны были бы совпадать друг с другом.

Тем более странным представляется использование численных значений этих коэффициентов, полученных из опытов с алюминием, при рассмотрении экспериментальных данных, относящихся к изучению пластических свойств нафталина.

VI. ТЕОРИЯ ФРЕНКЕЛЯ И КОНТОРОВОЙ

Несколько особняком от рассмотренных выше теорий стоит теория Френкеля и Конторовой (1938—1939 гг.)²⁰. Ввиду того, что она опубликована на русском языке, мы остановимся здесь лишь на наиболее существенных её положениях.

Эта теория в отличие от всех предшествующих при рассмотрении механизма пластической деформации совершенно не аппелирует к помощи «дислокаций», и вообще каких-либо пороков строения кристалла.

Авторы предполагают, что способность к кристаллографически направленной остаточной деформации является одной из характерных особенностей идеально правильной кристаллической решётки. Работа Френкеля и Конторовой посвящена в основном рассмотрению микроскопической картины процесса распространения элементарного сдвига в такой, лишённой дефектов, решётке.

Предполагается, что пластическая деформация осуществляется путём постепенного перехода атомов кристаллической решётки из одних подложений равновесия в другие.

Вначале авторы ограничиваются рассмотрением одномерного случая, исследуя процесс смещения атомов в бесконечной атомной цепочке AB , расположенной на «подкладке» из точно таких же атомных цепочек (рис. 8).

В первой части теории атомы цепочек, образующих «подкладку», предполагаются закреплёнными неподвижно в узлах решётки.

Не затрагивая вопроса о причинах возникновения сдвига, авторы составляют уравнения движения атомов, принимающих участие в процессе



Рис. 8



Рис. 9

скольжения. При этом учитывается взаимодействие атомов рассматриваемой цепочки друг с другом, а также воздействие на них со стороны атомов неподвижной «подкладки».

Силы взаимодействия атомов цепочки в первом приближении предполагаются квазиупругими. Полная потенциальная энергия частиц, составляющих цепочку, может быть в таком случае записана в виде:

$$U = \sum_k A \left(1 - \cos 2\pi \frac{\psi_k}{d} \right) + \frac{1}{2} a \sum_k (\psi_{k+1} - \psi_k)^2, \quad (54)$$

где d — постоянная решётки, a — коэффициент квазиупругой связи, ψ_k и ψ_{k+1} — смещения двух соседних [k -той и ($k+1$)-оей] частиц из их равновесных положений.

Первый член этого выражения характеризует периодическое силовое поле амплитуды A , создаваемое неподвижными атомами «подкладки». Состояние частиц цепочки в таком поле сходно с состоянием тяжёлых шариков, покоящихся в равноотстоящих ямках и соединённых друг с другом упругими пружинками (рис. 9).

Уравнение движения одной из частиц, например, k -той частицы, записывается в форме

$$m \frac{d^2 \psi_k}{dt^2} = - \frac{\partial U}{\partial \psi_k} = - 2\pi \frac{A}{d} \sin 2\pi \frac{\psi_k}{d} + a (\psi_{k+1} - \psi_{k-1} - 2\psi_k). \quad (55)$$

Совершенно аналогичный вид будут иметь уравнения движения всех остальных частиц цепочки.

Важно отметить, что уравнение (55) содержит не только координату k -той частицы, но также и координаты соседних с ней ($k+1$)-оей и ($k-1$)-оей частиц. Смещение каждой из частиц из её равновесного положения зависит тем самым от смещений всех остальных частиц цепочки; переход атомов к новым положениям равновесия происходит как-бы «коллективно», подобно тому, как это имеет место при распространении звуковой волны в кристалле. Эта «коллективность» отнюдь не означает, однако, что все атомы цепочки одновременно смещаются на одинаковые расстояния; напротив, сдвиг осуществляется не сразу во всей цепочке, но распространяется вдоль неё постепенно.

Коль скоро атомы «подкладки» предполагаются неподвижными, полная энергия атомов рассматриваемой цепочки должна оставаться постоян-

ной во всë время прохождения сдвига, а самый процесс сдвигообразования должен ити с постоянной скоростью w , равной

$$w = \frac{d}{\tau}, \quad (56)$$

где d — постоянная решётки, τ — время распространения сдвига на расстояние d , т. е. от атома к атому.

Величины смещений ϕ_{k+1} и ϕ_{k-1} входящих в уравнение движения (55), могут быть в связи с этим выражены через смещение ϕ_k и время τ . А именно, если направление распространения сдвига совпадает с направлением нумерации частиц цепочки, то $(k+1)$ -ая частица начнёт смещаться из своего положения равновесия на время τ позднее, а $(k-1)$ -ая частица на время τ раньше, нежели k -тая частица, причём

$$\left. \begin{array}{l} \phi_{k+1}(t) = \phi_k(t + \tau), \\ \phi_{k-1}(t) = \phi_k(t - \tau). \end{array} \right\} \quad (57)$$

Подставляя (57) в (55) и предполагая, что изменение функции ϕ_k за время τ мало по сравнению с самой функцией ϕ_k , авторы разлагают $\phi_k(t + \tau)$ и $\phi_k(t - \tau)$ в ряд до членов второго порядка.

В результате уравнение движения приобретает следующий окончательный вид:

$$(m - a\tau^2) \frac{d^2\phi_k}{dt^2} \cong -2\pi \frac{A}{d} \sin 2\pi \frac{\phi_k}{d}. \quad (58)$$

Правая часть этого уравнения представляет собой силу, действующую на k -тый атом цепочки со стороны всех атомов подкладки; коэффициент при $\frac{d^2\phi_k}{dt^2}$ в левой части уравнения играет роль массы. Последняя отличается от обычной массы m членом $a\tau^2$, присутствие которого обусловлено учётом взаимодействия атомов цепочки друг с другом.

Наличие связи между частицами рассматриваемой цепочки приводит, таким образом, к тому, что движение их в поле, создаваемом подкладкой, происходит как-бы с изменённой массой:

$$m' = m - a\tau^2. \quad (59)$$

Интегрирование уравнения (58) при начальных условиях

$$\phi_k = 0 \text{ и } \frac{d\phi_k}{dt} = 0$$

даёт скорость смещения k -той частицы цепочки:

$$\frac{d\phi_k}{dt} = 2 \sqrt{-\frac{A}{m'}} \sin 2\pi \frac{\phi_k}{d} t, \quad (60)$$

а также само смещение ϕ_k как функцию времени t ,

$$\phi_k = \frac{2d}{\pi} \operatorname{arctg} [C_k e^{\pm \frac{2\pi}{d} \sqrt{-\frac{A}{m'}} t}]. \quad (61)$$

Случай $m' > 0$ отвечает малым колебаниям частиц вблизи положения равновесия, не сопровождающимся их перемещением вдоль цепочки.

Легко, однако, показать, что при условии

$$m' < 0 \quad (62)$$

смещение ϕ_k по истечении некоторого промежутка времени меняется на величину d (теоретически при изменении t от $-\infty$ до $+\infty$, практически — за время порядка $T = \frac{d}{2\pi} \sqrt{\frac{|m'|}{A}}$).

Именно этот случай отвечает перемещению частиц цепочки на расстояние, равное постоянной решётки; это и означает, что в цепочке осуществляется элементарный сдвиг.

Условие сдвигаообразования (62) даёт возможность найти пределы изменения скорости распространения сдвига.

Вводя в рассмотрение скорость звука w_0

$$w_0 = \frac{d}{\tau_0} = d \sqrt{\frac{a}{m}} \quad (63)$$

($\tau_0 = \sqrt{\frac{m}{a}}$ — период колебания атома при наличии у него только одного «соседа», т. е. в отсутствии как всех остальных частиц цепочки, так и подкладки) и принимая во внимание (59), авторы записывают неравенство (62) в форме

$$w < w_0. \quad (64)$$

Скорость распространения сдвига не превышает, таким образом, скорости звука в данной среде.

Далее, авторы устанавливают связь между скоростью распространения сдвига и энергией частиц, принимающих участие в процессе скольжения.

Полная энергия W всех частиц рассматриваемой цепочки определяется выражением

$$\begin{aligned} W = U + E = \sum_k A \left(1 - \cos 2\pi \frac{\phi_k}{a} \right) + \frac{1}{2} a \sum_k (\phi_{k+1} - \phi_k)^2 + \\ + \frac{m}{2} \sum_k \left(\frac{d\phi_k}{dt} \right). \end{aligned} \quad (65)$$

На основании (57) и (60) оно может быть записано в виде

$$W = 4A \frac{a\tau^2}{|m'|} \sum \sin^2 \pi \frac{\phi_k}{d},$$

а по выполнении суммирования — в окончательной форме

$$W = \frac{4m\omega_0^2}{\pi} \sqrt{\frac{A}{m(w_0^2 - w^2)}}, \quad (66)$$

Отсюда скорость распространения сдвига w как функция полной энергии W :

$$w = w_0 \sqrt{1 - \frac{W_0^2}{W^2}}, \quad (67)$$

где

$$W_0^2 = \frac{16m\omega_0^2}{\pi^2} A^2. \quad (68)$$

Из соотношения (67) следует, что скорость распространения сдвига принимает вещественные и отличные от нуля значения при соблюдении условия

$$W > W_0. \quad (69)$$

Отсюда авторы приходят к заключению, что величину W_0 можно интерпретировать как то минимальное значение энергии цепочки, начиная с которого в ней становится возможным распространение сдвига.

По мнению Френкеля и Конторовой соотношения (68) и (69) дают возможность понять физическую природу анизотропии остаточной деформации кристаллических тел.

Напомним, что постоянная A , определяющая энергию W , представляет собой амплитуду тангенциальной составляющей силы, действующей на каждый из атомов рассматриваемой цепочки со стороны всех атомов «подкладки». Для разных кристаллографических плоскостей и направлений эта постоянная, а следовательно, и энергия W_0 должны принимать различные значения.

Френкель и Конторова предполагают, что именно этим обстоятельством и объясняется кристаллографическая направленность пластической деформации.

Определение направлений, в которых сдвиг может происходить легче всего и в которых он будет поэтому чаще всего осуществляться в действительности, должно свестись, по их мнению, к отысканию таких цепочек атомов, для которых энергия W_0 и, соответственно, амплитуда A , принимают наименьшие из всех возможных значения.

С точки зрения этих соображений можно утверждать, что в первую очередь сдвигообразование должно осуществляться в кристаллографических плоскостях и направлениях, характеризующихся наиболее плотной упаковкой частиц, так как именно этим плоскостям и направлениям должно отвечать наименьшее значение A .

Это заключение подтверждается, как известно, опытными данными.

Можно, далее, предполагать, что при сопоставлении пластических свойств различных кристаллических веществ наименее «пластичными» окажутся те из них, для которых энергия W_0 имеет наибольшие значения.

W_0 (или амплитуду A) можно трактовать, таким образом, как меру «непластичности» кристалла.

Исследуя пределы применимости приближённой формы уравнения движения (58), авторы приходят к заключению, что процесс скольжения рассматриваемого типа возможен только в таких кристаллографических

направлениях, для которых значение амплитуды A удовлетворяет неравенству

$$A < \frac{m}{4\pi^2} \omega_0^2, \quad (70)$$

т. е. для которых

$$W_0 < \frac{2m\omega_0^2}{\pi^2}. \quad (71)$$

Составление верхней границы энергии W_0 (величины $\frac{2m\omega_0^2}{\pi^2}$), вычисленной для различных металлов, с экспериментальными данными о характере кривых упрочнения, а также о модулях сдвига и числах твёрдости этих металлов свидетельствует о том, что для кристаллов кубической системы величину W_0 действительно можно расценивать как критерий «непластичности».

В дальнейшем авторы исследуют условия распространения элементарного сдвига при учёте подвижности атомов «подкладки».

Эту задачу они решают методом, сходным с принятым в теории столкновений, методом рассмотрения вопроса о прохождении α -частиц через материю. Скорость α -частицы обычно считается при этом неизменной, а потеря энергии, испытываемая ею при столкновениях, определяется по энергии, приобретённой электронами сталкивающихся атомов.

В данном случае предполагается, что подвижность атомов подкладки не влияет на характер процесса скольжения, но обуславливает постепенный отток энергии из плоскости скольжения в соседние с ней атомные слои, что влечёт за собой постепенное затухание сдвига в рассматриваемой цепочке.

Авторы производят приближённый подсчёт потери энергии, испытываемой атомной цепочкой вследствие «столкновений» распространяющегося вдоль неё сдвига с колеблющимися частицами подкладки. Вычисления показывают, что при энергиях, заметным образом превышающих минимальную энергию сдвигообразования, эти потери настолько незначительны, что не должны оказывать существенного влияния на скорость распространения сдвига.

Последняя часть работы Френкеля и Конторовой содержит обобщение предыдущей теории на случай процесса двойникования.

Предполагая, что механизм двойникования по существу ничем не отличается от механизма трансляции (постепенный поворот атомных слоёв в новые положения равновесия, зеркально-симметричные относительно исходных), авторы вычисляют скорость распространения двойника и исследуют энергетические условия двойникования, руководствуясь теми же представлениями, которые лежали в основе теории элементарного сдвига в линейной атомной цепочке.

Переходя к обсуждению данной теории, следует прежде всего отметить, что модель соскальзывающих друг относительно друга атомных цепочек, с которой она оперирует, конечно, весьма схематична.

Опытные данные свидетельствуют о том, что в действительности процесс сдвигообразования протекает несравненно сложнее. В частности, до

сих пор не удавалось наблюдать явление трайсляции в чистом виде. Последняя обычно оказывается усложнённой поворотом и изгибом элементов кристалла, расположенных в области плоскостей скольжения. Это обстоятельство, а равно и ряд специфических особенностей строения реальных кристаллов (наличие блоков мозаики, различного типа искажений и связанных с ними перенапряжений) рассматриваемой теорией совершенно не учитываются. В связи с этим она вряд ли может претендовать на сколько-нибудь полное описание процесса пластического течения реальных кристаллов.

Тем не менее, постановка вопроса о возможности остаточного сдвигаобразования в идеально правильной кристаллической решётке представляет принципиальный интерес.

Для правильного понимания физической природы пластической деформации чрезвычайно важно выяснить, присуще ли свойство пластичности только реальным кристаллам или же оно могло бы иметь место также и в кристаллической решётке, обладающей идеально правильной структурой?

Напомним, что данная теория впервые даёт решение этого вопроса, доказывая возможность сдвигобразования в кристаллической решётке, лишенной каких бы то ни было пороков и искажений. Это заключение до известной степени согласуется с экспериментальными данными, свидетельствующими о том, что пластические свойства кристаллов выражены тем резче, чем правильнее их структура.

Возвращаясь к основным положениям теории, отметим ещё раз, что, по мысли её авторов, коль скоро энергетические условия для сдвига созданы, он будет распространяться с конечной скоростью при любых температурах опыта, в том числе и при температуре абсолютного нуля.

В рамках данной теории пластическая деформация оказывается тем самым отнесённой к категории атермических свойств кристаллов. Из опыта известно, что у металлических кристаллов пластическая деформация действительно обнаруживается при любых температурах, вплоть до температур, очень близких к абсолютному нулю.

К числу преимуществ данной теории относится также то обстоятельство, что в ней впервые указаны причины анизотропии пластического течения.

Необходимо отметить, что многие положения теории Френкеля и Конторовой остаются недоработанными.

Прежде всего в ней не рассмотрены причины и условия возникновения сдвига, т. е. не определён практический предел упругости материала.

Далее, авторы не касаются одного из существеннейших вопросов теории пластичности кристаллов — вопроса об упрочнении. Предполагая, что причиной упрочнения является постепенная порча решётки в процессе деформации, они не дают, однако, количественной оценки этого эффекта.

Вне поля зрения остаётся также и вопрос о температурной зависимости пластических свойств кристаллов¹⁾.

¹⁾ Этот вопрос авторами, правда, рассматривался 21, 22, но исследование его основывалось на чисто формальных соображениях и было проведено вне всякой связи с изложенной здесь микроскопической теорией пластичности.

В заключение следует упомянуть о попытке Делингера и Кохендорфера²⁸ интерпретировать теорию Френкеля и Конторовой в духе «дислокационных» представлений.

Соглашаясь с тем, что уравнение Френкеля и Конторовой действительно отображает процесс пластического течения кристаллов, Делингер и Кохендорфер считают, что эти уравнения описывают не что иное, как распространение тейлоровской дислокации, обязанной своим возникновением совокупному действию тепловых флуктуаций и локальных перенапряжений, действующих в области «пороков» кристаллической решётки.

В процессе перехода атомов цепочки из одних положений равновесия в другие в кристалле действительно возникает искажённая зона, имеющая структуру нониуса. Она существует в кристалле лишь временно, и возникновение её, связанное с перестройкой решётки при сдвиге, является следствием, но не причиной сдвигообразования.

Такая искажённая зона не имеет, однако, ничего общего с тейлоровской статистической моделью решётки дислокаций, длительно существующих в кристалле ещё до начала распространения сдвига.

Как мы уже отмечали, основная мысль теории Френкеля и Конторовой заключается в том, что пластичность прежде всего — свойство правильной кристаллической решётки.

Попытка объединения этой теории с «дислокационными» теориями пластической деформации противоречит поэтому сущности каждого из двух наметившихся в настоящее время направлений развития физических представлений о природе пластичности кристаллов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Со времени появления первой теории пластической деформации — теории Беккера — прошло 15 лет.

За этот период времени физические представления о природе остаточной деформации кристаллических тел претерпели значительную эволюцию.

Если у Беккера (1925 г.) мы встречаемся с попыткой решения одного лишь вопроса о причинах возникновения пластического течения, то Бюргерсы (1935 г.) и Кохендорфер (1938 г.) развивают последовательную количественную теорию пластичности кристаллов, касающуюся основных специфических особенностей этого явления. В этих работах мы уже находим вполне определённые представления как об условиях возникновения сдвигов, так и о механизме их распространения, а также о причинах эффектов упрочнения и разупрочнения, сопровождающих обычно пластическую деформацию. Они устанавливают, далее, количественную связь между основными макроскопическими величинами, характеризующими на опыте пластическое течение — между напряжением, величиной деформации, её скоростью и температурой опыта.

Необходимо отметить, что резким толчком к дальнейшему усовершенствованию существующих взглядов на природу пластической деформации послужило появление работы Тейлера (1934 г.). Последняя определила направление и пути развития современных теоретических представлений о пластичности кристаллов.

Нельзя не признать, что количественные соотношения, даваемые современными теориями пластичности, в известной степени оправдываются на опыте.

Физические представления, приведшие к установлению этих соотношений, ни в коей степени не могут быть, однако, признаны достаточно последовательными и убедительными.

Дислокационная гипотеза, лежащая в основе теории Тейлора — Бюргерсов — Кохендорфера, как мы уже неоднократно отмечали, не может быть, конечно, рассматриваема как достаточно прочный и безупречный фундамент физической теории пластичности.

Что же касается теории Френкеля и Конторовой, согласно которой возникновение пластических сдвигов не связано с наличием в решётке каких-либо искажений, а распространение пластической деформации осуществляется путём постепенного коллективного перехода атомов из одних положений равновесия в другие, то в силу микроскопического характера пока даже ещё не вполне ясно, каким путём на её основе смогут быть установлены макроскопические уравнения, характеризующие процесс пластического течения реальных кристаллов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Becker, Physik Z., **26**, 919, 1925.
2. Becker, Z. techn. Physik, **7**, 547, 1926.
3. Maxwell, Phil. Mag., **35**, 139, 1868; Phil. Trans., London, **157**, 49, 1867.
4. Orowan, Z. Physik, **89**, 6-5, 1934.
5. Orowan, Z. Physik, **98**, 382, 1936.
6. Борн и Гепперт - Майер, Теория твёрдого тела, ОНТИ, 1938.
7. Orowan, Z. Physik, **89**, 619, 1934; **97**, 573, 1935; **102**, 112, 1936.
8. Taylor, Proc. Roy. Soc., **145**, 362, 1934.
9. Taylor, Proc. Roy. Soc., **145**, 388, 1934.
10. А. Ф. Иоффе, Физика кристаллов, 1929.
11. Timpe, Götting. Diss., Leipzig, 1905.
12. Goetz, Proc. Nat. Acad. Amer., **16**, 99, 1930.
13. Straumanis, Z. Physik, **13**, 316, 1931; **19**, 63, 1932.
14. Belaiew, Proc. Roy. Soc., **108**, 295, 1925.
15. Zwicky, Brown Boveri Review, 1929.
16. Boas und Schmid, Z. Physik, **100**, 463, 1936.
17. W. Burgers a. G. Burgers, First report on viscosity and plasticity, p. 173, Amsterdam, 1935.
18. Smekal, Physik Z., **34**, 633, 1933.
19. Kochendörfer, Z. Physik, **108**, 244, 1938.
20. Т. А. Конторова и Я. И. Френкель, ЖЭТФ, **8**, 89, 1340, 1349, 1938.
21. Я. И. Френкель, ЖЭТФ, **9**, 1238, 1939.
22. Т. А. Конторова, Журнал технич. физики, **9**, 1086, 1939.
23. Dehlinger u. Kochendörfer, Z. Physik, **116**, 576, 1940.