ЭЛЕКТРОННАЯ ОПТИКА

III. ЗАДАЧИ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЭЛЕКТРОННОЙ ОПТИКИ

О. Шерцер, Дармштадт

Содержание: 1) Параксиальные лучи, 2) Электронооптические аберрации, 3) Коррегирование электронооптических систем, 4) Выводы.

В статье Буша дан обзор основных положений электронной оптики, в статье Брюхе освещена экспериментальная часть. Настоящая статья посвящена вопросу о том, что могли бы внести теоретики в дальнейшее развитие электронной оптики.

С первого взгляда становится ясным, что электронная оптика дает обширный материал для теоретических изысканий. Вопросы о пригодных, в каждом отдельном случае, источниках электронов, о лучшем материале светящегося экрана, о наиболее целесообразном изготовлении объекта связаны с атомной природой вещества, при изучении которой теоретикам предоставляется широкое поле деятельности. Кроме того, как эти, так и многие другие вопросы нельзя включать в теорию только электронной оптики, так как они связаны и с другими областями физики и техники. Основная проблема электронной оптики состоит в подборе таких электрических и магнитных полей, которые обусловливали бы заданные пути электронов. Решение этой проблемы может быть разделено на три части, которые в дальнейшем и будут рассмотрены. Мы будем при этом в первую очередь иметь в виду электронный микроскоп.

1. Параксиальные лучи

Первым шагом в решении этой проблемы является диоптрика Гаусса. Это понятие заимствовано из световой оптики. Под диоптрикой Гаусса понимают разбор и расчет хода лучей, близких к оси. При этих расчетах вводятся некоторые упрощения, обеспечивающие линейность диференциальных уравнений. Теория диоптрики Гаусса в основном дана в первых работах Буша[1]. Рассмотрение диоптрики Гаусса, необходимое при конструировании любого электронооптического прибора, не представляет собой в настоящее время сложной теоретической проблемы. Это может быть показано на примере иммерсионного объектива (рис. 1, *a*). Здесь выбрана такая форма диафрагмы, при которой потенциал во всем пространстве может быть представлен элементарными аналитическими

функциями*. Представим себе, что на внешнюю диафрагму наложен потенциал в 1 тыс. V относительно катода. Возникает вопрос, сколько вольт нужно наложить на внутреннюю диафрагму, чтобы вся система дала изображение катода на удаленном флуоресцирующем экране. В масштабе рисунка экран должен лежать на несколько метров вправо, что практически означает бесконечность.

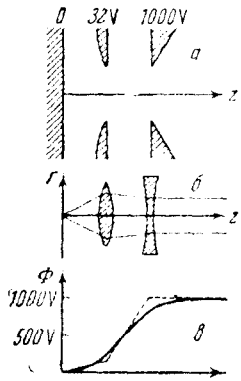

Рис. 1. Приближенное рассмотрение диоптрики Гаусса в иммерсионном объективе

Для приближенного расчета представим себе, что обе диафрагмы действуют как тонкие линзы и что пути лучей между ними прямолинейны (рис. 1, *б*). Оптическая сила линзы вычисляется при помощи формулы, данной Дэвиссоном и Кальбиком для отдельной диафрагмы

$$\frac{1}{f} = \frac{\Phi_b' - \Phi_a'}{4\Phi_0},$$

причем кривую изменения потенциала вдоль оптической оси можно представить схематически ломаной линией, изображенной пунктиром на рис. 1, *в*. В этой формуле f означает фокусное расстояние, Φ_0 — потенциал точки перегиба, Φ_a' и Φ_b' — производные потенциала перед линзой и сзади нее. Если вести расчет, учитывая эти упрощения, то получим потенциал в центре отверстия внутренней диафрагмы, равным 150 V, как это и указано на рис. 1, *в*. Сплошная кривая дает точно рассчитанное изменение потенциала, полученное путем долгих и утомительных интеграций диференциального уравнения. При этом обнаруживается очень хорошее совпадение. На основании пунктирной кривой можно оценить порядок величины

---

* В случае, представленном на рис. 1, потенциал вычисляется следующим образом:

$$\varphi(z, r) = 203\left[|z + a_2|\left(\frac{1}{m_2} + \operatorname{arc\,tg} m_2\right) - \right.$$

$$\left. - (z - a_2)\left(\frac{1}{m_2} + \operatorname{arc\,tg} m_2\right)\right] - 193\left[(z + a_1)\left(\frac{1}{m_1} + \operatorname{arc\,tg} m_1\right) - \right.$$

$$\left. - (z - a_1)\left(\frac{1}{m_{-1}} + \operatorname{arc\,tg} m_{-1}\right)\right];$$

$$a_1 = \frac{3}{2}; \quad a_2 = 3$$

$$m_{\pm 1} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2}\left[(z \pm a_1)^2 + r^2 - 1\right] + \frac{1}{2}\sqrt{4(z \pm a_1)^2 - \left[(z \pm a_1)^2 + r^2 - 1\right]^2}};$$

соответствующее выражение получают и для $m_{\pm 2}$.

потенциала внутренней диафрагмы. Точное значение потенциала диафрагмы, даваемое строгим расчетом — 32 V, как это и указано на рис. 1а. Это значение может быть установлено экспериментально, после изготовления всей аппаратуры; поэтому при расчете достаточно оценить только порядок величины значения потенциала. Последнее может быть сделано с достаточной степенью точности путем приближенного расчета, так что практически пользоваться точным расчетом, требующим для своего выполнения нескольких недель, нет надобности. Это положение, — что экспериментальным путем можно быстрее добиться результатов, чем точными теоретическими расчетами, — может быть распространено на все прочие применения диоптрики Гаусса, каковыми являются, например, масс-спектрограф и брауновские трубки. Однако это еще не значит, что подобное положение вещей останется надолго. Когда бурное развитие электронной оптики будет в основном закончено и встанет вопрос об усовершенствовании уже имеющихся электронооптических систем, диоптрика Гаусса должна будет снова подвергнуться детальному рассмотрению с самых разнообразных точек зрения.

2. Электронооптические аберрации

Вторым шагом в развитии теоретической электронной оптики является вычисление аберраций, создаваемых фокусирующими полями. Если бы уравнения диоптрики Гаусса были строго верны, то электронные микроскопы, в соответствии с малой длиной волны электронных лучей (1 Å для электронов, имеющих скорость в 150 V), должны были бы обладать огромной разрешающей способностью. Однако при изображении накаленных катодов соотношения менее благоприятны, так как электроны покидают объект с небольшой скоростью и, следовательно, с большой длиной волны. Таким образом разрешающая способность ограничивается длиной волны, измеренной на объекте. Несмотря на это, принципиальная граница разрешающей способности и здесь чрезвычайно высока, так как для небольшой скорости в 0,1 V, с которой вылетает большинство электронов, длина волны не больше $\frac{1}{200\,000}$ *мм*. Для того чтобы ответить на вопрос, почему же эта высокая разрешающая способность фактически недостижима, нужно прежде всего иметь в виду малую устойчивость объектов, а также взаимное отталкивание электронов. До сих пор, однако, фактически достижимая разрешающая способность определялась не этими помехами, но недостатками отображающей системы. Из этих недостатков нужно принять во внимание, наряду с неизбежными ошибками юстировки, аберрации, известные из световой оптики. Под этим подразумеваются отклонения лучей от идеальных направлений, фигурирующих в строгом расчете. Формулы диоптрики Гаусса предсказывают идеальное изображение. Расчет аберраций показывает, как известные свойства электрических и магнитных полей нарушают траекторию луча и ведут, таким образом, к нечеткому изображению.

*

Как и в световой оптике, нужно прежде всего иметь в виду хроматическую аберрацию. Роль цветности при хроматической аберрации здесь играет начальная скорость электронов. Электроны различной скорости описывают несколько различные пути и попадают на плоскость изображения не точно в одну точку. Кроме того, как и в световой оптике, здесь могут иметь место аберрации третьего порядка, как то: искривление изображения, изгиб фокальной плоскости, астигматизм, кома и сферическая аберрация, причем магнитные поля вносят с собой некоторые особенности. Аберрации второго порядка играют значительную роль лишь в приборах, в которых используются поля, не обладающие аксиальной симметрией (брауновские трубки, спектрографы), и не сказываются в случае строгой аксиальной симметрии полей (электронный микроскоп). Наконец, при получении изображений накаленного катода возникают также искажения, которые могут быть отнесены за счет малой начальной скорости электронов. Вопрос о том, как нужно вычислять аберрации данной линзы, в основном насегодня уже выяснен. Поле задается ходом изменения электрического потенциала и напряженности магнитного поля вдоль оптической оси. Определение поля в случае произвольного расположения проводников наталкивается на непреодолимые трудности. При расчете аберраций, как и во всех электронооптических проблемах, могут быть использованы два метода. Первый исходит, согласно работам Буша, из представлений о движении электронов, основываясь, таким образом, на втором законе динамики Ньютона для материальной точки. Второй метод заключается в применении аналогии из световой оптики, причем ход электронных лучей рассматривается так же, как ход световых лучей в соответствующей световой проблеме. Решение вопроса, какой из этих методов более прост и нагляден, зависит от привычек и вкусов исследователя. Конечно, результаты обоих методов одинаковы. Глазер [2], пользуясь вторым методом, провел первый систематический расчет некоторых аберраций. Часть его интересных результатов уже опубликована. На основании этих результатов можно установить, что расчет аберраций в каждом случае приводит к вычислению более или менее сложного интеграла. При наличии достаточного терпения этот интеграл можно вычислить и сравнить полученную величину с экспериментом. Так можно проверить правильность расчета и качество эксперимента.

3. Корригирование электронооптических систем

Расчет аберраций еще не дает решения основного вопроса электронной оптики. Недостаточно уметь вычислять аберрации, вносимые данным полем, но важно также знать, какими должны быть эти поля, чтобы вносимые ими аберрации были возможно меньше. Итак, нужно найти электронооптическую систему с минимумом аберраций. Первый вопрос, возникающий при этом, таков: устранимы ли полностью эти аберрации. Ответ зависит от того, что именно имеется в виду. Такие аберрации, как искривление изобра-

жений и кома, можно устранить; другие, как сферическая и хроматическая аберрации, нет. Можно потребовать, чтобы неустранимые полностью аберрации были возможно меньше. Для теоретиков в этой области еще много работы. Так как величина аберраций выражается в виде интегралов, задача их уменьшения решается методом вариационного исчисления. Двумя независимыми варьирующимися функциями являются значения электростатического потенциала и напряженности магнитного поля вдоль оптической оси. После того как при помощи вариаций будут найдены значения электрического потенциала и напряженности магнитного поля на оптической оси, удовлетворяющие требованиям поставленной задачи, необходимо еще найти форму и расположение проводников, посредством которого это поле может быть реализовано. Для этой цели аналитически экстраполируют электрические и магнитные поля с оптической оси в пространство. Знания уравнения потенциала и осевой симметрии достаточно для того, чтобы провести эту экстраполяцию однозначно. Если известны эти поля в пространстве, нетрудно найти форму проводников, которые бы создали эти поля. Например, в случае электростатического поля для его реализации достаточно выбрать несколько подходящих эквипотенциальных поверхностей, сделать их из металла и зарядить до соответствующего потенциала. Сложные математические формулы приводят, однако, в некоторых случаях к такой форме эквипотенциальных поверхностей, что практическое их выполнение не представляется возможным. В подобных случаях приходится прибегать к изменению вычисленной формы проводников, так чтобы по возможности не нарушить часть поля, пронизываемую электронными лучами. Все вышесказанное может быть иллюстрировано на примере чисто электрической слабой линзы. Посмотрим, как должна быть устранена такая линза, чтобы она имела возможно меньшую сферическую аберрацию. Слабые линзы практически бесполезны, но они интересны методически и прежде всего просты. В последнем смысле они не являются типичными представителями линз электронной оптики, которые обычно приводят к запутанным расчетам. Рассмотрение диоптрики Гаусса дает следующие данные для фокусного расстояния f и расстояния главной плоскости h слабой линзы:

$$\frac{1}{f}=\frac{3}{16\Phi_0^2}\int_{-\infty}^{+\infty}\Phi'^2dz;\quad h=\frac{3}{16\Phi_0^2}\int_{-\infty}^{+\infty}z^2\Phi'^2dz\,.$$

$\Phi=\Phi(z)$ — значение потенциала, измеренное по оптической оси. Φ_0 — значение Φ вне линзы.

Штрихи означают производные по z. Если ввести еще длину изображения b и радиус отверстия линзы r_B, то расчет величины сферической аберрации дает:

$$r_b=\frac{5br_B^3}{64\Phi_0^2}\int_{-\infty}^{+\infty}\Phi''^2dz\,.$$

Требование сводится, таким образом, к тому, чтобы r_b было минимальным при постоянных f и h. Решение относящегося сюда уравнения Эйлера таково:

$$\Phi = \Phi_0 (1 + Ae^{Bz^2}).$$

Постоянные определяются [3] с помощью добавочных условий. Для вычисления поля в пространстве служит уравнение

$$\varphi(z, r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Phi(z + ir \sin \alpha)\, d\alpha,$$

представляющее собой вышеупомянутую аналитическую экстраполяцию. Условие $\varphi(z, r) = \text{const}$ приводит к системе поверхностей, изображенных на рис. 2. Сплошными обозначены поверхности, имеющие положительный потенциал, пунктиром — отрицательный. В этом случае можно быть уверенным, что пути, проходимые электронами, действительно таковы, что изображение, получающееся на экране, помещенном на большом расстоянии с правой стороны, почти полностью свободно от искажений, создаваемых сферической аберрацией.

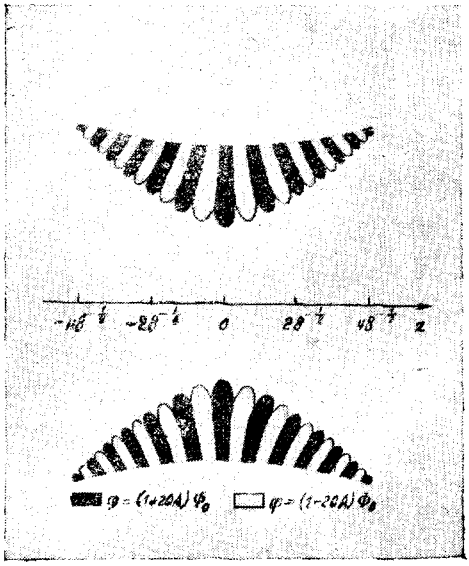

Рис. 2. Расположение проводников слабой электрической линзы, свободной от сферической аберрации

Подводя итог, можно сказать, что, несмотря на большие трудности, теоретическая электронная оптика имеет широкие возможности и представляет большой интерес также и для практика.

ЛИТЕРАТУРА

1. Busch, Ann. d. Phys., **81**, 974, 1926; **18**, 583, 1927.
2. Glaser, Z. Physik, **97**, 177, 1935 и более ранние работы. О вычислениях др. методами см. O. Scherzer, Z. Physik, **101**, 597, 1936.
3. O. Scherzer, Z. Physik, **101**, 23, 1936.