

СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ТЕОРИИ ФЕРРОМАГНЕТИЗМА

Р. М. Бозорт*

Со времени открытия естественных магнитов и их свойств истекло уже около трех тысяч лет. На протяжении веков ферромагнетизм упорно противостоял попыткам теоретиков проникнуть в эту область, и даже в настоящее время теория здесь далеко отстает от эксперимента. Однако за последние 5—10 лет теория ферромагнетизма достигла значительных успехов. В настоящем обзоре автор останавливается на тех достижениях, которые по его мнению являются наиболее существенными.

Еще в последней четверти прошлого столетия были достигнуты большие успехи в изучении магнитных материалов. Новые данные быстро накапливались, и на исходе столетия появилась замечательная книга Юинга², в которой изложены все важные экспериментальные и теоретические данные того времени**. Вид криевых намагничения для железа, кобальта и никеля, магнитное насыщение и температура магнитных превращений, гистерезис и ряд связанных с ним закономерностей, влияние механических напряжений и магнитострикция, а заодно с этим основные методы измерения,—все это впервые систематически было изложено в небольшой книге Юинга. Несмотря на то, что последующие 15 лет дали мало новых сведений о магнитных материалах, именно к этому времени относятся многие приложения добытых знаний к электротехнике, включая сюда и электрические средства связи. Вскоре после того были получены гейслеровы сплавы (сплавы, не содержащие железа, но обладающие ферромагнитными свойствами); хотя эти достижения несколько стимулировали изучение теоретических вопросов ферромагнетизма, все же в этой области имелось мало успехов.

Быстрое развитие как экспериментальных, так и теоретических исследований по ферромагнетизму началось между 1915 и 1920 г. и продолжается до настоящего времени. Этот прогресс можно иллюстрировать постепенным улучшением магнитных материалов, достигнутым за это время (табл. 1). Успехи последних 20 лет явились результатом новых методов очистки материалов и изготовления новых сплавов, а также новых методов термической

* R. M. Bozorth, The Bell system techn. journal, 15, 63, 1936. Перевод Д. И. Пеннира.

** Несколько позже вышла книга Дюбуа 2а. Прим. перевод.

ТАБЛИЦА 1

Пределенные значения характеристик магнитных материалов, относящихся к 1915 и 1935 г.

Материал	Свойство	1915 г.	1935 г.
Железо	Максимальная проницаемость ^{11, 12} .	45000	340 000
Железоникелевые сплавы *	Начальная проницаемость ¹² . . .	3.0	20 000
	Коэрцитивная сила (в эрстедах) ^{11, 12} .	0,3	0,03
	Максимальная проницаемость ^{13, 14} .	2800	600 000
	Начальная проницаемость ^{15, 16} . . .	700	12 000
	Коэрцитивная сила (в эрстедах) ^{13, 14} .	1,5	0,01
Кремнистое железо	Начальная проницаемость ¹²	400	2000
Железо	Гистерезис при $B_{\max} = 100$ гауссов (в эргах на 1 см^3 за цикл) ¹² . .	20	0,1
Железокобальтоникелевый сплав — перминвар	Гистерезис при $B_{\max} = 100$ гауссов (в эргах на 1 см^3 за цикл) ¹⁷ . .	—	0,00003
Железокобальтовый сплав	Величина насыщения (в гауссах) ¹⁸ .	25 800	25 800
	Проницаемость при $B = 10\ 000$ гауссов ^{17, 12}	2100	19 000
Вольфрамовая сталь	Коэрцитивная сила (в эрстедах) ⁴ .	80	80
Новая сталь KS	Коэрцитивная сила (в эрстедах) ²⁰ .	—	900

Номера сносок относятся к указателю литературы в конце статьи.

обработки. Некоторые из приводимых в таблице данных относятся лишь к лабораторным образцам, а не к материалам применяемым в промышленности.

Основной темой настоящей статьи является теоретическая сторона ферромагнетизма. Как объяснить различные значения магнитной проницаемости, колеблющиеся между 1 и 600 000 для различных материалов? Или же, если задаться сперва более принципиальными вопросами, что является элементарной магнитной частицей и почему ферромагнетизм присущ лишь столь немногим элементам?

ПРИРОДА ФЕРРОМАГНЕТИЗМА

Около 100 лет назад Ампер высказал предположение, что молекулы могут вести себя как магниты благодаря электрическим

* Эти вещества свободны от примеси других элементов, за исключением кислорода. Имеется сообщение Г. Неймана о веществе с примесью меди и молибдена, начальная проницаемость которого достигает 40 000 (H. Neumann, Arch. f. Tech. Mess., 4, T. 168, 1934).

токам, циркулирующим в них. Ныне, в связи с развитием наших сведений о строении атома, причина ферромагнетизма может быть истолкована вполне определенным образом. Странно сказать, но элементарная магнитная частица впервые была найдена спектроскопистами. Такой частицей является вращающийся электрон. Для объяснения обширного опытного материала, полученного при исследовании спектров, оказалось необходимым пересмотреть наше представление об атоме. В свое время была предложена гипотеза, что атом состоит из тяжелого, положительно заряженного ядра и из электронов, движущихся по круговым или эллиптическим орбитам вокруг ядра. В настоящее время принимается, что каждый электрон вращается еще вокруг собственной оси, проходящей через его центр. Таким образом в атоме электричество циркулирует как вокруг ядра, так и внутри каждого электрона; для последнего движения введено определение „спин электрона“*. Каждый электрон в атоме представляет собой, таким образом, маленький волчок, который обладает магнитным моментом вследствие движения электрического заряда и моментом количества движения вследствие вращения массы. Огношение обоих моментов, найденное различными независящими друг от друга путями, имеет определенную численную величину. Благодаря своему движению по орбитам электроны обладают также и орбитальными моментами как магнитным, так и механическим; отношение их ровно в два раза меньше этого отношения для спина.

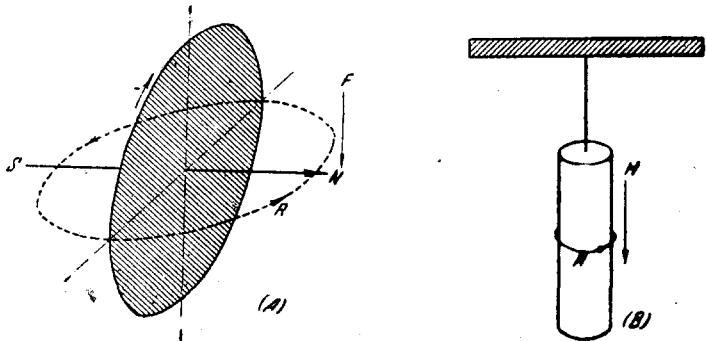


Рис. 1. Действие гироскопа (слева); сила F вызывает вращение R .
Гиromагнитный эффект (справа); поле H вызывает вращение R

Эйнштейн, де-Гааз и Барнет²¹ своими известными опытами непосредственно продемонстрировали наличие магнитного и механического моментов электрона и измерили их отношение в ферромагнитных веществах²² (рис. 1). Железный стержень, подвешенный на тонкой нити, мгновенно намагничиваются; при этом стержень

* Spin (англ.)—кручение, верчение,

поворачивается и закручивает нить на незначительную, но все же измеримую величину. Вращающиеся электроны, которым обусловлен ферромагнетизм, под действием приложенного поля устанавливаются параллельно ему; однако имеющийся у тех же электронов механический момент поворачивает весь стержень таким же образом, как повернулся бы волчок. Когда элементарные магниты, первоначально ориентированные беспорядочно, под действием приложенного поля устанавливаются приблизительно параллельно оси стержня, они приобретают определенный вращающий момент, параллельный данной оси. Поскольку всякое действие уравновешивается соответствующим противодействием, стержень теперь в свою очередь должен отпрянуть с равным и противоположным моментом; этот именно момент проявляется во внезапном вращении стержня и может быть вычислен, исходя из измеренной величины отклонения. Знак этого момента указывает, что вращающаяся магнитная частица заряжена отрицательно, величина же момента подтверждает гипотезу, что элементарным носителем магнетизма является вращающийся около своей оси электрон. Таким образом изменение состояния намагниченности сводится в основном к изменению ориентации электронных спинов в атоме; оно не связано с изменением ориентации всей электронной орбиты.

Займемся теперь вопросом, почему не всякое вещество является ферромагнитным. На рис. 2 на основании новейших данных представлена модель атома железа. Насчитывающиеся в атоме же-

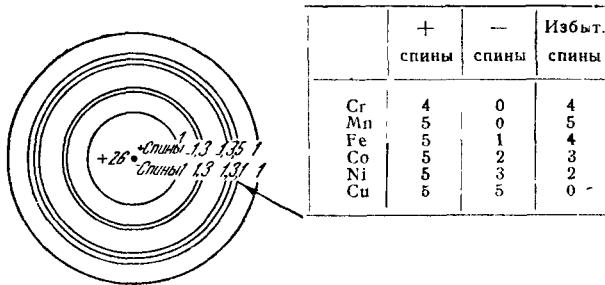


Рис. 2. Электронные оболочки в атоме железа

леза 26 электронов распределяются между четырьмя главными оболочками. Некоторые оболочки в свою очередь подразделены на подгруппы. Первая (внутренняя) оболочка насчитывает два электрона, следующая оболочка—восемь, третья—четырнадцать, а последняя содержит два электрона. Поскольку периодическая система элементов начинается с наиболее легкого элемента—водорода, то в первую очередь заполняется внутренняя оболочка. Будучи заполнены, первые четыре оболочки насчитывают два, восемь, восемнадцать и тридцать два электрона (ведя счет от внутренней оболочки к внешней). Не всякая оболочка всегда содержит свое максимальное количество электронов, до того, как начинает

заполняться следующая. Когда, например, начинается заполнение четвертой оболочки, третья насчитывает лишь восемь электронов вместо восемнадцати; последующая достройка третьей оболочки как раз и связана теснейшим образом с явлением ферромагнетизма. Магнитные моменты, или, короче, спины, некоторых электронов имеют одно направление, а спины остальных электронов — противоположное. Эти оба вида спинов условно могут быть обозначены как положительные и отрицательные. Цифры на рис. 2 указывают, сколько электронов в каждой оболочке обладает положительными или отрицательными спинами. Следует отметить, что в атомах железа все оболочки за исключением третьей насчитывают одинаковое число положительных и отрицательных спинов. Магнитные моменты электронов в каждой из этих оболочек в среднем компенсируют друг друга, в силу чего оболочка в магнитном отношении нейтральна и не может проявлять магнитной поляризации. В третьей же, незаполненной еще оболочке имеется пять электронов с положительными спинами и один с отрицательным спином, в результате чего четыре спина остаются нескомпенсированными, в этом и заключается поляризация атома в целом. Если к ядру присоединить еще один протон, а к одной из внешних оболочек — один электрон, то из атома железа получится атом кобальта; при повторении же этого процесса кобальт преобразуется в никель. В железе ориентация присоединенных при достройке электронов и их спинов такова, что условно можно говорить о четырех „избыточных“ спинах, для кобальта же имеем три, а для никеля два таких спина. Марганец (элемент, непосредственно предшествующий железу в периодической системе) обладает избытком в пять спинов. Избыточные спины имеются только в незаполненных оболочках, при достройке которых возникают более тяжелые атомы. Замкнутые оболочки в магнитном отношении нейтральны, так как спины в среднем компенсируют друг друга.

Электронами внешней оболочки обусловлены химические свойства элемента. Изменения в этой оболочке имеют место при химических соединениях, ферромагнетизм же с валентными электронами не связан.

ОБМЕННЫЕ СИЛЫ

Элементы с электронами, приобретенными в результате достройки внутренних оболочек, находятся лишь в определенных частях периодической системы; одной из них является группа железа. Поскольку однако, и в других местах периодической системы имеются группы элементов, внутренние оболочки которых достраивались (важными здесь являются части таблицы около палладия, платины и редких земель), то возникает дальнейший вопрос, почему не все эти элементы ферромагнитны?

Наличие нескомпенсированных спинов на электронных орбитах не является еще достаточным условием того, чтобы элемент был ферромагнетен; для этого необходимо, кроме того, чтобы

результатирующие спины в соседних атомах были параллельны. Расчет энергии электронов показывает, что для получения одинаковой ориентации спинов во всех атомах некоторой малой области необходимо, чтобы отношение диаметра атома к диаметру электронной оболочки с некомпенсированными спинами имело надлежащую величину²³ (рис. 3). Последнее необходимо, поскольку электронные спины и заряды в соседних атомах оказывают друг на друга влияние, величина которого зависит от их расстояния. Лишь при том условии, что это взаимодействие, обозначаемое термином „обмен“, имеет надлежащую величину, все спины могут получить одинаковую ориентацию²⁴, или, другими словами, данное вещество может быть ферромагнитным*.

Силы обмена, существование которых доказано в течение последних лет, стремятся расположить спины параллельно, в то время как тепловое движение, естественно, расстраивает это упорядоченное расположение. При достаточно высокой температуре действие теплового движения преобладает, и вещество перестает быть

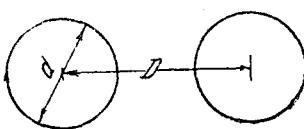


Рис. 3. Незаполненные оболочки в соседних атомах. В ферромагнитных веществах отношение $\frac{D}{d}$ имеет значение, большее 1,5 (Слэйтер)

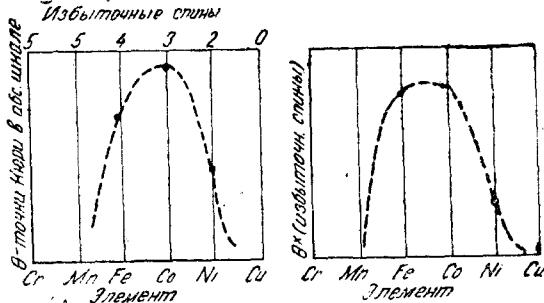


Рис. 4. Железокобальтовые сплавы дают наивысшие значения магнитного насыщения

ферромагнитным. Такой температурой является точка Кюри, или „точка магнитного превращения“; для железа она составляет 770° (или 1043° по абсолютной шкале). Понятно, что значе-

* В своей новой работе Г. Урбэн, П. Вейс и Ф. Тромб²⁵ нашли, что редкоземельный металл гадолиний ферромагнитен. Отношение D/d для Gd (в его металлическом состоянии) составляет около 3, что согласуется с правилом Слэйтера (рис. 3). Высокое значение D/d указывает на то, что Gd должен иметь низкую точку Кюри; действительно установлено, что эта температура равна 16° .

ние точки Кюри θ (в абсолютной шкале температур) является мерой обменных сил, которые пока могут быть вычислены теорией лишь приближенно. На рис. 4 начесены точки Кюри для элементов, расположенных в периодической системе около железа; кривая, соединяющая эти точки, имеет максимум вблизи кобальта. Далее заметим, что значение магнитного насыщения зависит как от обмена, так и от числа эффективных электронных спинов, иными словами, от числа электронов, которые могут быть ориентированы параллельно полю, и от величины сил, удерживающих их в состоянии параллельности. Грубо говоря, значение насыщения зависит от произведения обмена и числа нескомпенсированных спинов (S) в атоме. Если принять θ в качестве меры обменных сил и образовать произведения $\theta \cdot S$, то получается кривая, изображенная на рис. 4 (справа). Кривая показывает, что максимальное насыщение может быть получено в сплаве железа с кобальтом и что марганец при известных благоприятных условиях может быть ферромагнитным. Оба эти вывода подтверждаются опытными данными. Действительно, сплавы железа и кобальта обладают более высоким значением насыщения, нежели чистое железо. Сплавы марганца более магнитны, чем какие-либо другие сплавы, не содержащие железа, кобальта или никеля. Сплавы Гейслера, содержащие марганец, алюминий и медь, обладают насыщением, почти равным соответствующей величине для никеля, а многочисленные другие сплавы марганца ферромагнитны в более слабой степени.

Обменные силы имеют чисто электростатическое происхождение. Они, однако, не представляют собой электростатических сил в классическом смысле этого слова, а являются результатом электрических зарядов, определенным образом распределенных в пространстве. Описать их словами вряд ли возможно; для этой цели существует большое число математических уравнений, которые приводят к выводам, вытекающим из посылок квантовой механики. Обменными силами обусловлен тот факт, что в некоторых веществах избыточные спины в большой группе атомов могут быть с легкостью расположены в одном направлении. Действительно, если обменные силы велики, как это имеет место в ферромагнитных телах, то устойчивым будет то положение, в котором спины параллельны даже при отсутствии какого-либо внешнего поля. При таких обстоятельствах, однако, область с параллельной ориентацией спинов обычно не простирается на все тело целиком и даже не имеет видимых размеров; по некоторой непонятной причине эта область ограничена меньшими размерами. Опытами установлено, что объем такой области в среднем равен кубу с ребром в сотые доли миллиметра. Реальное ферромагнитное тело состоит из большого числа таких элементарных областей, каждая из которых намагничена до состояния насыщения в некотором направлении (т. е. в ней спины электронов параллельны). Тело называют ненамагниченным, если элементарные области ориентированы равномерно по

всем направлениям, так что намагниченность всего тела в целом равна нулю.

Экспериментальным доказательством реального существования этих элементарных областей служит так называемый эффект Баркаузена (рис. 5). Если можно было бы во много раз увеличить маленький участок кривой намагничения (например участок, показанный на рис. 5), то стало бы заметным, что кривая состоит из отдельных ступеней, каждая из которых соответствует мгновенному изменению намагниченности; после такого скачка состояние намагниченности при усилении поля не меняется до тех пор, пока поле

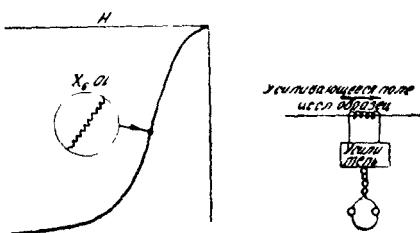


Рис. 5. Мгновенные изменения намагниченности, вызывающие эффект Баркаузена

не достигнет определенного, более высокого значения. Ни один из известных приборов не позволяет осуществить такое увеличение непосредственно; эти скачки могут быть, однако, уловлены, если обвить намагничающее тело катушкой, соединенной с усилителем, к которому в свою очередь приключен телефон. При слабом возрастании поля в телефоне слышны серии щелчков; путем количественного исследования найдено, что в среднем щелчок соответствует опрокидыванию магнитной поляризации в элементарной области, размер ²⁶ которой указан выше. При благоприятных условиях баркаузеновский шум может быть услышан и без усилителя при посредстве лишь телефона, непосредственно присоединенного к катушке^{*}.

Выше уже указывалось, что силам обмена противостоят дезорганизующие силы теплового движения. По этой причине значение магнитного насыщения при повышении температуры убывает непрерывно, пока при достижении точки Кюри ферромагнетизм не исчезает. Зависимость магнитного насыщения от температуры приведена на рис. 6, где насыщение при абсолютном нуле и температура точки Кюри приняты за единицы на осях ординат и абсцисс соответственно. Таким путем было найдено, что данные для железа, кобальта и никеля хорошо совпадают. Нижняя кривая является теоретической, вычисленной 30 лет назад в предположении, что элементарные магниты, будучи дезориентированы благодаря тепловому движению, могут принять любую ориентацию. Если же, наоборот, предположить, что спины, обусловливающие ферромагнетизм, могут занимать лишь два положения (учитывая наличие

* В. К. Аркадьев ²⁷ указал на возможность слышать шум перемагничающего железа непосредственно ухом, без помощи телефона.

других электронов в атоме), то получается верхняя кривая. При допущении четырех возможных ориентаций соответственно вычисленная кривая близка к верхней кривой (рис. 6), проходя лишь немного ниже ее; при увеличении числа возможных ориентаций соответствующая кривая приближается к нижней кривой, изобра-

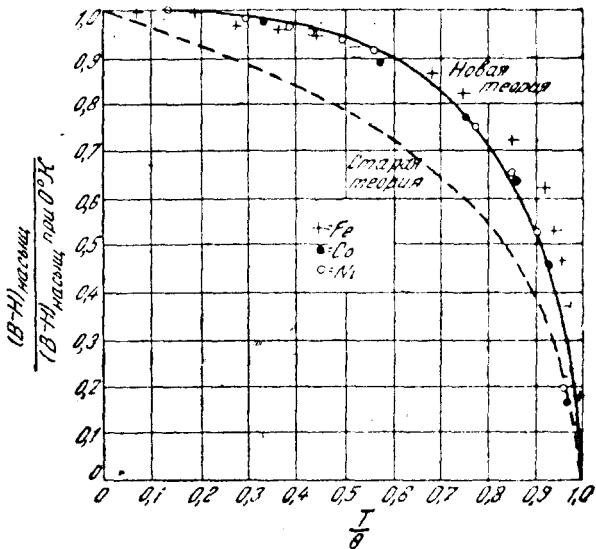


Рис. 6. Зависимость величины магнитного насыщения железа, кобальта и никеля от температуры

женной на том же рисунке. Хорошее согласие между опытными данными и верхней вычисленной кривой заслуживает специального интереса, так как исследователи в области спектроскопии и теории атома независимо друг от друга пришли к выводу, что каждый электрон в атоме (учитывая влияние всего остального атома) может занимать лишь небольшое число положений.

Влияние кристаллической структуры

Для объяснения свойств монокристалла необходимо допустить существование еще одного вида сил. Благодаря спину электронов, а также благодаря их орбитальным движениям каждый атом может рассматриваться как маленький магнит. Эти магниты взаимодействуют друг с другом чисто магнитным образом²⁸ наподобие группы обычных прямых магнитов. Для кристаллов правильной системы можно легко установить, что благодаря магнитным междуатомным силам некоторые направления намагничения более устойчивы, чем другие. В железе наиболее устойчивым направле-

нием является ребро куба (одна из кристаллографических осей), в никеле это направление совпадает с диагональю куба (рис. 7).

Кусок железа обычно состоит из сголь малых кристаллических зерен, что невооруженному глазу они невидимы. За последние годы, однако, найдены методы для учета размера кристаллов всех обычных металлов; в то же время удалось получить монокристаллы

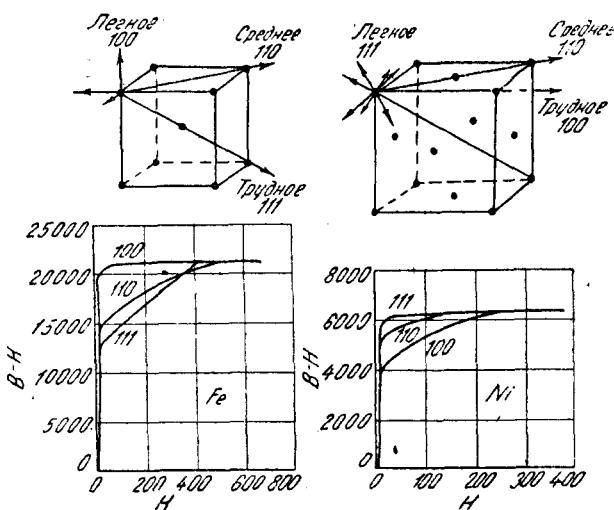


Рис. 7. Магнитные свойства и структура монокристалла железа и никеля (Бек, Хонда и Кайя, Вебстер)

настолько крупные, что можно производить наблюдения, пользуясь всего лишь одним таким кристаллом.

Структура монокристалла железа может быть представлена в виде куба с одним атомом в каждой вершине и в центре; весь кристалл построен из таких кубов, прилегающих друг к другу своими гранями. Для направления вдоль ребра куба (направление [100]) опытным путем получена кривая намагничения, обозначенная на рис. 7 символом 100 *. Остальные две кривые, изображенные здесь, относятся к двум другим главным направлениям, а именно к диагонали боковой грани и к диагонали куба. Расхождением начальных отрезков кривых намагничения можно пренебречь; оно становится большим лишь после достижения приблизительно половины насыщения.

Структура никеля также может быть представлена в виде совокупности кубов, в которых, однако, атомы расположены иным образом, занимая вершины и центры боковых граней этих кубов

* Здесь ординатами являются разности $B - H$ вместо более употребительной величины B , так как первые приближаются к предельному значению (насыщению).

(рис. 7). На рис. 7 показаны также кривые намагничения для никеля, соответствующие тем же трем главным направлениям; кривые расположены здесь в ином порядке, чем у железа. Для железа направление [100] является направлением так называемого легкого намагничения, а [111] представляет собой направление наиболее трудного намагничения, в то время как у никеля имеет место обратное. Электростатические силы обмена располагают спины параллельно друг другу, кристаллические же силы обуславливают направление оси, по которой спины устанавливаются силами обмена. Силы обмена столь велики, что они способны расположить спины целой группой атомов в одном направлении — эффект, который при отсутствии этих сил можно было бы получить лишь

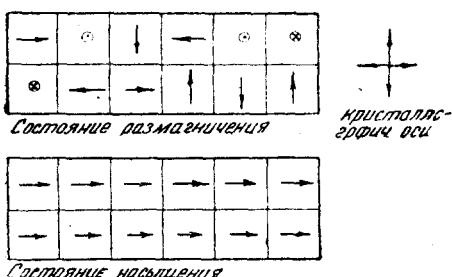


Рис. 8. Элементарные области в монокристалле железа

воздействием внешнего поля в 10 000 000 эрстедов (при комнатной температуре). С другой стороны, кристаллические силы столь слабы, что для перевода спинов целой группы атомов из одного общего направления в какое-либо другое требуется лишь 1000 эрстедов. Отношение между этими двумя эквивалентными полями равно, таким образом, частному от деления 10^7 на 10^3 , т. е. 10^4 .

Под действием сил обмена и магнитных кристаллических сил в монокристалле железа создается положение, изображенное на рис. 8. Если даже кристалл заведомо не намагнчен или же размагнчен, в нем имеются небольшие, так называемые элементарные области, намагниченные до насыщения в одном из шести эквивалентных направлений кристаллографических осей. Элементарные области в действительности заметно отличаются между собой как по величине, так и по форме; условно же они изображены в виде квадратов. Каждое из указанных выше шести направлений при отсутствии внешнего поля в одинаковой мере устойчиво и одинаково вероятно. Начальным результатом воздействия магнитного поля является опрокидывание направления намагниченности, заключающееся в переходе от одной устойчивой ориентации к другой, в силу чего увеличивается результирующая поляризация в направлении поля. Эти изменения происходят мгновенно и являются причиной эффекта Баркгаузена; каждое опрокидывание элементарной

области сопряжено с одной ступенью в увеличенной кривой намагничения, показанной на рис. 5; в телефоне оно вызывает щелчок.

Имеются, однако, даже еще более прямые доказательства реального существования элементарных областей в железе. Железо покрывается коллоидальной супензией окиси железа и помещается под микроскоп, дающий увеличение в 500 раз²⁹. Найдено, что коллоидальные частицы концентрируются вдоль линий, зависящих от кристаллографических осей, показывая тем самым, что рассеянные магнитные поля входят в поверхность железа и выходят из нее таким образом, будто некоторые участки железа намагниченны отлично от своих соседей (рис. 9). Данное явление заметно даже на ненамагниченном железе, но никогда не может быть получено на неферромагнитных телах.

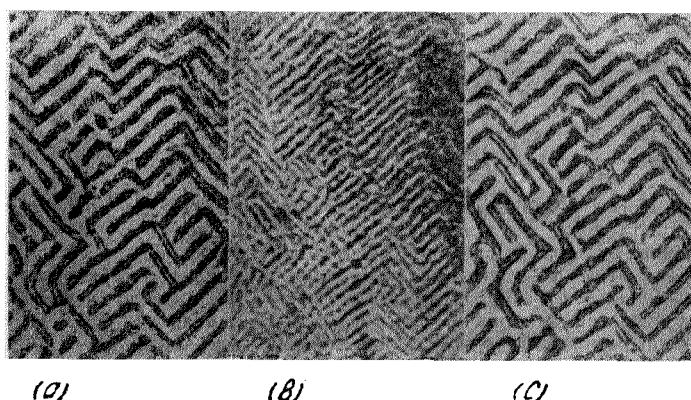


Рис. 9. Фигуры на куске железа (Мак-Киган и Эльмор); (слева) силовые линии поля входят в железо; (средняя часть) размагниченное железо; (справа) силовые линии выходят из железа

Рассмотрим теперь более подробно, какие процессы имеют место при изменениях намагниченности. Большая часть этих изменений связана с реориентацией спинов в элементарных областях, переходом от одного направления легкого намагничения к другому (рис. 10). Этим изменениям соответствует длинная центральная часть кривой намагничения. Очевидно, однако, что этот процесс в общем закончен еще до достижения насыщения. Допустим, что все элементарные области поляризованы параллельно тому направлению легкого намагничения, которое является наиболее близким к направлению внешнего поля; тогда единственным путем дальнейшего увеличения намагниченности является поворачивание электронных спинов в каждой элементарной области от своего устойчивого положения к направлению поля. Иногда это явление несколько

неточно называется „вращением элементарной области“; оно имеет место в полях порядка от 10 до 100 эрстедов. Из рис. 7 явствует, что начало этих процессов соответствует тому участку, где кривые резко поворачивают в сторону от своей вертикальной части.

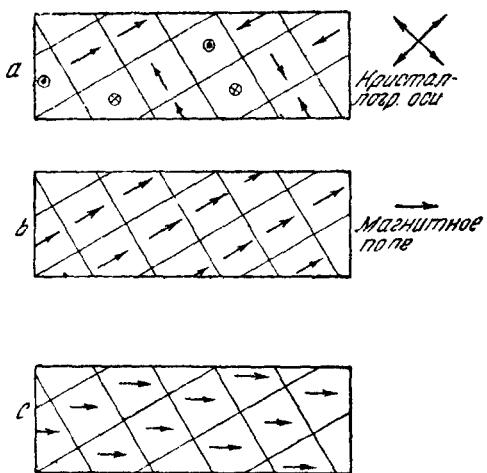


Рис. 10. При увеличении напряженности магнитного поля элементарные области сперва меняют свое направление мгновенно, а затем плавно. *a*—состояние размагничения, *b*—мгновенное опрокидывание элементарных областей завершено (изгиб в кривой намагничивания), *c*—состояние насыщения; элементарные области после поворота в сильном поле

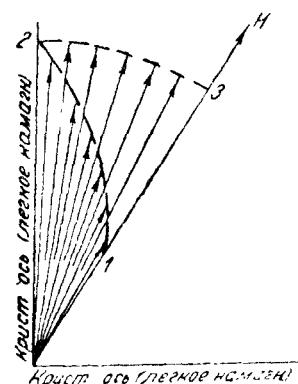


Рис. 11. Векторы изображают разности $B-H$ для железа, растущие по величине при увеличении магнитного поля H . Вначале вектор $B-H$ параллелен H (1); затем, при росте $B-H$, векторы отклоняются от H (2); наконец, в высоких полях вектор $B-H$ опять параллелен H (3)

Лишь в том случае, если приложенное к монокристаллу поле совпадает с направлением наиболее легкого намагничения, вышеуказанный процесс не имеет места. Когда внешнее поле имеет направление наиболее трудного намагничения, процесс вращения элементарных областей начинается при напряженностях поля, более низких, чем в каких-либо других случаях.

Этой же картиной объясняется еще одно важное свойство монокристалла; оно проявляется, если приложенное к монокристаллу поле не параллельно какой-либо главной оси. Пусть, например, внешнее поле образует угол в 30° с какой-либо осью кубического кристалла железа, как указано на рис. 11 длинной стрелкой. При возрастании поля, начиная от нуля, магнитная поляризация по величине и направлению представлена другими стрелками. Вначале поляризация параллельна внешнему полю. Но при увеличении поля она отклоняется, приближаясь к направлению легкого намагничения пока, наконец, не достигается насыщение в этом направлении. При

далнейшем усилении поля поляризация поворачивает к направлению поля и в конце концов наступает насыщение в этом направлении. Теория в согласии с экспериментом предсказывает³⁰ направление и величину отклонения B от H для любого данного значения B .

Оба пути изменения намагниченности, описанные выше для монокристаллов, а именно — мгновенный поворот к новым направлениям легкого намагничения и постепенное вращение элементарных областей, так же хорошо приложимы и к обычным поликристаллическим телам, свойства которых представляют собой свойства монокристалла, усредненные по всем направлениям. В результате тело ведет себя как изотропное, и ход B параллелен H .

Последнее замечание нуждается, однако, в некотором ограничении: магнитные материалы, применяемые в технике, не всегда изотропны, иными словами, кристаллографические оси не всегда распределены равномерно по всем направлениям. Уже давно известно, что при прокатке металлической полосы ее кристаллы стремятся занять определенные положения соответственно направлению и плоскости прокатывания. Даже после прокаливания и рекристаллизации эти особые ориентации продолжают существовать в некоторых металлах вплоть до точки плавления. Поскольку магнитные свойства монокристалла зависят от направления кристаллографических осей, то металлические листы, состоящие из кристаллов с особыми ориентациями, не могут обладать одинаковыми магнитными свойствами по всем направлениям. Несколько лет назад это явление удалось обнаружить в железе, никеле и железоникелевых сплавах³¹. Еще позже на рынке появился сплав из железа и кремния³², в котором проницаемость в разных направлениях принимает весьма различные значения. Параллельно направлению прокатки этот материал в высоких полях ($B = 10\,000$ гауссов) имеет проницаемость 4000, в то время как перпендикулярно к направлению прокатывания проницаемость равна всего 400. Как установлено рентгеновским анализом³³, ориентация кристаллов в этом материале такова, что у большинства из них одна ось лишь на несколько градусов отклонена от направления прокатки. Таким образом направление прокатки совпадает с направлением легкого намагничения.

Рассматривая выше свойства монокристалла, мы прошли мимо их свойств в очень слабых полях; это вызвано, главным образом, тем, что получение точных данных о монокристаллах сопряжено с большими трудностями. Процесс имеющий место в монокристаллах и поликристаллах в таких полях должен отличаться от обоих ранее рассмотренных процессов намагничения, так как при намагничении обычного поликристаллического тела нет прерывности, иными словами, здесь отсутствует эффект Баркгаузена, и, далее, эти поля недостаточно сильны для того, чтобы значительно повернуть элементарные области против кристаллических сил в сторону от направления легкого намагничения. Зная отношение между напряжен-

нностью поля и угловым перемещением для сильных полей, можно было вычислить, что при том же механизме изменения намагниченности в очень слабых полях высшее значение начальной проницаемости для железа составляло бы 20 вместо многих тысяч. Процесс, имеющий место в слабых полях, рассматривался неоднократно. В настоящее время, повидимому, найдено уловительное объяснение. Намагничивание в слабых полях теперь сводят к перемещению границ элементарных областей (рис. 12); переходная

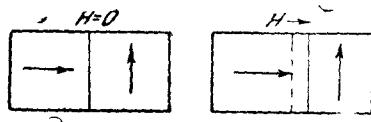


Рис. 12. Намагничение в очень слабых полях заключается в незначительном перемещении границ элементарных областей

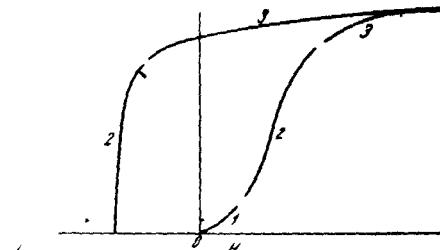


Рис. 13. Три вида изменений намагниченности: 1—перемещение границ, 2—мгновенное изменение ориентации, 3—медленное изменение ориентации

область размером в несколько атомных диаметров (размер ее, вычисленный из сил обмена, составляет около 30 атомных диаметров) перемещается так, что увеличивает элементарную область, намагниченную в направлении поля, за счет другой элементарной области с менее благоприятной ориентацией. Такое увеличение может быть лишь незначительным по сравнению с линейными размерами элементарной области, будучи ограничено напряжениями, имеющимися во всяком теле.

Таким образом при намагничении обычного, хорошо отожженного ферромагнетика имеют место три процесса, соответствующие трем хорошо известным частям кривой намагничения (рис. 13): рост одной элементарной области за счет соседней в начальной части кривой, мгновенное опрокидывание элементарных областей в средней части (с большими потерями энергии) и постепенное или плавное вращение элементарных областей в верхней части. Последние два процесса выступают при высоких значениях индукции; первый же процесс имеет место лишь в слабых полях после размагничивания.

ВЛИЯНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ

Нарисованная выше картина изменений намагниченности относится к материалам, свободным от каких-либо существенных механических напряжений. Механические напряжения могут оказать весьма значительное воздействие на состояние намагниченности; так например, напряжение в $350 \text{ кг}/\text{см}^2$ при определенных условиях

может изменить индукцию больше чем на 10 000 гауссов ³⁴, почти от нулевой намагниченности до насыщения. Это явление хорошо иллюстрируется данными рис. 14 для пермаллоя 65 и 85 (железоникелевые сплавы, содержащие соответственно 65 и 85% Ni). Для

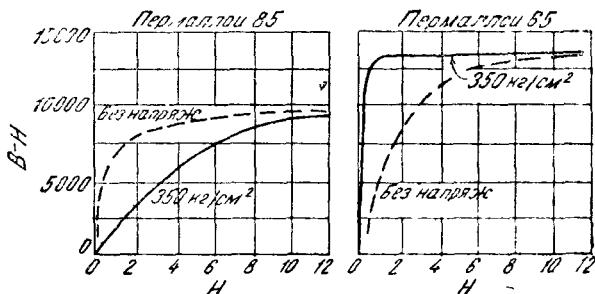


Рис. 14. Влияние механических напряжений на намагничение (Баклей и Мак-Киган)

permаллоя 65 результатом растяжения является увеличение намагниченности во всех полях; для permаллоя 85 явление протекает обратным образом. В каждом случае влияние сжатия противопо-

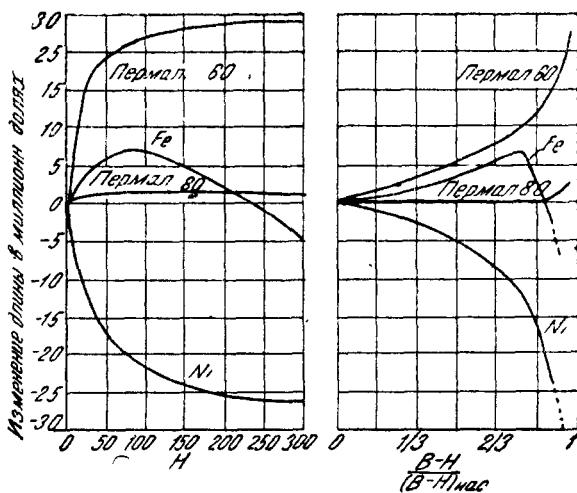


Рис. 15. Магнитострикция в железе, никеле и в двух железоникелевых сплавах (permаллои)

ложно влиянию растяжения. Для обычного железа растяжение вызывает увеличение намагниченности в слабых полях и уменьшение ее в сильных полях

Влиянию механических напряжений на намагниченность соответствует обратное явление, а именно влияние намагничивания на

длину ферромагнитного тела. Железный стержень при намагничении немного удлиняется. Здесь мы имеем дело с одним примером большого класса явлений, охватывающих все ферромагнитные тела и известных под общим названием магнитострикция. Рис. 15 иллюстрирует изменение длины стержней, приготовленных из никеля, железа и двух сплавов, с изменением поля H (слева) или относительной разности $B - H$ (справа). При достижении магнитного насыщения достигается также и предельное значение магнитострикции, так называемая магнитострикция насыщения. Ее значения для некоторых железоникелевых сплавов показаны на рис. 16. Заметим здесь, что сплавы, содержащие меньше 81% Ni, при намагничивании удлиняются, сплавы же с большим содержанием Ni укорачиваются. Существует определенное соотношение между магнитострикцией и влиянием механических напряжений на намагничен-

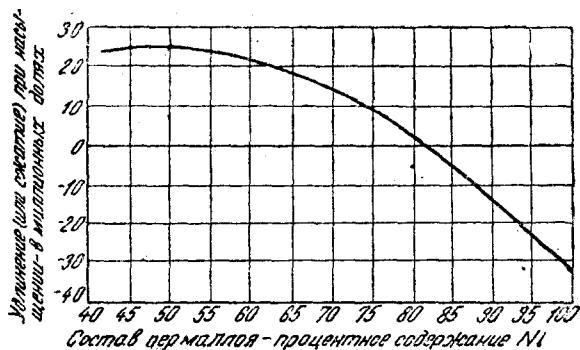


Рис. 16. Магнитострикция насыщения в различных пермаллоях (Мак-Киган и Чиофи, Шульце)

ность; общее правило здесь таково: если магнитострикция положительна (удлинение при намагничении), то результатом напряжения является увеличение намагченности, и наоборот (рис. 14, 15 и 16).

Что может сказать теория о магнитострикции и влиянии механических напряжений на магнитные свойства? Рис. 17 изображает расположение атомов в кристалле железа; здесь предполагается, что каждый атом благодаря наличию спина и орбитального движения электронов обладает определенным магнитным моментом. Благодаря этому предположению возможно вычисление средней величины магнитных сил, которым противостоят силы упругости, обусловливающие прочность кристалла. Для железа найдено путем расчета⁵, что равновесие устанавливается при небольшом удлинении в направлении намагничения и укорочении перпендикулярно к этому направлению, так что объем практически остается без изменения. Вычисленное значение магнитострикции совпадает с опытными данными как по знаку, так и по порядку величины. Для никеля это совпадение менее удовлетворительно. Но в каждом случае

теория предсказывает правильную качественную связь между магнитострикцией и изменением намагниченности, вызванным механическими напряжениями.

Таким образом магнитострикция и влияние механических напряжений на магниты представляют собой обратные явления, обусловленные теми же самыми видами магнитных междуатомных сил, с которыми связано различие магнитных свойств по различным направлениям в кристалле. Так же как в свободном от напряжения кристалле направление легкого намагничения обусловлено кристаллической структурой, так при наличии механического напряжения достаточной величины направление легкого намагничения определяется последним. На рис. 18 показано, что элементарные области

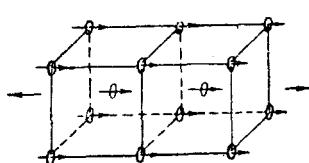


Рис. 17. Магнитные междуатомные силы вызывают в железе небольшое удлинение (магнитострикция)

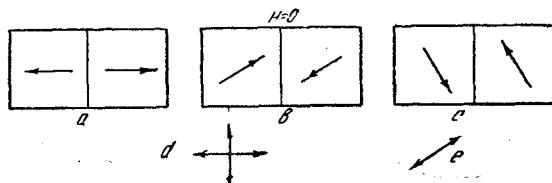


Рис. 18. Ориентация элементарных областей, обусловленная кристаллическими силами и механическими напряжениями; $H=0$. *a*—свободное от напряжения железо, *b*—железо под напряжением, *c*—никель под напряжением, *d*—кристаллографические оси, *e*—направление напряжения

расположены параллельно кристаллографическим осям в свободном от напряжения железе, в то время как при достаточно большом напряжении магнитная поляризация становится параллельной направлению этого напряжения (и перпендикулярной к нему, если речь идет о никеле). Когда напряжение достигает величины от 700 до 2000 кг/см², его влияние начинает преобладать над влиянием кристаллической структуры, и тогда направление намагниченности обусловлено, главным образом, напряжением. Вычисление также приводит к выводу, что в телах с положительной магнитострикцией намагниченность при растяжении увеличивается. Эти соображения в качественном отношении объясняют увеличение проницаемости в пермаллое 65 (обладающим положительной магнитострикцией) и ее уменьшение в пермаллое 85 (с отрицательной магнитострикцией). Теория, однако, еще совершенно бессильна предсказать количественное значение эффекта.

Наряду с определенно направленными однородными напряжениями, получающимися, например, при растяжении проволоки в направлении ее длины, часто встречаются и беспорядочно направленные (гетерогенные) напряжения, меняющиеся по величине, знаку и направлению от точки к точке во всем теле. Такие напряжения появляются при холодной обработке, при фазовых превращениях и т. п. В таких телах направление намагниченности

в какой-либо элементарной области обусловлено местным напряжением; устойчивость этого направления будет тем большей, чем значительнее напряжение. Так, можно объяснить, почему труднее изменить намагниченность в теле, подвергшемся сильному наклепу. Этими же внутренними напряжениями обусловлена и твердость металла; отсюда вытекает хорошо известное соответствие между магнитной и механической твердостью.

Отношение между внутренним напряжением и проницаемостью иллюстрируется данными³⁵, приведенными на рис. 19. Значение

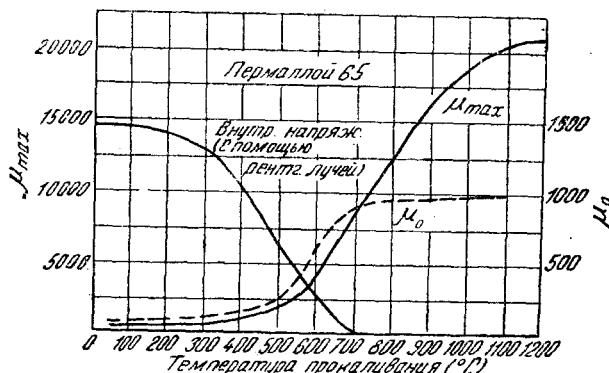


Рис. 19. Возрастание магнитной проницаемости благодаря уменьшению внутренних напряжений посредством прокаливания (Дилингер и Хауорт)

проницаемости для серии полосок пермаллоя 70, первоначально подвергнутых холодной прокатке, при повышении температуры прокаливания возрастает. Данные рентгеновского анализа этих же образцов (речь идет об угловой ширине отраженного пучка рентгеновых лучей) устанавливают величину имеющихся внутренних напряжений; эти же данные указывают на постепенное уменьшение внутренних напряжений с повышением температуры отжига, причем наиболее быстрое изменение происходит в каждом случае между 400 и 600°. В этом интервале, как показывает микроскоп, происходит рекристаллизация.

Развивая эти положения, можно притти к мысли, что в качестве хорошего материала для постоянных магнитов следует брать материал с весьма интенсивными внутренними напряжениями. Величина внутренних напряжений в хорошем постоянном магните, непосредственно определенная с помощью рентгеновых лучей, подтверждает это предположение (рис. 20). Здесь шириной отраженных пучков рентгеновых лучей непосредственно измеряется внутреннее напряжение. Для сравнения с материалом постоянных магнитов на нашей диаграмме приведены кривые других материалов с меньшими внутренними напряжениями. В качестве магнитного материала здесь взят сплав из железа, никеля и алюминия, подвергнутого закалке

осаждением (Ausscheidungshärtung, precipitation hardening) — метод, все шире применяемый в течение последних трех-четырех лет при обработке некоторых материалов. Этот метод часто применим, когда в устойчивом состоянии при комнатной температуре сплав содержит две фазы (рис. 21), а при более высоких температурах одна фаза растворяется в другой, образуя твердый раствор. Тело, нагретое до высокой температуры, быстро охлаждается, а затем снова нагревается до 700°; при этой температуре вторая фаза медленно выделяется в очень измельченном виде. После осаждения оптимального количества тело охлаждается до комнатной температуры, после чего уже никаких изменений больше не происходит. Всякая выделившаяся субмикроскопическая частица является центром напряжений, а наличием этих необыкновенно больших внутренних напряжений и обусловлено хорошее качество постоянного магнита.

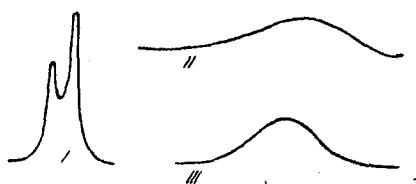


Рис. 20. Ширина пучка отраженных рентгеновых лучей указывает величину внутренних напряжений. По оси ординат откладывается интенсивность рентгеновых лучей, отраженных от металлической поверхности, по оси абсцисс — угол отражения. I — про-каленный пермаллой, II — сплав Fe + Ni + Al, закаленный осаждением, III — пермаллой, подвергнутый сильно-му накалу

напряжений, а наличием этих необыкновенно больших внутренних напряжений и обусловлено хорошее качество постоянного магнита.

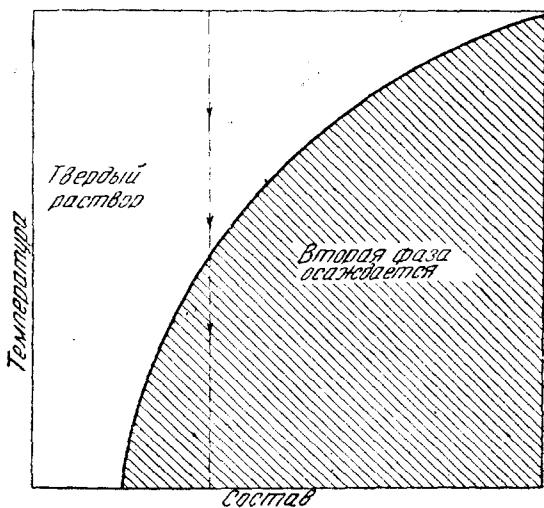


Рис. 21. Закалка осаждением сплава для постоянного магнита (например, сплава из железа, никеля и алюминия)

Перейдем теперь к другой крайности, т. е. к случаю, когда необходимо легкое намагничивание. Известно, что полный отжиг

и однородная структура тела благоприятствуют намагничиванию. Существует, однако, по меньшей мере еще два вида напряжений, не уничтожаемых прокаливанием. Одно из них связано с наличием неметаллических примесей, мешающих получению правильного расположения атомов в металле или в сплаве. В настоящее время найдено, что путем горячей обработки железа в атмосфере водорода при температуре около 1500° неметаллические примеси в значительной части удаляются и так называемые химические напряжения сильно уменьшаются. Установлено, что в результате такой обработки максимальная проницаемость возрастает от 10 000 до 340 000 μ^2 (рис. 22) и одновременно сильно уменьшается механическая твердость.

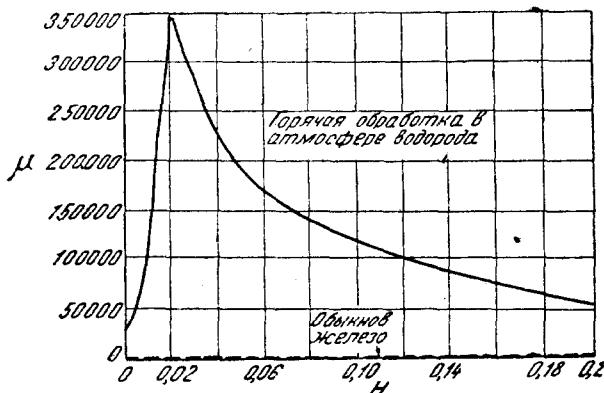


Рис. 22. Кривые проницаемости обыкновенного железа и железа, очищенного термической обработкой в атмосфере водорода при 1500° (Чиофи)

После уничтожения как химических напряжений, так и напряжений, вызванных холодной обработкой, необходимо учесть еще один вид остаточного напряжения, связанного с магнитострикцией. Эти напряжения обычно беспорядочно направлены, поскольку они связаны с хаотично ориентировочными элементарными областями; однако с помощью указанного ниже способа им можно придать расположение, благоприятствующее намагничиванию в одном желательном направлении в ущерб для легкости намагничения в перпендикулярных направлениях. Таким способом является горячая обработка в присутствии магнитного поля. Не вдаваясь в более подробные объяснения, мы в дальнейшем изложим опытные данные, полученные за последние два года.

Если держать прокаленный образец пермаллоя 65 в течение нескольких минут при температуре 650° , одновременно подвергая его воздействию магнитного поля в 10 эрстедов, то максимальная проницаемость возрастает, начиная приблизительно от 20 000 до 600 000 и выше (сравн. рис. 23). Этот материал дает рекордные значения

максимальной проницаемости, наименьшую коэрцитивную силу и наименьшие потери на гистерезис при высоких значениях индукции. Любопытно сравнить данный материал с наиболее проницаемым материалом, известным в 1900 году, каковым являлось тогда же лезо с максимальной проницаемостью, не достигавшей 3000.

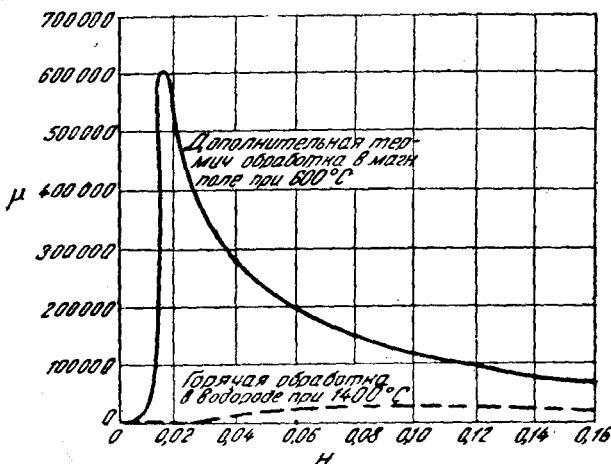


Рис. 23. Кривые проницаемости фермаллоя 65 (после горячей обработки в атмосфере водорода и дополнительной горячей обработки в магнитном поле (Дилингер и Бозорт)

До сих пор нами рассматривалось только воздействие напряжения на ориентацию элементарных областей в средних и высоких полях. Однако напряжения влияют также и на начальную проницаемость. Выше уже было сказано, что в очень слабых полях изменение намагниченности связано с перемещением границ элементарных областей, т. е. с ростом элементарных областей, параллельных полю, за счет соседних областей с менее благоприятной ориентацией. Этому росту, понятно, мешает напряжение. Начальная проницаемость связана с внутренним напряжением и другими магнитными свойствами следующим уравнением ³⁷:

$$\mu_0 = \frac{0,018 (B - H)_s^2}{\left(\frac{\Delta I}{l}\right)_s \cdot \sigma_i},$$

где μ_0 — начальная проницаемость $(B - H)_s$ и $\left(\frac{\Delta I}{l}\right)_s$ — индукция и магнитострикция железа при насыщении, σ_i — среднее значение внутреннего напряжения, выраженное в динах на квадратный сантиметр.

Если даже в теле отсутствуют внутренние напряжения, обусловленные примесями, недостаточным отжигом и т. д., в нем обычно имеются напряжения самой магнитострикции, которые вызывают рост одних элементарных областей за счет других (рис. 24). В этом случае напряжение, фигурирующее в предыдущем уравнении, равно модулю Юнга E , умноженному на растяжение магнитострикции

$$\sigma_i = E \left(\frac{\Delta l}{l} \right)_s,$$

и мы приходим к следующему уравнению:

$$\mu_0 = \frac{0,018 (B - H)^2}{\left(\frac{\Delta l}{l} \right)_s^2 E}.$$

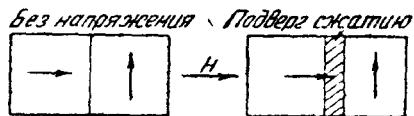


Рис. 24. Магнитострикция в заштрихованной области действует наподобие барьера, препятствуя дальнейшему изменению намагниченности

Этим уравнением дается теоретический верхний предел для μ_0 . Эти пределы, а также наивысшие экспериментальные значения для железоникелевых сплавов показаны на рис. 25. Отсюда видно,

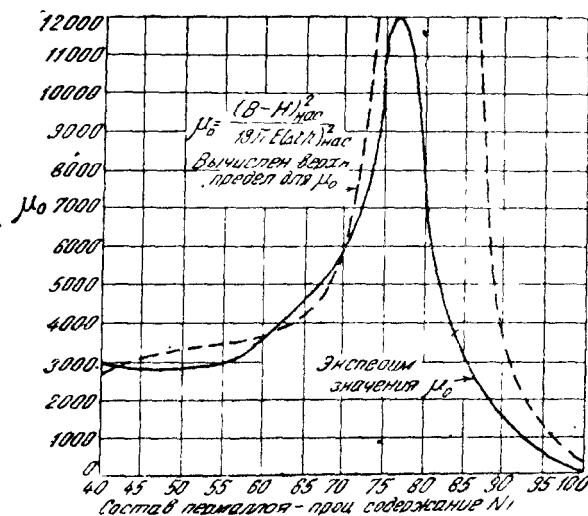


Рис. 25. Сравнение теоретического верхнего предела начальной проницаемости (Керстен) с высшей начальной проницаемостью, измеренной в железоникелевых сплавах (Арнольд и Эльмен, Шульце)

почему сплав пермаллой, имеющий наивысшую начальную проницаемость, весьма близок к сплавам с нулевым значением магнитострикции.

Влияния напряжения теперь должны быть вкратце подытожены. Причина этих действий заключается в магнитном взаимодействии между соседними атомами. Магнитное взаимодействие уравновешивается упругими (электростатическими) междуатомными силами. Уравновешивание этих двух сил приводит к изменению формы тела при его намагничивании (магнитострикция), а также к изменению намагниченности, обусловленной. Однородное прямолинейное напряжение может как способствовать, так и мешать намагничиванию; явление зависит от магнитострикции, причем характер этой зависимости может быть установлен в качественном, но не в количественном отношении. Более трудным является намагничивание материала с беспорядочно направленными местными напряжениями, так как последние препятствуют изменению намагниченности; с интенсивностью этих напряжений растет трудность намагничивания или размагничивания тела. Влияние местных напряжений на начальную проницаемость с успехом поддается вычислению, другие же магнитные свойства, как, например, макси-

ТАБЛИЦА 2

Краткие данные о носителях магнитных свойств

Носитель	Основное свойство носителя	Причина свойства	Величина носителя
Электрон	Магнитный момент	Спин электрона	Один спин на электрон
Парамагнитный атом		Нескомпенсированные спины и орбитальное движение электронов	4,3 и 2 нескомпенсированных спина на атом Fe, Co и Ni соответственно
Элементарная область	Ферромагнетизм Изменение свойств при точке Кюри	Обмен между электронами соседних атомов	Объем элементарной области равен приблизительно 10^{-8} см^3
Монокристалл или область однородного напряжения	Кристаллическая анизотропность, магнитострикция, стриктомагнетизм	Магнитные междуатомные силы	10^{-8} элементарных областей в 1 см^3
Поликристалл	Ориентация—среднее из ориентаций монокристаллов и напряжений	Совместное влияние монокристаллов и напряжений	Размер тела

мальная проницаемость, пока могут быть определены лишь качественным образом *.

В заключение приведем следующую таблицу (табл. 2).

ЛИТЕРАТУРА

Книги

1. E. C. Stoner, *Magnetism and Matter*, Methuen, London, 1934.
2. J. A. Ewing, *Magnetic Induction in Iron and other Metals*, Electrician, London, 3d. ed. 1900.
- 2a. H. du Bois, *Magnetische Kreise*, Springer, Berlin 1894.
3. K. Honda, *Magnetic Properties of Matter*, Syokwabo, Tokyo 1928.
- 3a. В. К. Аркальев, Электромагнитные процессы в металлах. М. И. 1935, II ч. 1936.
4. W. S. Messkinn и A. Kussmann, *Die ferromagnetischen Legierungen*, Springer, Berlin 1932.
- 4a. В. С. Меськин, Промышленные магнитные сплавы. Госмашметиздат, М.—Л. 1932.

Новые обзорные статьи

5. R. Becker, *Theorie der Elektrizität*, Teubner, Leipzig, Ab. 4, Bd. 2, 1933.
6. R. Becker и R. Landshoff, *Magnetismus, Die Physik in regelm. Ber.*, 3, N 2, 110, 1935.
7. F. Bloch, *Handbuch der Radiologie*, Akad. Verlag, Lpz. 2 Aufl. 6, 604, 1934.
- 7a. Ф. Блох. Молекулярная теория магнетизма, ОНТИ, Л.—М. 1936 (перевод Б. И. Давыдова).
8. H. Bethe, *Handbuch der Physik* (Geiger и Scheel), Springer, Berlin, 2 Aufl., 24, 2 Teil 585, 1933.
9. A. Kussmann, *Stand der Forschung und Entwicklung auf dem Gebiet der ferromagnetischen Werkstoffe*, Archiv f. Elektrotechnik, 29, 297, 1935.
10. W. C. Ellis a. E. E. Schümacher, *Magnetic Materials, Metals a. Alloys*, 5, 269, 1934; 6, 26, 1935.

Оригинальные статьи

11. T. D. Yensen, A. I. E. E. Trans., 34, 2601, 1915.
12. P. P. Cioffi, *Phys. Rev.*, 45, 742, 1935; а также неопубликованные данные.
13. C. F. Burgess a. J. Aston, *Met. a. Chem. Engg.*, 8, 23, 1910.
14. J. F. Dilling a. R. M. Bozorth, *Physics*, 6, 279, 1935; см. также более раннюю статью G. A. Kelsall, *Physics*, 5, 169, 1934.
15. G. Panebianco, *Rend. d. Napoli*, 16, 215, 1910.
16. H. D. Arnold a. G. W. Elmen, *Frankl. Inst. Journ.*, 195, 621, 1923.

* Автор в настоящей статье рассматривает исключительно явления магнетостатики вещества, т. е. ферромагнитные свойства в постоянном поле. В настоящее время мы располагаем большим материалом, касающимся явлений намагничивания в переменных полях: в периодических, а также в мгновенно возникающих или исчезающих. Эта область явлений, объединяемых общим названием магнетодинамики, подробно рассмотрена в ряде исследований, см.^{3a}. (Прим. перевод.)

17. G. W. Elmen, Frankl. Inst. Journ., **206**, 317, 1928.
18. E. H. Williams, Phys. Rev., **6**, 404, 1915.
19. T. D. Yensen, Gen. Elec. Rev., **19**, 881, 1915.
20. K. Honda, H. Masumoto a. I. Shirakawa, Sci. Rep. Tokoku Imp. Univ., **23**, 365, 1934.
21. S. J. Barnett, Rev. Mod. Phys., **7**, 129, 1934.
22. А уверс, Успехи физич. наук, **15**, 480, 1935 (перевод Н. Н. Малова).
23. J. C. Slater, Phys. Rev., **36**, 57, 1930; см. также ⁸.
24. W. Heisenberg, Z. Physik, **49**, 619, 1928.
25. G. Urbain, P. Weiss et F. Trombe, C. R., **200**, 2132, 1935.
26. R. M. Bozorth a. J. F. Dillinge, Phys. Rev., **35**, 733, 1930.
27. В. Аркадьев, ДАН, **12**, 1927; C. R. **184**, 1233, 1927: Электричество, **8**, 255, 1927.
28. N. S. Akulov, Z. Physik, **67**, 794, 1931; см. также G. Mahajan i Phil. Trans. Ray. Soc., **A 228**, 63, 1929 см. 1 кже⁸.
29. L. W. Mc Keehan a. W. C. Elmore, Phys. Rev., **46**, 226, 1934; а также частное сообщение. См. также L. v. Hamos u. P. A. Thiesen, Z. Physik, **75**, 562, 1932; F. Bitter, Phys. Rev., **41**, 507, 1932.
30. R. M. Bozorth, Phys. Rev., **42**, 882, 1932.
31. G. Dahl u. F. Pfaffenberger, Z. Physik, **71**, 93, 1931.
32. N. P. Goss, Trans. A. S. Metals, **22**, 1133, 1934.
33. R. M. Bozorth, Trans. A. S. Metals, **23**, 1107, 1935.
34. O. E. Buckley a. L. W. Mc Keehan, Phys. Rev., **26**, 261, 1925.
35. J. F. Dillinge a. F. E. Hargorth: Неопубликованные данные.
36. W. Köster, Stahl u. Eisen, **53**, 849, 1933.
37. M. Kersten, Z. techn. Phys., **12**, 665, 1931. Работа базируется на более ранней: R. Becker, Z. Physik, **62**, 253, 1930.