

К 40-ЛЕТИЮ ИНСТИТУТА ОБЩЕЙ ФИЗИКИ ИМ. А.М. ПРОХОРОВА РАН (ИОФ РАН)

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

# Акустические характеристики морского дна и их влияние на дальнейшее распространение звука на арктическом шельфе

А.А. Луньков, В.А. Григорьев, В.Г. Петников

*Представлен обзор результатов исследований дальнего распространения низкочастотных акустических волн в мелководных акваториях на расстояниях, много больших, чем глубина водного слоя. Основное внимание уделено особенностям формирования звуковых полей, обусловленным неоднородностями структуры морского дна. Особо отмечено влияние физических характеристик дна на затухание и рефракцию акустических волн. Акцент сделан на распространение звука на арктическом шельфе, где неоднородности верхнего слоя донных осадочных пород выражены особенно ярко. Приведены примеры указанных неоднородностей, полученные при 3D сейсморазведке и мелководном бурении морского дна.*

**Ключевые слова:** акустика мелкого моря, волновод со случайными неоднородностями

PACS numbers: 43.30. – k, 43.30. + m, 92.10.Vz

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2023.10.039600>

## Содержание

1. Введение (184).
2. Пример структуры дна на арктическом шельфе (187).
3. Акустическая модель мелководного волновода с неоднородным дном (188).
4. Распространение звука в волноводе с плавными неоднородностями (191).
  - 4.1. Зависимость потерь при распространении от скорости звука в дне.
  - 4.2. Затухание звука в волноводе с неоднородным дном.
5. Учёт взаимодействия мод при описании звукового поля (195).
  - 5.1. Особенности взаимодействия мод при различных значениях скорости звука в дне.
  - 5.2. Учёт взаимодействия мод при оценке затухания звука в волноводе с неоднородным дном.
6. Горизонтальная рефракция звуковых волн в волноводе с неоднородной структурой дна (197).
  - 6.1. Идеализированный волновод с линейным изменением скорости звука в дне.
  - 6.2. Мелководный волновод с неоднородным дном.
7. Проявление эффектов взаимодействия мод и горизонтальной рефракции при использовании широкополосных сигналов (201).
  - 7.1. Идеализированный волновод с линейным изменением скорости звука в дне.
  - 7.2. Мелководный волновод с неоднородным дном.

8. Заключение (206).

Список литературы (206).

## 1. Введение

Понятие "мелкого моря" возникло в подводной акустике давно и главным образом связано с изучением дальнего распространения ( $r \gg H$ , где  $r$  — расстояние,  $H$  — глубина) низкочастотных звуковых волн (менее 1 кГц) на океанском шельфе [1, 2]. Распространение звука в мелком море носит волноводный характер, где границами волновода являются верхняя поверхность моря и дно. На лучевом языке можно сказать, что звуковое поле на дальних дистанциях в основном формируется лучами, многократно отражёнными от дна. В связи с этим принципиальным отличием мелкого моря от глубокого океана является существенное влияние дна и главным образом его верхнего осадочного слоя на формирование звукового поля. Хорошей иллюстрацией данного утверждения является работа [3], где продемонстрирована чувствительность потерь при распространении к вариациям параметров верхнего слоя донных осадочных пород в эксперименте Shallow Water 2006, проведённом на атлантическом шельфе США.

Особенно ярко влияние дна проявляется на арктическом шельфе. Подтверждением этого, например, является сильное пространственное затухание звука в придонном звуковом канале (акустическом волноводе, образованном дном и поверхностью воды), измеренное в экспериментах, проведённых Институтом общей физики им. А.М. Прохорова РАН (ИОФ РАН). Эксперименты были выполнены в семи разных районах Баренцева моря на акустических трассах протяжённостью до 400 км. Трассы располагались в южной части исследуемой аква-

А.А. Луньков<sup>(1,а)</sup>, В.А. Григорьев<sup>(1,2,б)</sup>, В.Г. Петников<sup>(1,с)</sup>

<sup>(1)</sup> Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, ул. Вавилова 38, 119991 Москва, Российская Федерация

<sup>(2)</sup> Воронежский государственный университет, Университетская пл. 1, 394018 Воронеж, Российская Федерация

E-mail: <sup>(а)</sup> [lunkov@kapella.gpi.ru](mailto:lunkov@kapella.gpi.ru), <sup>(б)</sup> [grig4@yandex.ru](mailto:grig4@yandex.ru),<sup>(с)</sup> [petniko@kapella.gpi.ru](mailto:petniko@kapella.gpi.ru)

Статья поступила 15 августа 2023 г.,  
после доработки 4 октября 2023 г.

тории. Излучение сигналов осуществлялось с помощью буксируемых квазиточечных источников звука, а для приёма применялась вертикальная цепочка гидрофонов, перегородившая большую часть волновода. Коэффициент затухания звукового поля вычислялся как тангенс угла наклона экспериментальной логарифмической зависимости интенсивности звука  $\bar{\delta}(r, z)$  от расстояния  $r$  при глубине приёма  $z$ . (Черта сверху означает пространственное усреднение по интервалу, превышающему пространственный период интерференционных биений. Уменьшение интенсивности, связанное с геометрическим расширением фронта звуковой волны, исключалось из рассмотрения.) Более подробно методика оценки коэффициента затухания звука описана в работе [4]. Результаты измерений коэффициента затухания для каждой трассы при разных глубинах приёма усреднялись по глубине. Среднее значение коэффициента затухания при частоте звука 100 Гц для указанных трасс оказалось равным  $\bar{\beta} = 0,106 \pm 0,057$  дБ км $^{-1}$ , что как минимум на порядок выше аналогичных значений, зарегистрированных в глубоком океане, где звук не взаимодействует с дном.

Здесь следует обратить внимание на достаточно большой доверительный интервал для значений  $\bar{\beta}$ , который, как показали дополнительные расчёты, не может быть связан с разными глубинами акватории и с разными зависимостями скорости звука в воде от глубины вдоль исследуемых акустических трасс. (Методика расчётов описана ниже.) Причиной этого, по-видимому, являются квазислучайные неоднородности морского дна с разными акустическими свойствами и с разными горизонтальными и вертикальными пространственными масштабами. Такая гипотеза косвенным образом подтверждается и распределением плотности в верхнем (0–5 м) слое осадочных пород, измеренным при отборе проб грунта в Баренцевом море с шагом  $\approx 30$  км, полученных в Институте океанологии им. П.П. Ширшова РАН с помощью геологических трубок [5] (рис. 1). Данное распределение, с заметными изменениями плотности от точки к точке, получено вдоль прямой линии, пересекающей центральную часть Баренцева моря от его южных до северных границ.

Следует отметить, что сильная пространственная изменчивость всех характеристик морского дна имеет место в различных районах океанского шельфа (см., например, [6]). Однако арктический шельф имеет свои специфические особенности, отчасти связанные с выходом природного газа с больших глубин [7]. В результате в северных морях России по данным низкочастотного сейсмопрофилирования наблюдаются:

- слоистые области осадков длиной до десятков километров, в том числе и с выклинивающимися слоями;
- узкие вертикальные каналы, связанные с выходами природных газов, с покмарками (кратерами) на границе вода – дно;
- диапироподобные структуры (кулообразные складки, возникающие путём выдавливания газом снизу высокопластичных пород);
- палеодолины рек, заполненные материалом, отличающимся от вмещающих отложений.

Наряду с этим, как показали геофизические исследования последних лет [8, 9], наблюдается чередование участков мёрзлых, талых (многолетнеохлаждённых) и газонасы-

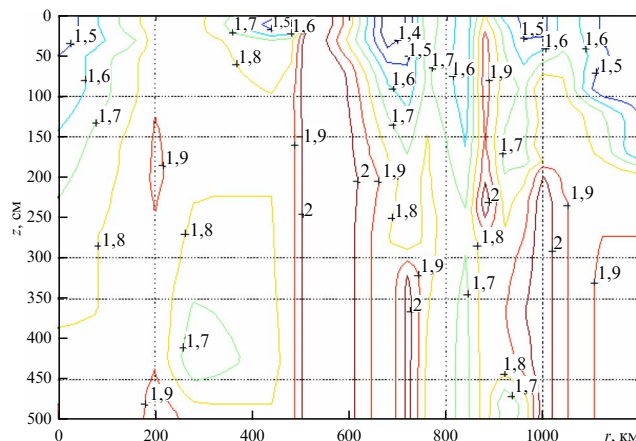


Рис. 1. Распределение плотностей (г см $^{-3}$ ) в верхнем слое донных осадков в Баренцевом море. Цветными линиями показаны изолинии плотности.

щенных грунтов [10] с широким диапазоном возможных значений физических параметров верхнего слоя донных осадочных пород: скорости звука, плотности и коэффициента затухания звука в дне.

Таким образом, с точки зрения физической акустики верхний осадочный слой представляет собой среду, характеризующуюся случайным пространственно-распределённым удельным акустическим импедансом (волновым сопротивлением)  $Z_1 = c_1 \rho_1 / (1 + i \alpha_1 / 2)$ , где  $c_1$ ,  $\rho_1$  и  $\alpha_1$  — локальные значения скорости звука, плотности и параметра потерь, определяющего мнимую часть волнового числа в морском дне  $k_1$ , соответственно ( $k_1 = \omega(1 + i \alpha_1 / 2) / c_1$ ,  $\omega$  — частота звука). К сожалению, случайно-неоднородные пространственные поля физических величин  $c_1$ ,  $\rho_1$  и  $\alpha_1$ , как правило, неизвестны. В связи с этим в акустике мелкого моря часто предполагается, что морское дно является однородной жидкой средой с некоторыми постоянными эффективными параметрами: скоростью звука  $c_1^{\text{eff}}$ , плотностью  $\rho_1^{\text{eff}}$  и параметром потерь  $\alpha_1^{\text{eff}}$  (см. [2] и цитируемые там работы). Эффективные параметры обычно выбираются так, чтобы экспериментальные  $\delta_e$  и расчётные  $\delta_{\text{th}}$  кривые затухания звукового поля

$$\delta_{e, \text{th}}(r, z) = 10 \lg \frac{I_{e, \text{th}}(r, z)}{I_{e, \text{th}}(r_0, z)} + 10 \lg \frac{r}{r_0} \quad (1)$$

были максимально близки друг к другу. Здесь  $I_{e, \text{th}}(r, z)$  — интенсивность звукового поля (экспериментальная  $e$  и расчётная  $\text{th}$  соответственно) на расстоянии  $r$  по горизонтали от источника звука и на глубине  $z$ ,  $r_0$  — начальное расстояние, обычно выбираемое из соображений адекватности используемой методики расчётов.

Рассмотрим данный метод выбора параметров дна более подробно на примере результатов исследований, выполненных ИОФ РАН в Баренцевом море (рис. 2). Здесь частота излучения составляла  $f = \omega / 2\pi = 100$  Гц. Величина  $r_0$  выбиралась равной 0,5 км. Глубина моря составляла  $H \approx 230$  м. Глубины источника  $z_0$  и приёмника  $z$  были равны  $z_0 = 40$  м и  $z = 65$  м. В качестве определяемого эффективного параметра выбирался коэффициент затухания звука в дне  $\beta_{1f} = 27,3 \alpha_1 / c_1$  [дБ (км Гц) $^{-1}$ ]. Стоит отметить, что для этого коэффициента характерна наибольшая неопределённость в выборе его адекватной

<sup>1</sup> Доверительный интервал, рассчитанный с помощью критерия Стьюдента, соответствует вероятности 0,95 %.

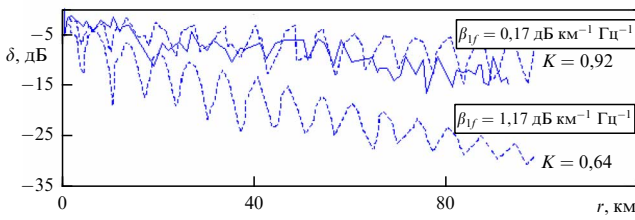


Рис. 2. Экспериментальная (сплошная) и расчётные (штриховые) зависимости  $\delta(r, z)$  при разных значениях коэффициента затухания в морском дне  $\beta_{1f}$ .

величины по сравнению с другими параметрами дна: скоростью звука  $c_1$  и плотностью  $\rho_1$ . Степень близости экспериментальных и расчётных кривых затухания на рис. 2 оценивалась с помощью следующего критерия:

$$K = \bar{K} + \tilde{K}, \quad \delta_{e, th} = \bar{\delta}_{e, th} + \tilde{\delta}_{e, th}, \quad (2)$$

$$\bar{K} = \frac{\int_0^r \bar{\delta}_e \bar{\delta}_{th} dr}{\int_0^r \bar{\delta}_e^2 dr + \int_0^r \bar{\delta}_{th}^2 dr}, \quad \tilde{K} = \frac{\int_0^r \tilde{\delta}_e \tilde{\delta}_{th} dr}{\int_0^r \tilde{\delta}_e^2 dr + \int_0^r \tilde{\delta}_{th}^2 dr},$$

где  $\bar{\delta}_{e, th}$  соответствует интенсивности  $\langle I \rangle$  звукового поля, усреднённой по продольному пространственному интервалу, большему, чем максимальный горизонтальный масштаб интерференционных биений,  $\tilde{\delta}_{e, th}$  соответствует флуктуационной части интенсивности  $\tilde{I} = I - \langle I \rangle$ . Наилучшему соответствию эксперимента и расчёта отвечает величина  $K$ , близкая к единице. Как видно на рис. 2, экспериментальные и расчётные зависимости оказались максимально близкими друг к другу ( $K = 0,92$ ) при  $\beta_{1f} = 0,167$  [дБ (км Гц) $^{-1}$ ]. Это значение и считалось эффективным. При расчётах предполагалось, что  $c_1 = 1630$  м с $^{-1}$ ,  $\rho_1 = 2$  г см $^{-3}$ .

Известен также подход, когда морское дно представляется в виде неконсолидированного или консолидированного осадочного слоя, лежащего на упругом полупространстве (см., например, [2, 11–14]). В данном случае эффективными считаются также плотность  $\rho_2^{eff}$  и скорости распространения продольных и поперечных волн в полупространстве:  $c_2^{eff}$  и  $c_{2s}^{eff}$ , а также скорость поперечных волн в слое  $c_{1s}^{eff}$ , если он предполагается консолидированным. В некоторых работах рассматриваются и более сложные модели с несколькими слоями над полупространством, где для каждого слоя выбираются свои эффективные параметры [15–17]. При этом величины указанных параметров для всех перечисленных выше моделей обычно выбираются такими, при которых затухание звука в водном слое при волноводном распространении оказывается примерно тем же самым, как и для реального случайно-неоднородного дна.

Величины  $c_1$  и  $\rho_1$  изменяются практически случайным образом в пределах одной и той же мелководной акватории. Их статистические распределения различны для разных мелких морей, причём, по-видимому, наибольшей дисперсией данные случайные величины обладают на арктическом шельфе. При этом в указанной акватории характерные пространственные масштабы изменений данных величин невелики, в среднем менее 10 км. В настоящее время с развитием техники скоростного анализа данных 3D сейсморазведки появилась возможность измерять зависимость скорости звука  $c_1$  от пространственных координат для заданных районов океанского

шельфа. (Методика таких измерений с использованием отражённых волн изложена, например, в [18–20].) Если сейсморазведка также сопровождается бурением дна с отбором проб грунта и измерением плотности, то для акустики мелкого моря открываются новые задачи по изучению распространения акустических волн в мелководных акваториях с дном, импеданс которого приближённо известен и как-то меняется по трассе распространения звука. Среди таких задач в первую очередь следует отметить получение сравнительных оценок затухания акустического поля в водном слое при удалении от источника звука в разных направлениях, т.е. вдоль акустических трасс, проходящих над дном с заметно отличающимся и переменным импедансом. Здесь же возникает задача о сопоставлении реальной средней скорости звука в морском дне и эффективной скорости звука.

Особенностями вышеперечисленных задач является учёт ситуаций, когда  $c_1 \approx c$ , где  $c$  — скорость звука в водном слое. Такое дно будем называть водоподобным.

Информация об изменении импеданса с высоким пространственным разрешением позволяет оценить и горизонтальную рефракцию акустических волн, обусловленную вариациями акустических свойств морского дна. Речь идёт об изменениях, имеющих место поперёк направления распространения волн. Эффекты горизонтальной рефракции звука в океане изучаются довольно давно. Первые теоретические исследования по указанной тематике были проведены в 1980-х гг. [21, 22]. Результаты экспериментальных наблюдений содержатся, например, в работах [23–25], однако во всех упомянутых здесь работах основанием для рефракции служили либо поперечные изменения глубины волновода, либо гидродинамические возмущения водной толщи (внутренние волны, мезомасштабные вихри и т.д.). О возможных изменениях характеристик морского дна, вызывающих горизонтальную рефракцию, упомянуто лишь в работе [26]. Здесь это волновое явление изучалось на мелководном атлантическом шельфе США, где также имели место поперечные вариации глубины, которые в конечном итоге и были основной причиной горизонтальной рефракции.

В отличие от атлантического шельфа США, для большинства районов арктического шельфа России характерны плавные изменения глубины. Например, в упомянутых выше исследованиях, проведённых ИОФ РАН в Баренцевом море, градиент вариаций глубины не превышал  $\Delta H/\Delta r \leq 10^{-3}$ . С учётом этого факта на арктическом шельфе горизонтальная рефракция, обусловленная только изменениями свойств дна, может быть хорошо заметна.

В настоящей обзорной статье в рамках единого подхода развиваются и обобщаются результаты описания низкочастотных звуковых полей на арктическом шельфе в районах с почти постоянной глубиной и пространственно-неоднородным дном. Характеристики дна (скорость звука и отчасти плотность) известны и получены в результате геофизических исследований. Основное внимание уделяется оценкам интенсивности звуковых полей на расстояниях от источника звука, много больших, чем глубина волновода. В том числе рассматривается ситуация, когда амплитуда звукового поля зависит не только от затухания акустических волн вдоль прямой линии, проведённой от источника до приёмника звука, но и от степени отклонения звукового луча от этой прямой, обусловленного горизонтальной рефракцией. Исследо-

вания выполнены в ИОФ РАН. Используются данные 3D сейсморазведки, результаты пробного бурения и численное моделирование (см. подробнее работы [27–31]).

Расчёты базируются на модовом описании звукового поля. При этом следует акцентировать внимание на используемых методических приближениях. В частности, скоростной анализ в 3D сейсморазведке не даёт возможность оценить величину  $\alpha_1$ , определяющую затухание акустических волн в донных осадочных породах. Поэтому коэффициент затухания звука в дне  $\beta_{1f} = 27,3\alpha_1/c_1$  выбирался на основе литературных данных, для которых в свою очередь характерен значительный разброс возможных значений. В настоящей работе предполагалось, что коэффициент не зависит от пространственных координат и зависит от частоты:  $\beta_{1f} = 1,07 \times 10^{-4} f^{1,6}$  [дБ (км Гц) $^{-1}$ ] [32], где  $f$  — частота в Гц. Множитель  $1,07 \times 10^{-4}$  выбирался таким образом, чтобы его величина на частотах 100–250 Гц была равна типичному значению для восточной мелководной части Баренцева моря, установленному в экспериментах, проведённых в ИОФ РАН (см. выше). Имеющиеся результаты пробного бурения в исследуемом районе также были явно недостаточны для составления пространственного распределения плотности дна  $\rho_1$ . В связи с этим величина  $\rho_1$  при моделировании полагалась постоянной и равной среднему значению плотности в дне, полученному при бурении скважин.

Следует подчеркнуть, что все расчёты проводились в приближении постоянства скорости звука  $c$  в морской воде и в отсутствие ледового покрова, реализующемся на интервале времени, когда проводилась указанная сейсморазведка (летне-осенний период). Конечно, величина  $c$  может зависеть от глубины  $z$ , причём градиент вертикального профиля скорости звука  $c(z)$  изменяется в течение года от заметных отрицательных значений летом до положительных значений зимой. Количественно результаты расчётов зависят от выбранного профиля  $c(z)$ , однако качественно, как показали дополнительные расчёты, они не меняются. В настоящем обзоре мы приводим результаты только для  $c(z) = \text{const}$ . Эти результаты, с одной стороны, отражают некоторую "среднюю" ситуацию для мелководного (глубина  $H \leq 30$  м) арктического шельфа, с другой — соответствует одной из типичных ситуаций<sup>2</sup>. Таким образом, мы хотим сосредоточить внимание читателя на влиянии морского дна на распространение звука.

Распространение звука рассматривалось на небольших расстояниях (до 10 км) и на низких частотах (до 1 кГц). Такой выбор исходных параметров был связан с задачей охраны морских млекопитающих в Арктике от интенсивных акустических шумов антропогенного происхождения. Поля интенсивных акустических шумов с указанными параметрами обычно возникают при сейсморазведке углеводородного сырья. Прогноз их интенсивности необходим для решения данных задач.

<sup>2</sup>Заметим, что на океанском шельфе наблюдаются и случайные пространственно-временные флуктуации скорости звука в воде, обусловленные происходящими в этих акваториях гидродинамическими процессами и, в частности, внутренними волнами. Такие неоднородности в принципе могут влиять на обсуждаемые в настоящей работе закономерности при распространении звука [56]. Однако заметный уровень таких флуктуаций характерен в первую очередь для атлантического и тихоокеанского шельфов.

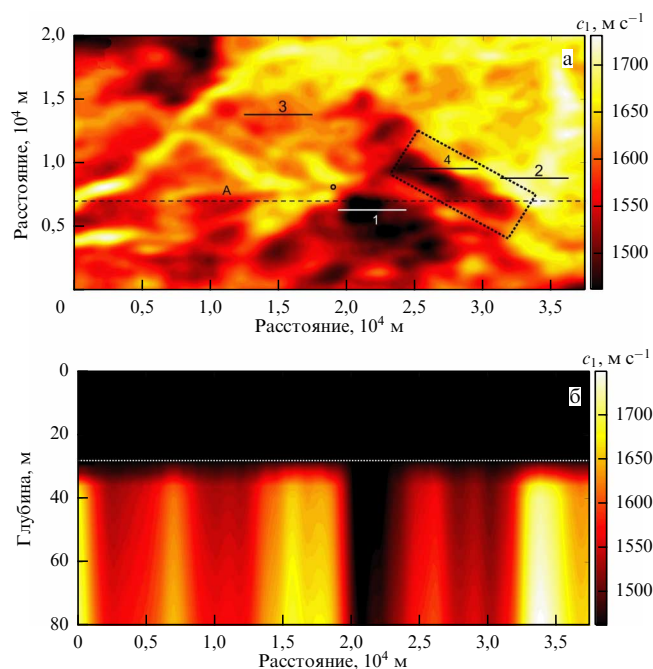


Рис. 3. (а) Горизонтальный и (б) вертикальный (вдоль линии А) разрезы поля скорости звука в дне, полученные при 3D сейсморазведке в Карском море. Горизонтальный пунктир на рис. б показывает границу раздела вода–грунт. Пронумерованными отрезками 1–4 на рис. а показаны акустические трассы, вдоль которых анализировалось распространение звука. Пунктирным прямоугольником отмечен район, где изучались межмодовое взаимодействие и горизонтальная рефракция звука.

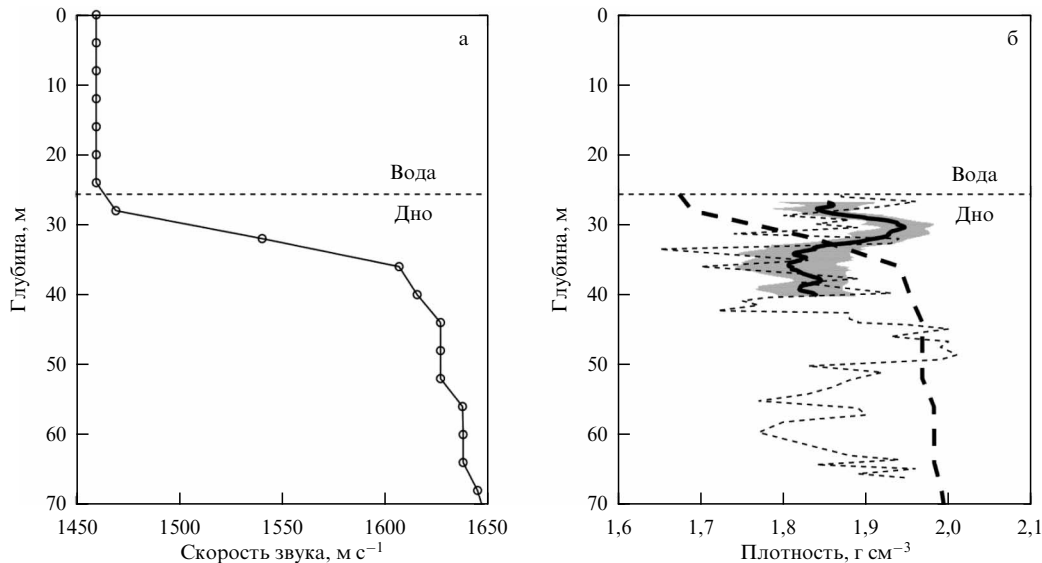
## 2. Пример структуры дна на арктическом шельфе

В настоящем разделе в качестве примера приведены результаты 3D сейсморазведки и пробного бурения для одного из районов Карского моря, описанные в работе [27]. Данные представляют собой поле скорости звука в дне как функцию декартовых координат  $c_1(x, y, z)$ , где начало координат выбрано на верхней поверхности моря, ось  $z$  направлена вертикально вниз. Разрешение по оси  $z$  равно 4 м, по осям  $x$  и  $y$  разрешение в среднем составляет 100 м. Для иллюстрации на рис. 3 приведены разрезы поля скорости звука: горизонтальный и вертикальный (вдоль линии А), по которым можно судить о степени неоднородности донных осадков. Разрез на рис. 3а проведён по грунту на глубине 51 м при глубине моря 25–50 м. На разрезе рис. 3б граница вода–дно проходит примерно на постоянной глубине  $\approx 28$  м (показана на рис. 3б горизонтальным пунктиром).

На рисунке 3 обращают на себя внимание тёмные области в дне, ориентированные на рис. 3б практически вертикально. Это области водоподобного грунта, имеющие скорость звука в дне, близкую к скорости звука в воде ( $c = 1460$  м с $^{-1}$ ), и связанные с выходами газа из глубинных слоёв. На рисунке 3б также хорошо виден переходный приповерхностный донный слой толщиной около 10 м, покрывающий сверху всю акваторию дна, в котором скорость звука меняется от значений, близких к скорости звука в воде на поверхности дна, до соответствующих значений скорости звука в глубинных слоях.

Наличие низкоскоростного переходного слоя в верхней части донных отложений, где не наблюдается выхо-





**Рис. 4.** Экспериментальные профили (а) скорости звука и (б) плотности грунта в области, показанной на рис. 3а кружком. На рисунке б: сплошная линия — средний профиль плотности по 16 скважинам, серая область — доверительный интервал, тонкая волнообразная штриховая кривая — профиль плотности в самой глубокой скважине, жирная штриховая — теоретический профиль плотности, вычисленный по рис. а, в предположении отсутствия газа в грунте.

дов глубинного газа, может быть обусловлено двумя причинами: 1) наличием газа, образовавшегося при разложении местного органического вещества, а также посткриогенного газа; 2) наличием водонасыщенных илистых отложений, в которых, как известно, скорость звука близка к скорости звука в воде.

Для анализа указанных причин рассмотрим рис. 4, где приведено сравнение профилей скорости звука и плотности грунта на одной и той же вертикальной линии. Горизонтальные координаты этой линии показаны на рис. 3а кружком. На рисунке 4а приведён средний профиль скорости звука по масштабу усреднения:  $\Delta x \Delta y \Delta z = 100 \times 100 \times 4$  м. На рисунке 4б жирной сплошной линией изображён средний профиль плотности до глубины 40 м с учётом доверительного интервала (серым цветом закрашена область с доверительной вероятностью 0,95 по критерию Стьюдента). Измерения плотности проводились путём отбора проб из 16 скважин, пробуренных в дне и расположенных примерно равномерно в квадрате  $300 \times 300$  м. (Центр квадрата совпадает с центром кружка на рис. 3а.) Полное количество проб составляло 358. Размеры каждой пробы  $10 \times 10 \times 10$  см, шаг по вертикали варьировался в пределах 0,2–2,2 м при среднем шаге 0,8 м. Одна скважина была пробурена до глубины 65 м. Данные плотности из последней скважины показаны на рис. 4б тонкой штриховой линией.

Жирной штриховой на рис. 4б показан теоретический профиль плотности, вычисленный по профилю скорости звука (рис. 4а), в предположении отсутствия газа в грунте. Для вычислений использовались эмпирические формулы Эйкала [33], являющиеся обобщением экспериментальных данных по всему Мировому океану:  $c_1 = c(1,631 - 1,78\kappa + 1,2\kappa^2)$ ,  $\rho_1 = \rho(2,604 - 1,606\kappa)$ , где  $c = 1460$  м с<sup>-1</sup>,  $\rho = 1$  г см<sup>-3</sup> — скорость звука в воде и плотность воды у поверхности дна соответственно,  $\kappa$  — пористость грунта. Заметим, что формулы Эйкала хорошо согласуются с аналитическими выражениями для двухкомпонентной среды (вода плюс минеральные частицы) [34].

Из рисунка 4 видно, что монотонному увеличению скорости звука в дне на  $150$  м с<sup>-1</sup> при росте глубины на  $14$  м от поверхности дна должен соответствовать монотонный рост плотности от  $1,7$  до  $1,95$  г см<sup>-3</sup> при отсутствии газа в осадках. Однако реальная плотность грунта на рис. 4б является скорее в среднем неизменной с глубиной и равной  $1,85$  г см<sup>-3</sup>, чем следующей теоретической зависимости. Таким образом, по нашему мнению, приповерхностный осадочный слой следует считать трёхкомпонентным, т.е. содержащим газ с уменьшающейся по глубине концентрацией, что приводит к росту скорости звука.

Причины, приводящие к относительно равномерному распределению концентрации газа в верхнем донном осадочном слое с одновременным уменьшением концентрации с глубиной, нам не известны. По-видимому, дело в том, что, с одной стороны, помимо областей с интенсивным газовыделением имеет место повсеместное просачивание природного газа в небольших количествах через микротрещины. С другой стороны, имеет место механизм, препятствующий проходу микропузырьков газа через границу раздела вода–дно, что в итоге приводит к накоплению газа вблизи границы раздела. Этому может способствовать преимущественно глинистый состав самого верхнего придонного слоя голоценовых морских осадков. Не стоит исключать также возможных процессов разложения органики в приповерхностном слое осадков, сопровождающихся выделением газов.

### 3. Акустическая модель мелководного волновода с неоднородным дном

В соответствии с экспериментальными данными, представленными в разделе 2, рассмотрим модель волновода, состоящую из трёх слоёв и имеющую цилиндрическую симметрию относительно вертикальной оси  $z$  цилиндрической системы координат (рис. 5). Цилиндрическая симметрия в модели нужна для исключения горизонтальной рефракции звука при размещении источника на оси симметрии. Здесь мы предполагаем, что в реаль-

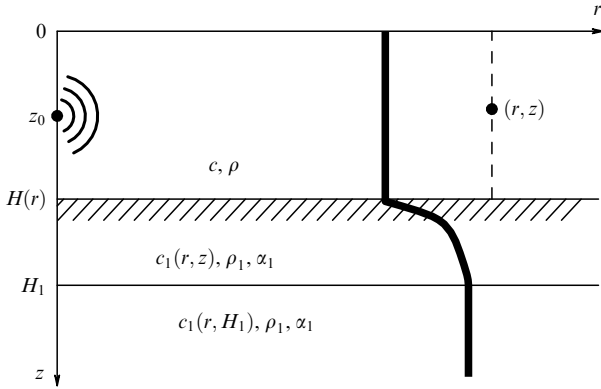


Рис. 5. Модель волновода.

ности эффекты горизонтальной рефракции есть, но они малы и заметны на трассах длиной до 5 км только при определённой ориентации этих трасс, о чём пойдёт речь в разделах 6 и 7. Обозначим  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ . Водный слой при  $0 < z < H(r)$  полагаем ограниченным сверху свободным полупространством и имеющим постоянные параметры  $c, \rho$  (скорость звука, плотность). Верхний слой дна при  $H(r) < z < H_1$  полагаем жидким, имеющим переменную скорость звука  $c_1(r, z)$  и постоянные значения параметров  $\rho_1$  и  $\alpha_1$ . Параметры нижнего слоя дна при  $H_1 < z < \infty$  полагаем равными параметрам вышележащего слоя при  $z = H_1$ :  $c_1(r, H_1), \rho_1, \alpha_1$ . Заметим, что параметры третьего слоя выбраны таковыми, чтобы исключить нежелательное отражение от границы раздела при  $z = H_1$ , ниже которой отсутствовали экспериментальные данные о структуре дна.

Пусть точечный ненаправленный источник частоты  $\omega = 2\pi f$  расположен в водном слое и имеет координаты  $(0, z_0)$ . Принимаемое звуковое давление в произвольной точке  $(r, z)$  волновода в момент времени  $t$  запишем в виде  $p = \text{Re} \{P_A \exp(-i\omega t)\}$ , где  $P_A = AP$  — комплексная амплитуда давления,  $A$  — величина, характеризующая мощность и начальную фазу источника (в дальнейшем не играет роли и для определённости примем  $A = 1$  Па м),  $P$  — функция Грина, находится путём решения уравнения Гельмгольца при соответствующих граничных условиях [35]:

$$\left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \hat{K}^2 \right\} P = -\delta(z - z_0) \frac{\delta(r)}{2\pi r},$$

$$P|_{z=0} = 0, \quad P|_{z=H-} = P|_{z=H+}, \quad m_1 \frac{\partial P}{\partial n} \Big|_{z=H-} = \frac{\partial P}{\partial n} \Big|_{z=H+}, \quad (3)$$

$$P|_{z=H_1-} = P|_{z=H_1+}, \quad \frac{\partial P}{\partial z} \Big|_{z=H_1-} = \frac{\partial P}{\partial z} \Big|_{z=H_1+},$$

где

$$\hat{K} = \begin{cases} k, & 0 < z < H \\ k_1, & z > H \end{cases}, \quad k = \frac{\omega}{c},$$

$$k_1(r, z) = \frac{\omega}{c_1(r, z)} \left( 1 + i \frac{\alpha_1}{2} \right), \quad m_1 = \frac{\rho_1}{\rho},$$

$\delta(\cdot)$  — дельта-функция Дирака,  $\partial/\partial n$  — производная по нормали к границе раздела слоёв. Дополнительным условием к (3), выделяющим единственное решение, является условие излучения на бесконечности, которое в случае поглощающего дна сводится к ограниченности амплитуды поля на бесконечности:  $|P| = O(1)$  при  $(r, z) \rightarrow \infty$ .

Решение задачи (3) будем искать в рамках модового подхода и метода поперечных сечений [2]:

$$P(r, z) = \sum_{m=1}^M P_m(r, z) = \sum_{m=1}^M A_m(r; z_0) \psi_m(r, z), \quad (4)$$

где  $P_m(r, z)$  — поле  $m$ -й моды,  $A_m(r; z_0)$  — амплитуда  $m$ -й моды,  $\psi_m(r, z)$  — локальный вертикальный профиль  $m$ -й моды. Модовые амплитуды  $A_m$  в (4) могут определяться как в адиабатическом приближении (таким образом мы будем действовать в настоящем разделе), так и с учётом межмодового взаимодействия или горизонтальной рефракции (см. последующие разделы). Профили мод (нормированные собственные функции)  $\psi_m$ , а также соответствующие им собственные значения  $\xi_m$  находятся из решения задачи Штурма – Лиувилля при  $0 \leq z \leq H_1$ :

$$\begin{cases} \psi_m'' + (\hat{K}^2 - \xi_m^2) \psi_m = 0, & 0 \leq z \leq H_1, \\ \psi_m(0) = 0, \\ \psi_m(H-) = \psi_m(H+), \quad m_1 \psi_m'(H-) = \psi_m'(H+), \\ \psi_m(H_1) + g_m \psi_m'(H_1) = 0, \\ \int_0^H \psi_m^2(z) dz + \frac{1}{m_1} \int_H^{H_1} \psi_m^2(z) dz + \frac{g_m}{2m_1} \psi_m^2(H_1) = 1, \end{cases} \quad (5)$$

где для краткости в списке параметров функции  $\psi_m(\cdot)$  оставлена переменная  $z$ , штрих означает производную по  $z$ . При  $z \geq H_1$  собственные функции равны  $\psi_m = \psi_m(H_1) \exp[i\varepsilon_{1m}(z - H_1)]$ . Величины  $g_m, \varepsilon_{1m}$  будут описаны ниже. Суммирование в (4) проводится по первым  $M$  модам дискретного спектра, достаточным для описания полного вклада дискретного спектра в поле на выбранном расстоянии от источника. Вклад непрерывного спектра в (4) не учитывается. Принимая во внимание оценки, полученные в работе [35], непрерывным спектром можно пренебречь на расстояниях, больших  $r \sim H$ , если при вычислении спектра мод используется разрез Пекериса. В этом случае в дискретном спектре кроме нормальных мод присутствуют так называемые квазимоды, что является необходимым условием расчёта поля для водоподобного дна ( $c \approx c_1$ ) на коротких расстояниях ( $r \sim (1-10)H$ ).

Уточним понятия дискретного и непрерывного спектров, нормальных мод и квазимод, а также тесно связанного с ними понятия разреза. В каждом поперечном сечении для так называемого волновода сравнения (т.е. для однородного по горизонтали волновода с параметрами исходного неоднородного волновода на расстоянии  $r$ ) задача, аналогичная (3), имеет точное решение, которое записывается в виде несобственного интеграла:  $P = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\xi) d\xi$ . Применяя теорию вычетов, интеграл можно преобразовать:

$$P = 2\pi i \sum_{m=1}^M \text{Res} [\phi(\xi), \xi_m] + \int \phi(\xi) d\xi = \text{DS} + \text{CS},$$

где DS — дискретный спектр (сумма вычетов функции  $\phi(\xi)$  в полюсах  $\xi_m \equiv \xi_m(r)$  при  $\text{Im} \xi \geq 0$ ), CS — непрерывный спектр (интеграл по берегам разреза, идущего от точки ветвления  $k_1(H_1) \equiv k_1(r, H_1)$ , которая обусловлена наличием у  $\phi(\xi)$  комплексного квадратного корня  $\varepsilon_{1m}$ , см. ниже). Заметим, что дискретный спектр — это фор-

мула (4), а непрерывный спектр появляется только для открытых волноводов, т.е. не ограниченных по глубине.

При описанном преобразовании интеграла разрез может быть проведён произвольно. Главное, чтобы выполнялась лемма Жордана и можно было применить теорию вычетов. В зависимости от способа проведения разреза меняется соотношение между DS и CS, но суммарное поле  $P$  остаётся неизменным. Обычно описание поля стараются свести только к дискретному спектру:  $P \approx DS$ . Поэтому важно найти такой разрез, который минимизировал бы непрерывный спектр.

При описании поля в нижнем полупространстве ( $z > H_1$ ) таким разрезом является EJP-разрез (по именам авторов: Ewing, Jardetzky, Press), который приводит к дискретному спектру, состоящему из полного и конечного числа нормальных мод [35, 53, 54]. При этом нормальные моды являются частными решениями однородного уравнения Гельмгольца, удовлетворяющими граничным условиям и условию излучения на бесконечности. При описании поля в верхних слоях волновода ( $0 < z < H_1$ ) кроме EJP-разреза может использоваться разрез Пекериса, который даёт дискретный спектр, состоящий из нормальных мод и квазимод [35, 53, 54]. Квазимоды имеют только одно отличие от нормальных мод — они не удовлетворяют условию излучения на бесконечности, т.е. если квазимоды продолжить в нижнее полупространство, то их амплитуда будет неограниченно возрастать с глубиной. По указанной причине разрез Пекериса нельзя использовать в нижнем полупространстве (не выполняется лемма Жордана). Однако указанная особенность квазимод не играет отрицательной роли в области их применения ( $0 < z < H_1$ ), где квазимоды фактически ничем не отличаются от нормальных мод. Более того, квазимоды играют положительную роль, поскольку берут на себя функцию описания части непрерывного спектра от EJP-разреза. Оценки показывают [35], что при маломодовом распространении звука использование EJP-разреза в водном слое приводит к приближительному равенству  $P \approx DS$  на расстояниях, больших  $r \sim 10H$ , а использование разреза Пекериса позволяет сократить данное расстояние до  $r \sim H$ .

Заметим, что, используя термин "квазимоды", мы следуем Л.М. Бреховских [55]. По его выражению, квазимоды являются "незаконными" модами, однако "вполне законно" используются как в акустике океана, например, при описании полей в волноводах с мягким дном ( $c < c_1$ ), так и в ряде смежных областей физики, например, при исследовании волн в электромагнитных и оптических волноводах. При этом стоит отметить, что квазимоды относятся к классу вытекающих мод и полностью составляют данный класс при анализе полей в волноводах без потерь.

Рассмотрим далее решение задачи (5). Она решается в поперечных сечениях при каждом фиксированном  $r$ . Учитывая однородность водного слоя и нижнего слоя дна, из (5) получаем:

$$\psi_m = N_m \begin{cases} \sin(\varepsilon_m z), & 0 \leq z \leq H, \\ \bar{\psi}_m(z), & H \leq z \leq H_1, \\ \bar{\psi}_m(H_1) \exp[i\varepsilon_{1m}(z - H_1)], & z \geq H_1, \end{cases} \quad (6)$$

$$\varepsilon_{1m} = \begin{cases} \varepsilon_{1m}^M, & \xi_m \notin C, \\ -\varepsilon_{1m}^M, & \xi_m \in C, \end{cases} \quad (7)$$

где  $\bar{\psi}_m(z)$  — решение задачи Штурма–Лиувилля при  $H \leq z \leq H_1$ :

$$\begin{cases} \bar{\psi}_m'' + (k_1^2 - \xi_m^2) \bar{\psi}_m = 0, & H \leq z \leq H_1, \\ \bar{\psi}_m(H) = \sin(\varepsilon_m H), & \bar{\psi}_m'(H) = m_1 \varepsilon_m \cos(\varepsilon_m H), \\ \bar{\psi}_m(H_1) + g_m \bar{\psi}_m'(H_1) = 0, \end{cases} \quad (8)$$

$$N_m = \left( \frac{H}{2} - \frac{\sin(2\varepsilon_m H)}{4\varepsilon_m} + \frac{1}{m_1} \int_H^{H_1} \bar{\psi}_m^2(z) dz + \frac{g_m}{2m_1} \bar{\psi}_m^2(H_1) \right)^{-1/2},$$

$\varepsilon_m = \sqrt{k^2 - \xi_m^2}$ ,  $\varepsilon_{1m}^M = \sqrt{k_1^2(H_1) - \xi_m^2}$ ,  $g_m = i/\varepsilon_{1m}$ ,  $C$  — область совместного выполнения условий  $\text{Im } \varepsilon_{1m}^M < 0$  и  $\text{Re } \xi_m > \text{Re } k_1(H_1)$ .

Все радикалы  $\sqrt{\cdot}$  в приведённых выше формулах и далее по тексту понимаются однозначно, как главное значение<sup>3</sup> комплексного квадратного корня, у которого  $\text{Re } \sqrt{\cdot} > 0$ . Если  $\text{Re } \sqrt{\cdot} = 0$ , то выбирается значение, у которого  $\text{Im } \sqrt{\cdot} > 0$ . Заметим, что такое правило отбора корней реализовано в программном пакете MATLAB (функция sqrt).

Формула (7) для вычисления радикала на верхнем листе римановой поверхности комплексной плоскости  $\xi$ , где ищутся собственные значения  $\xi_m$  задачи Штурма–Лиувилля (8), написана в соответствии с выбором разреза Пекериса, который проводится вертикально вверх от точки ветвления  $k_1(H_1)$ . Как было сказано выше, для открытых волноводов, лежащих на жидком подстилающем полупространстве, разрез Пекериса минимизирует вклад непрерывного спектра в полное поле по сравнению с EJP-разрезом в области выше границы полупространства, т.е. в воде и дне до глубины  $H_1$ . Это объясняется присутствием в дискретном спектре при разрезе Пекериса не только нормальных мод ( $\text{Im } \varepsilon_{1m} > 0$ ), но и квазимод ( $\text{Im } \varepsilon_{1m} < 0$ ).

Отметим особенности численного решения задачи Штурма–Лиувилля (8). Как известно, решение данной задачи сводится к поиску корней  $\xi_m$  уравнения вида  $\Phi(\xi) = 0$ , которое представляет собой граничное условие на нижней границе. Была предложена прямая методика нахождения  $\xi_m$ . Сначала в определённой прямоугольной области поиска на комплексной плоскости  $\xi$  на достаточно частой неравномерной сетке определялись локальные минимумы функции  $|\Phi(\xi)|$ . Затем положение локальных минимумов, т.е. положение  $\xi_m$ , уточнялось методом половинного деления до необходимой точности. Было обнаружено, что по мере непрерывного движения по неоднородной трассе, т.е. при переходе от одного поперечного сечения к другому, положения  $\xi_m$  на комплексной плоскости также непрерывно меняются (см. рис. 6, где показаны действительные и мнимые значения  $\xi_m$  на частоте 250 Гц в зависимости от координаты вдоль трассы 4, отмеченной на рис. 3а). При этом в некоторых поперечных сечениях наблюдались непривычные ситуации, когда комплексное собственное значение одной моды оказывалась непосредственно над аналогичным значением для другой моды:  $\text{Re } \xi_m = \text{Re } \xi_n$ ,  $\text{Im } \xi_m \neq \text{Im } \xi_n$  (см. поведение пунктирной линии на рис. 6). Заметим, что в таких ситуациях, а также при достаточно больших коэффициентах затухания звука в дне, свойственных арк-

<sup>3</sup> Второе, не главное, значение комплексного квадратного корня отличается от главного значения знаком.

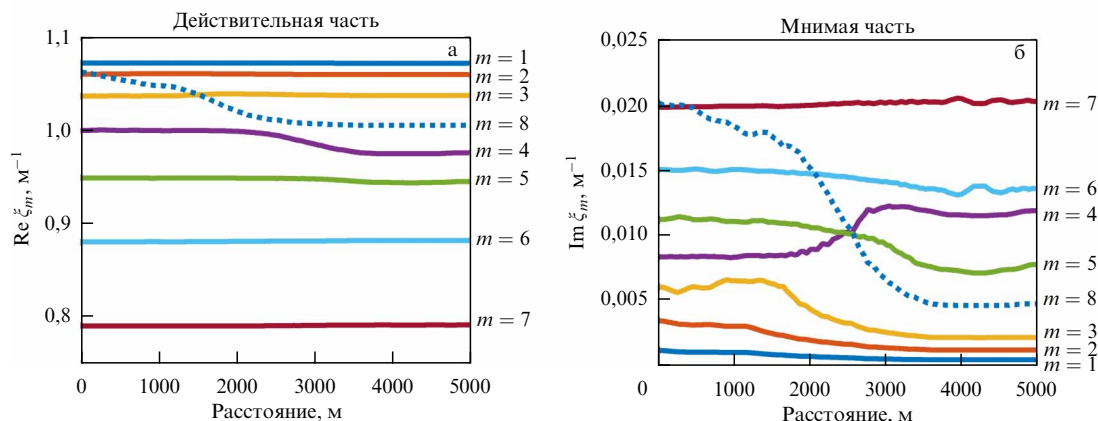


Рис. 6. (а) Действительные и (б) мнимые части собственных значений волноводных мод как функции расстояния при движении вдоль трассы 4 слева направо.

тическому шельфу, использование стандартных программ расчёта (например, KRAKEN) для поиска  $\xi_m$  может приводить к ошибкам. Более подробно методика расчёта собственных значений  $\xi_m$ , а также собственных функций  $\xi_m$  в неоднородном по трассе волноводе изложена в работах [27, 41].

Заметим, что для однородной модели дна при  $k_1 = \text{const}$  из (4)–(7) получаются известные выражения для  $\psi_m(z)$  для волновода Пекериса [1, 37].

На основе (4) при  $r \geq r_0$  будет вычисляться интенсивность  $I(r, z) = (2\rho c)^{-1} |P_A|^2$ , средняя по глубине интенсивность  $\bar{I}(r) = H^{-1} \int_0^H I(r, z) dz$  и логарифмическая интенсивность (кривая затухания)

$$J(r) = 10 \lg \frac{\bar{I}(r)}{\bar{I}(r_0)} + 10 \lg \frac{r}{r_0}. \quad (9)$$

При этом будут выбираться такие значения  $r$  и  $r_0$ , при которых поле хорошо описывается только дискретным спектром мод, а вклад непрерывного спектра мал. Отметим здесь, что формула (9) отличается от формулы (1) тем, что она написана для средней по глубине интенсивности звукового поля. Указанное усреднение, также как усреднение по расстоянию  $r$  на интервале, превышающем период интерференционных биений, позволяет исключить из анализа вариации интенсивности, обусловленные межмодовой интерференцией.

Заметим также, что величины  $\bar{I}(r)$  зависят от глубины источника  $z_0$ , однако данная зависимость слабая при удалении источника от границ волновода на расстояние порядка длины звуковой волны в воде и более [36]. Это будет использовано нами при дальнейших расчётах.

Величина  $J(r)$  связана с принятой в прикладной гидроакустике величиной потерь при распространении [38]  $TL = 10 \lg [\bar{I}(r = 1 \text{ м}) / \bar{I}(r)]$  следующим соотношением:

$$J(r) = 10 \lg \frac{\bar{I}(r = 1 \text{ м})}{\bar{I}(r_0)} + 10 \lg \frac{r}{r_0} - TL. \quad (10)$$

Кривые  $J(r)$ , рассчитываемые на разных трассах и частотах звука, мы будем рассматривать в качестве основных результатов вычислительного эксперимента, которые можно получить и в реальном эксперименте при регистрации сигналов с помощью вертикальной цепочки гидрофонов, перегораживающей весь водный слой по глубине.

#### 4. Распространение звука в волноводе с плавными неоднородностями

Полагая границу вода–дно плавной по горизонтали, когда справедливо  $\partial/\partial n \approx \partial/\partial z$ , решение (4) в адиабатическом приближении (без учёта взаимодействия мод и горизонтальной рефракции) принимает вид [35]

$$P(r, z) = \frac{\exp(i\pi/4)}{\sqrt{8\pi}} \sum_{m=1}^M \frac{\psi_m(0, z_0)}{\sqrt{r q_m(r)}} \exp\left(i \int_0^r \xi_m(r') dr'\right) \psi_m(r, z), \quad (11)$$

где  $q_m = \text{Re } \xi_m$ . Для этого случая комплексные модовые амплитуды записываются как

$$A_m(r; z_0) = \frac{\exp(i\pi/4)}{\sqrt{8\pi}} \frac{\psi_m(0, z_0)}{\sqrt{r q_m(r)}} \exp\left(i \int_0^r \xi_m(r') dr'\right).$$

##### 4.1. Зависимость потерь при распространении от скорости звука в дне

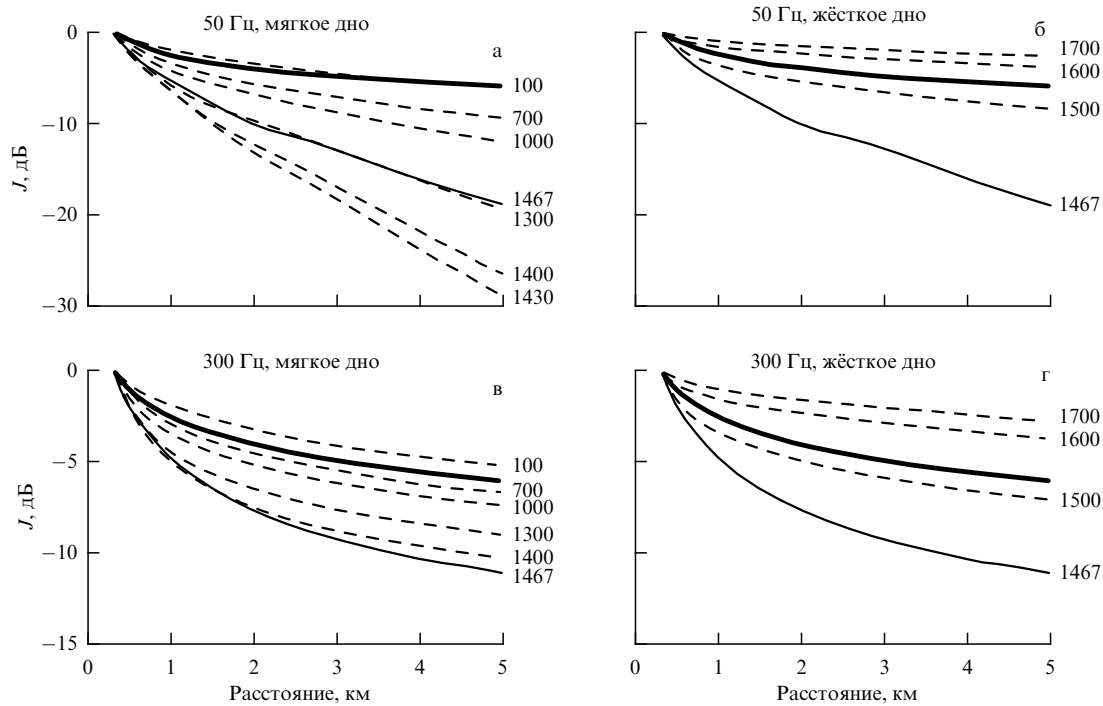
Для объяснения закономерностей, возникающих при распространении звука в волноводе с неоднородным дном, вначале рассмотрим крайний случай, когда дно является однородным полупространством с постоянными параметрами. Скорость звука в дне будем варьировать в широких пределах  $c_1 = 100 - 1700 \text{ м с}^{-1}$ : от акустически мягкого дна ( $c_1 < c$ ) до акустически жёсткого ( $c_1 > c$ ). Другие параметры волновода выберем следующими:  $c = 1467 \text{ м с}^{-1}$  — скорость звука в воде,  $\rho = 1 \text{ г см}^{-3}$  — плотность воды,  $\rho_1 = 1,6 \text{ г см}^{-3}$  — плотность дна,  $\alpha_1 = 0,02$  — донные потери,  $H = 120 \text{ м}$  — глубина волновода. Следует отметить, что мелководный гидроакустический волновод с практически постоянной скоростью звука в воде характерен, например, для Баренцева моря в весенний период времени.

Для оценок законов спада звука с расстоянием вычислим интенсивность акустического поля, усреднённую по всем глубинам источника  $z_0$  и приёмника  $z$  от 0 до  $H$ :

$$\bar{I}(r) = \frac{1}{H^2} \int_0^H \int_0^H \frac{|P_A(r, z, z_0)|^2}{2\rho c} dz dz_0. \quad (12)$$

Полученную зависимость  $\bar{I}(r)$  подставим в (9) вместо  $\bar{I}(r)$ . Как показали расчёты, зависимости  $\bar{I}(r)$  и  $\bar{I}(r)$



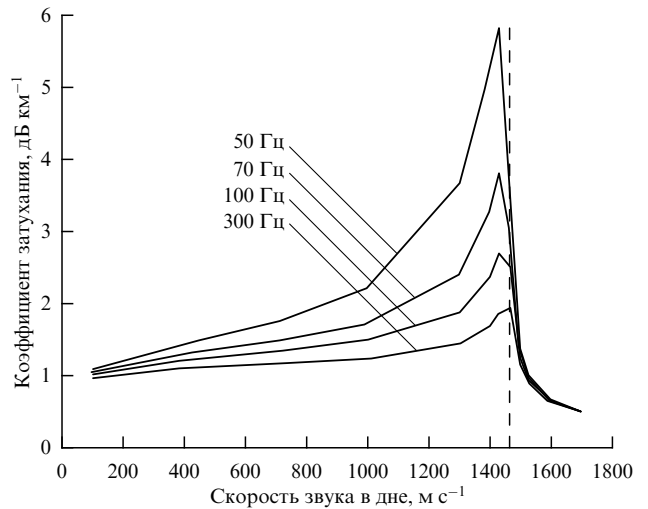


**Рис. 7.** Спадание средней интенсивности в дБ для (а, в) мягкого и (б, г) жёсткого дна при постоянной скорости звука в водном слое. Числа справа возле кривых показывают значение  $c_1$  в дне ( $\text{м с}^{-1}$ ). Сплошная тонкая линия соответствует равенству скоростей звука в воде и дне ( $1467 \text{ м с}^{-1}$ ). Жирная линия — зависимость (13) — "закон  $3/2$ ". Рисунок (а) и (б) соответствуют частоте излучения 50 Гц, (в) и (г) — 300 Гц.

практически совпадают при удалении источника от границ волновода на расстояние порядка длины звуковой волны в воде и более. По этой причине замена  $\bar{I}(r)$  на  $\bar{I}(r)$  допустима. Расстояние  $r_0$  в (9), при котором можно пренебречь непрерывным спектром, в данном примере равно  $r_0 = 300 \text{ м}$ . Результаты расчётов при различных скоростях звука в дне и частотах звука 50 и 300 Гц приведены на рис. 7 [39].

Как видно на рис. 7, при мягком дне имеет место сильное затухание звукового поля, особенно заметное при низкой частоте и при скоростях  $c_1$ , близких к скорости звука в водном слое ( $c_1 \approx c$ , водоподобное дно). В этом случае волноводное распространение связано лишь с разницей в плотностях воды и дна. Для водоподобного дна уже на расстояниях  $r = 5 \text{ км}$  от источника значение интенсивности оказывается на 30 дБ меньше по сравнению с жёстким дном ( $c_1 = 1700 \text{ м с}^{-1}$ ) или с очень мягким дном ( $c_1 = 100 \text{ м с}^{-1}$ ). Здесь следует подчеркнуть, что по причине поглощения звука в дне ( $\alpha_1 \neq 0$ ) anomalно высокое затухание имеет место при значениях  $c_1$ , несколько отличающихся от значений  $c$ . При  $\alpha_1 = 0$  anomalно высокое затухание наблюдается при  $c_1 = c$ .

Зависимость затухания звука от величины  $c_1$  можно наглядно проиллюстрировать, используя принятую в инженерной гидроакустике методику, когда каждая линия, изображённая на рис. 7, аппроксимируется прямой, и по наклону этой прямой оценивается средняя скорость спада интенсивности при разных значениях частоты. Коэффициент наклона  $\beta$  будем называть коэффициентом затухания. На рисунке 8 показаны полученные зависимости  $\beta$  как функции скорости звука в дне для фиксированных значений частот 50, 70, 100 и 300 Гц. Для мягкого дна величина  $\beta$  монотонно растёт при увеличении скорости звука в дне, для жёсткого дна — монотонно падает. Максимум  $\beta$ , как и следует ожидать, достигается при примерном



**Рис. 8.** Зависимость коэффициента затухания  $\beta$  от скорости звука в дне при постоянной скорости звука в водном слое. Цифрами на рисунке указана частота излучения. Вертикальной штриховой линией отмечена скорость звука в воде.

равенстве скоростей звука в воде и дне. Если же  $c$  заметно отличается от  $c_1$ , причём не важно, в какую сторону, то отражение от дна дополнительно усиливается за счёт скачка скорости звука и затухание уменьшается. Величина максимума  $\beta$  для мягкого дна сильно зависит от частоты. При уменьшении частоты от 300 до 50 Гц максимум  $\beta$  возрастает примерно с 2 до 6  $\text{дБ км}^{-1}$  (при  $\alpha_1 = 0$  — до 10  $\text{дБ км}^{-1}$ ). Последнее в первую очередь связано с тем, что у волноводной моды с одним и тем же номером коэффициент поглощения уменьшается с ростом частоты.

Интересно сравнить полученные результаты численных расчётов с известной упрощённой аналитической

зависимостью для мелководных акваторий с постоянной скоростью звука — так называемый "закон  $3/2$ " [1]:

$$I_{3/2}(r) \approx \frac{I(r_0)}{r_0^{-3/2}} r^{-3/2}. \quad (13)$$

На рисунке 7 видно, что приближённый закон (13) лучше описывает волноводы с жёстким дном. Для мягкого дна зависимость (13) даёт завышенные значения. Последнее объясняется наличием только вытекающих мод в случае мягкого дна, поскольку при этом энергия, уносимая из акустического волновода, больше.

Интересно отметить, что при низких частотах и при значениях скорости звука в дне, близких к скорости звука в воде, интенсивность акустического поля уменьшается с дистанцией не только гораздо сильнее, чем это следует из формулы (13), но и сильнее, чем в свободном пространстве, где  $I_{\text{sph}}(r) = I(r_0)(r/r_0)^{-2}$ . Последнее связано с тем, что в данном случае мы имеем дело с излучением источника вблизи (на расстояниях, сравнимых с длиной волны) отражающей верхней границы, которое, как известно, носит дипольный характер [1]. Напомним, что при дипольном излучении  $I_{\text{dip}}(r) = I(r_0)(r/r_0)^{-4}$ .

#### 4.2. Затухание звука

##### в волноводе с неоднородным дном

Для анализа потерь при распространении звука в рамках модели дна, опирающейся на данные сейсморазведки (см. раздел 2), рассмотрим четыре трассы длиной 5 км каждая. Трассы изображены на рис. 3а отрезками и пронумерованы 1–4. Трассы 1–3 расположены на участках с примерно горизонтально однородной структурой дна, но меняющейся при переходе от одной трассы к другой. Трасса 1 имеет водоподобное дно. В терминах полутоновой шкалы на рис. 3а можно сказать, что трассы 1, 2 и 3 лежат на тёмном, светлом и промежуточном участках. Трасса 4 — существенно неоднородная, наполовину лежит на светлом, наполовину на тёмном участках. На рисунке 9 приведены вертикальные разрезы поля скорости звука в дне для трасс 1–4.

Толщина водного слоя для трасс 1, 2, 4 равна  $H=28$  м, для трассы 3 —  $H=32$  м. На рисунке 9 граница вода–дно показана пунктиром. Скорость звука в воде равна  $c=1460$  м с<sup>-1</sup>.

Скорость звука в дне  $c_1(r, z)$  бралась на основе экспериментальных данных для каждой трассы (рис. 9). Плотность дна равнялась  $\rho_1 = 1,85$  г см<sup>-3</sup>, потери в дне задавались указанным выше параметром  $\beta_{1f}$ . Заметим, что имеющиеся экспериментальные данные о профиле скорости звука в дне были ограничены глубиной 80 м.

Частоты источника 137 и 250 Гц взяты такими же, как в работе [36]. Напомним, что эти частоты соответствуют локальным максимумам в низкочастотной области спектров сигналов, излучаемых китами на арктическом шельфе. (Речь идёт об охраняемых видах китов, встречающихся в Арктике.) Источник звука размещался примерно посередине водного слоя на глубине  $z_0 = 15$  м.

На всех четырёх трассах (рис. 3а, 9) источник считается расположенным в крайней левой точке трассы и фиксирован, а распределённый приёмник, измеряющий среднюю по глубине интенсивность, отодвигается от источника вправо так, что расстояние источник–приёмник меняется в диапазоне  $r_0 \leq r \leq 5$  км, где  $r_0 = 100$  м. Начиная с расстояния 100 м поле хорошо описывается дискретным спектром мод, а вклад непрерывного спектра мал. При этом для трассы 4 рассмотрен также инверсный случай размещения источника в крайней правой точке трассы 4, а приёмник отодвигается от источника влево. Заметим, что на практике роль распределённого приёмника, измеряющего среднюю по глубине интенсивность, может выполнять вертикальная цепочка с гидрофонами, расположенными на расстоянии половины длины акустической волны в воде.

На рисунке 10а–г изображены кривые затухания  $J(r)$ , вычисленные в адиабатическом приближении (т.е. суммы независимых мод) согласно (9), для трасс 1–4 и частот 137 и 250 Гц, полученные при смещении приёмника вправо от источника, зафиксированного в крайнем левом положении на трассах. Отношение расстояния к толщине водного слоя для трасс 1, 2, 4 меняется в пределах  $r/H = 3,6–179$ , для трассы 3 имеем  $r/H = 3,1–156$ .

На рисунке 10д,е для трассы 4 с целью сравнения показаны кривые затухания, когда источник звука находится не только в крайнем левом положении, но и в крайнем правом положении (приёмник движется справа налево). В последнем (инверсном) случае будем обозначать кривую затухания  $J_{\text{inv}}(r)$ .

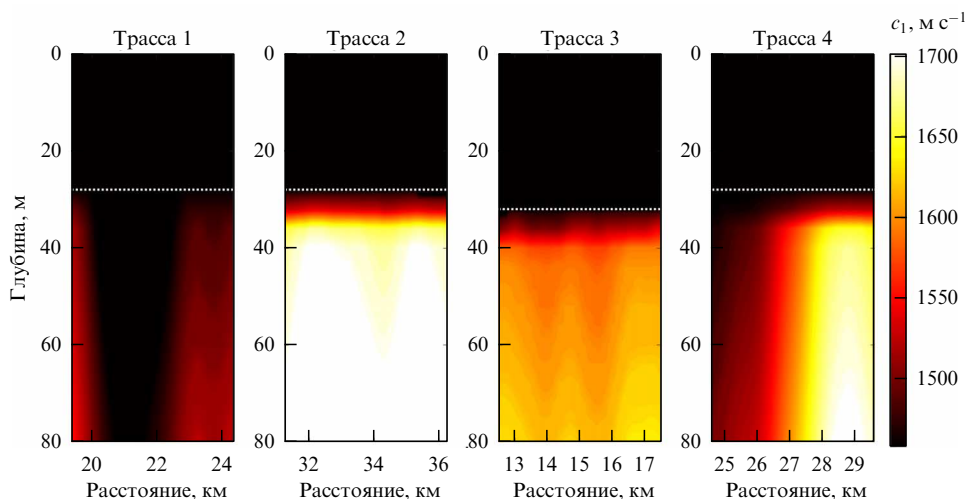
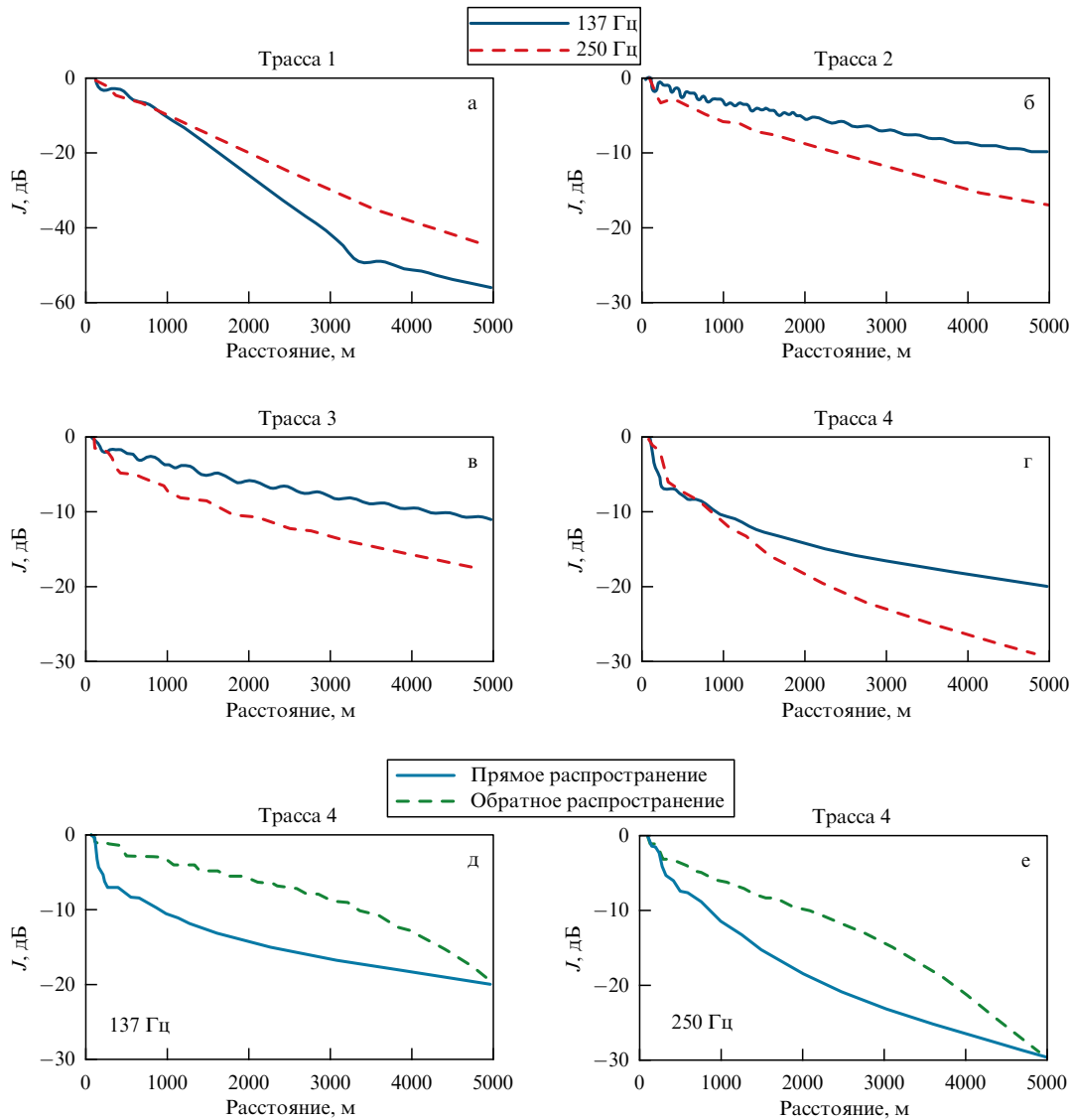


Рис. 9. Вертикальные профили скорости звука для акустических трасс 1–4, показанных на рис. 3а.



**Рис. 10.** Кривые затухания в адиабатическом приближении для акустических трасс 1–4 (а–г) для частоты 137 (сплошная линия) и 250 Гц (штриховая линия). Аналогичные кривые для трассы 4 при распространении в прямом и обратном направлении показаны на рис. д, е.

Выделим основные особенности затухания звука, вытекающие из рис. 10.

1. На фиксированной частоте звука с уменьшением средней скорости звука в дне  $\bar{c}_1$  (причём  $\bar{c}_1 > c$ ) затухание увеличивается (кривые затухания идут ниже). Это объясняется уменьшением коэффициента отражения при меньшем контрасте сред. При  $\bar{c}_1 \approx c$  (трасса 1, водоподобное дно) имеет место аномально высокое затухание звука (до  $20 \text{ дБ км}^{-1}$  на скользящем интервале 1 км), что, по-видимому, является характерной особенностью отдельных районов арктического шельфа. Заметим здесь, что в случае мягкого дна, когда  $\bar{c}_1$  заметно меньше  $c$  (более чем на  $100 \text{ м с}^{-1}$ ) кривые затухания ведут себя противоположным образом (см. рис. 7). Такие закономерности в затухании звука были обнаружены авторами в мелководных пресноводных акваториях [39].

2. При большей частоте звука кривые затухания в основном идут ниже (большее затухание), что объясняется частотной зависимостью  $\beta_{1f}$  (трассы 2–4), за исключением ситуации, когда  $\bar{c}_1 \approx c$  (трасса 1). Дополнительные расчёты для других значений  $\beta_{1f}$  показали, что вне

зависимости от выбранной нами модельной функции  $\beta_{1f}(f)$  аномально высокое затухание звука всегда имеет место при  $\bar{c}_1 \approx c$ . В этом случае все или почти все моды оказываются вытекающими и уносящими энергию из водного слоя. Отметим, что увеличение затухания звука в водном слое с частотой наблюдалось и в исследованиях, проведённых ИОФ РАН в Баренцевом море.

3. При  $r > 1 \text{ км}$  функции  $J(r)$  переходят в плавные линии, а при  $r < 1 \text{ км}$  наблюдается нерегулярный участок, где ход кривых носит слабый волнообразный характер. Наклон кривых варьируется от  $1,5$  до  $20 \text{ дБ км}^{-1}$  для частоты 137 Гц и от  $2$  до  $10 \text{ дБ км}^{-1}$  для 250 Гц. На рисунке 10б–г, видим, что угол наклона кривых при  $r > 1 \text{ км}$  меняется слабо, в отличие от рис. 10а и частоты 137 Гц, а также рис. 10д,е для обратного распространения, где наблюдается значительное его изменение.

4. Кривые на рис. 10д,е демонстрируют приблизительное равенство в затухании звука на расстоянии 5 км при прямом (слева направо) и обратном распространении звука (справа налево), т.е. когда источник и приёмник

меняются местами. Данный факт является следствием теоремы (или принципа) взаимности, согласно которой звуковое поле инвариантно относительно перестановки точечного источника и точечного приёмника [40]. Приблизительность же результатов связана с рассмотрением в нашей ситуации приёмника не как точечного, а как вертикальной цепочки, перекрывающей весь водный слой. При других значениях расстояний, не равных 100 м и 5 км, кривые  $J(r)$  и  $J_{\text{inv}}(r)$  заметно расходятся до величины почти 10 дБ. Последнее связано с заметным изменением средней (по вертикали) скорости звука в дне вдоль трассы 4 (см. рис. 9). В результате глубина проникновения звукового поля в дно, а значит и затухание, оказываются разными на разных участках рассматриваемой трассы.

Далее, поставим вопрос о подборе  $c_1^{\text{eff}}$  — эффективной скорости звука в дне по кривым затухания (см. введение). В работе [27] показано, что из-за различия  $J(r)$  и  $J_{\text{inv}}(r)$  на сильно неоднородных трассах значение  $c_1^{\text{eff}}$  следует подбирать, добываясь минимума в разности кривых затухания в конечной точке трассы, а не для всей трассы в целом. При этом речь идёт о разности кривых затухания<sup>4</sup>, показанных на рис. 10, и аналогичных кривых, рассчитанных для модели дна как однородного полупространства со скоростью звука в дне, равной  $c_1^{\text{eff}}$ . В работе [27] также показано, что средняя скорость звука в дне, определённая как двойной интеграл по дистанции  $r$  и глубине  $h$ :

$$\bar{c}_1(r, h) = \frac{1}{rh} \int_0^r \int_H^{H+h} c_1(r', z) dz dr', \quad (14)$$

примерно равна значению  $c_1^{\text{eff}}$  при  $h \approx 0,6\lambda_1$ , где  $\lambda_1 = c_1^{\text{eff}}/f$ . То есть эффективная скорость звука в дне примерно равна реальной скорости звука в дне, усреднённой по трассе и глубине, равной  $0,6\lambda_1$ .

## 5. Учёт взаимодействия мод при описании звукового поля

Откажемся далее от адиабатического приближения и будем вычислять звуковое поле в виде суммы взаимодействующих мод. Решение задачи (3), удовлетворяющее соответствующим граничным условиям и условию излучения на бесконечности, с учётом межмодового взаимодействия записывается в виде [37]:

$$P(r, z) = \sum_{m=1}^M C_m(r) \frac{\psi_m(r, z)}{\sqrt{q_m(r)} r} \exp\left(i \int_0^r q_m(r') dr'\right), \quad (15)$$

где  $C_m(r)$  — модовые коэффициенты возбуждения, которые при  $r=0$  задаются формулой  $C_m(0) = [\exp(i\pi/4)/\sqrt{8\pi}] \psi_m(0, z_0)$ . (Отметим, в решении (15), как и прежде, не учитывается ещё одно слагаемое, связанное с непрерывным спектром, ввиду его малости.)

Чтобы получить коэффициенты  $C_m(r)$  при  $r > 0$ , подставим (15) в (3), где в правой части уравнения Гельмгольца стоит нуль. После стандартных приближений, при которых пренебрегается всеми слагаемыми высшего порядка малости (как это делается в [37]), используя также уравнение для собственных функций  $\psi_m'' +$

$+(\hat{K}^2 - \xi_m^2) \psi_m = 0$ , получаем

$$\sum_{n=1}^M (\psi_n E_n) C_n' = - \sum_{n=1}^M C_n \left( \frac{\partial \psi_n}{\partial r} + \frac{\gamma_n}{2} \psi_n \right) E_n, \quad (16)$$

где для удобства дальнейшего изложения изменён индекс суммирования  $m \rightarrow n$ ,  $C_n' = (dC_n)/dr$ ,  $E_n = \sqrt{q_n} \exp(i \int_0^r q_n(r') dr')$ ,  $\gamma_n/2 = \text{Im } \xi_n$ .

Далее нам понадобится условие ортогональности собственных функций в виде [37]:

$$\int_0^{H_1} \frac{\rho}{\rho(z)} \psi_m \psi_n dz + I_{mn} = \delta_{mn}, \quad (17)$$

где

$$\rho(z) = \begin{cases} \rho, & 0 \leq z \leq H, \\ \rho_1, & z > H \end{cases}, \quad I_{mn} = \frac{i\psi_m(H_1)\psi_n(H_1)}{m_1(\varepsilon_{1m} + \varepsilon_{1n})},$$

$$\delta_{mn} = \begin{cases} 1, & m = n \\ 0, & m \neq n \end{cases}.$$

Параметр  $\varepsilon_{1m,n}$  вычисляется согласно (7). При этом принципиально то, что мы по-прежнему используем разрез Пекериса и учитываем не только нормальные моды, но и квазимоды. Заметим, что условие ортогональности в виде (17), а также соответствующее ему условие нормировки собственных функций при  $m = n$  является общим для нормальных мод и квазимод.

Используем (17) для исключения из (16) зависимости собственных функций от глубины. Для этого умножим правую и левую часть (16) на  $\psi_m \rho/\rho(z)$  и проинтегрируем по глубине от 0 до  $H_1$ . Прделав такую операцию при индексах  $m = 1, \dots, M$ , получаем систему из  $M$  линейных уравнений

$$\sum_{n=1}^M [(\delta_{mn} - I_{mn}) E_n] C_n' = - \sum_{n=1}^M C_n \left[ V_{mn} + \frac{\gamma_n}{2} (\delta_{mn} - I_{mn}) \right] E_n, \quad (18)$$

$$V_{mn} = \int_0^{H_1} \frac{\rho}{\rho(z)} \psi_m \frac{\partial \psi_n}{\partial r} dz, \quad (19)$$

где  $V_{mn}$  — коэффициенты взаимодействия мод.

Решение системы (18) при известных  $C_m(r)$  даёт значения производных  $C_m'(r)$ , что позволяет вычислить модовые коэффициенты на следующем шаге:  $C_m(r + \Delta r) = C_m(r) + C_m'(r) \Delta r$ . Таким образом, зная  $C_m(0)$ , можно найти функции  $C_m(r)$  при любых  $r$ .

Подчеркнём, что описанная процедура нахождения  $C_m(r)$ , основанная на решении системы (18), учитывает взаимодействие всех мод: как нормальных, так и квазимод. Это может быть актуально для волноводов, у которых  $c_1 < c$  или  $c_1 \approx c$ , где все или почти все моды вытекающие, и где вклад квазимод, как принадлежащих к классу вытекающих, может быть заметным. Отметим также, что условие (17) отличается от его известного аналога, где учитывается только взаимодействие нормальных мод [37]. В известном подходе нормальные моды формируют дискретный спектр при использовании разреза ЕР [35]. В нижнем полупространстве при  $z \geq H_1$  собственные функции  $\psi_m = \psi_m(H_1) \exp[i\varepsilon_{1m}(z - H_1)]$  для нормальных мод затухают с глубиной, так как для них

<sup>4</sup> Напомним, что кривые затухания, показанные на рис. 10, могут быть измерены в эксперименте.

Im  $\varepsilon_{1m} > 0$ . В данном случае имеем

$$I_{mn} = \frac{i\psi_m(H_1)\psi_n(H_1)}{m_1(\varepsilon_{1m} + \varepsilon_{1n})} = \int_{H_1}^{\infty} \frac{\rho}{\rho(z)} \psi_m \psi_n dz,$$

и условие (17) приобретает вид:

$$\int_0^{\infty} \frac{\rho}{\rho(z)} \psi_m \psi_n dz = \delta_{mn}. \quad (20)$$

Использование (20) приводит к системе, аналогичной (18):

$$\sum_{n=1}^M (\delta_{mn} E_n) C_n' = - \sum_{n=1}^M C_n \left( U_{mn} + \frac{\gamma_n}{2} \delta_{mn} \right) E_n, \quad (21)$$

$$U_{mn} = \int_0^{\infty} \frac{\rho}{\rho(z)} \psi_m \frac{\partial \psi_n}{\partial r} dz, \quad (22)$$

которая благодаря символу Кронекера  $\delta_{mn}$  разрешается относительно производных и приобретает классический вид<sup>5</sup> [2]:

$$C_m' = -\frac{\gamma_m}{2} C_m - \sum_{n=1}^M U_{mn} \frac{E_n}{E_m} C_n.$$

Её приближенное решение<sup>6</sup> может быть записано в следующем виде:

$$C_m(r) = C_m(0) \exp \left[ \left( -\frac{\gamma_m}{2} - U_{mm} \right) r \right] + i \sum_{n=1, n \neq m}^M \sqrt{\frac{q_n}{q_m}} C_n(r) \frac{U_{nm}}{\Delta q_{nm}(r)} [\exp(i\Delta q_{nm}r) - 1], \quad (23)$$

где  $\Delta q_{nm} = q_n - q_m$ .

Отсутствие взаимодействия мод означает малость параметра

$$\tilde{\kappa} \approx \frac{|U_{nm}|}{|\Delta q_{nm}|} \ll 1. \quad (24)$$

Неравенству (24) можно придать и другой вид, если учесть что  $1/|\Delta q_{nm}|$  — величина порядка длины цикла луча в канале  $D$ , а  $|U_{nm}| \approx \tilde{L}_k^{-1}$ , где  $\tilde{L}_k$  — характерный масштаб изменения свойств волновода (например, свойств морского дна). Тогда неравенство (24) принимает вид

$$\tilde{\kappa} \approx \frac{D}{\tilde{L}_k} \ll 1. \quad (25)$$

Параметр  $\tilde{\kappa}$  можно назвать степенью неадиабатичности волновода.

При равенстве нулю коэффициентов  $V_{mn}$  и  $U_{mn}$  можно показать [41], что в этом случае мы возвращаемся к приближению невзаимодействующих мод и формула (15) переходит в формулу (11). При условии адиабатического

приближения каждая мода распространяется независимо от других мод. При наличии взаимодействия мод по мере распространения звука в волноводе между модами происходит обмен энергией, величина которой определяется значением модуля  $|V_{mn}|$ .

Заметим, что значения рассеянной энергии из одной моды в другую и наоборот, описываемые коэффициентами  $V_{mn}$  (выражение (19)), не равны, т.е.  $|V_{mn}| \neq |V_{nm}|$ . В самом деле, продифференцируем (17) по переменной  $r$  при  $m \neq n$ . Получаем  $V_{mn} + V_{nm} + dI_{mn}/dr = 0$ , откуда следует  $|V_{mn}| \neq |V_{nm}|$ . При этом для коэффициентов  $U_{mn}$  аналогичное дифференцирование выражения (20) даёт  $|U_{mn}| = |U_{nm}|$ .

Результаты численного моделирования распространения звука в мелководном волноводе с учётом взаимодействия мод приведены далее в разделах 5.1 и 5.2. (Подробнее см. [41].)

### 5.1. Особенности взаимодействия мод

#### при различных значениях скорости звука в дне

Чтобы получить общее представление о взаимодействии мод, обусловленном неоднородностями дна, проведём расчёты  $|V_{mn}|$  для идеализированной модели дна, в которой устремим толщину донного слоя при  $H < z < H_1$  к нулю. Иными словами, положим, что  $c_1$  не зависит от  $z$ , а зависит только от  $r$ , причём зависимость линейная:  $c_1 = c_0 + c_1' r$ , где  $c_0 = 100$  м с<sup>-1</sup>,  $c_1' = 0,23$  с<sup>-1</sup>. Выбранные цифры означают, что при  $r = 0 \dots 10$  км скорость звука в дне меняется в диапазоне  $c_1 = 100 \dots 2400$  м с<sup>-1</sup>. Другие параметры волновода примем такими, как в разделе 4.2 при  $H = 28$  м. Учитывая однозначную связь между  $c_1$  и  $r$ , рассмотрим зависимости  $|V_{mn}(c_1)|$  для соседних пар мод, как наиболее сильно взаимодействующих (рис. 11).

Из рисунка 11 видно, что такие зависимости носят немонотонный характер. На каждой кривой имеются два локальных максимума, за исключением кривых 12 и 23 при частоте 250 Гц, где два максимума сливаются в один. Левый пик находится в области мягкого дна ( $c_1 < c$ ), правый — в области жёсткого дна ( $c_1 > c$ ), причём доминировать может как тот, так и другой. Пики отстоят тем дальше от скорости звука в воде ( $c = 1460$  м с<sup>-1</sup>), чем больше номера взаимодействующих мод. Самый высокий пик, соответствующий максимальному взаимодействию, наблюдается для пары мод 12 при  $c_1 \approx c$  (водоподобное дно). Отметим, что максимальное значение коэффициента взаимодействия  $\sim 10^{-3}$  м<sup>-1</sup>, полученное для неоднородностей скорости звука в дне, соответствует, например, коэффициенту взаимодействия между 1-й и 2-й модой в волноводе с той же глубиной и скоростью звука, но с абсолютно жёстким наклонным дном. Угол наклона при этом должен быть равен  $1,7^\circ$ .

Максимумы при мягком дне объясняются тем, что сначала по мере уменьшения значения  $c_1$  от значения  $c$  энергия мод в дне увеличивается из-за роста амплитуды и глубины проникновения мод в дно. Можно сказать, что каждая мода при этом становится всё более и более вытекающей. Последнее приводит к увеличению энергии, рассеянной между модами на неоднородностях дна, что эквивалентно возрастанию  $|V_{mn}|$ . При дальнейшем уменьшении значения  $c_1$  энергия мод в дне, наоборот, уменьшается из-за возрастания коэффициента отражения звука на границе вода–дно. Соответственно, это приводит к уменьшению  $|V_{mn}|$ , несмотря на то что моды остаются вытекающими. В результате для каждой пары мод на-

<sup>5</sup> В [37] в формуле (3.143) допущена опечатка, перед знаком суммы не должно быть мнимой единицы.

<sup>6</sup> Предполагается, что  $q_m(r)$ ,  $\gamma_m(r)$ ,  $\psi_m(r)$  — слабо меняющиеся функции и комбинация величин  $\sqrt{q_n/q_m} C_n(r) U_{nm}$  медленно меняется по сравнению с  $\exp(i\Delta q_{nm}r)$ .



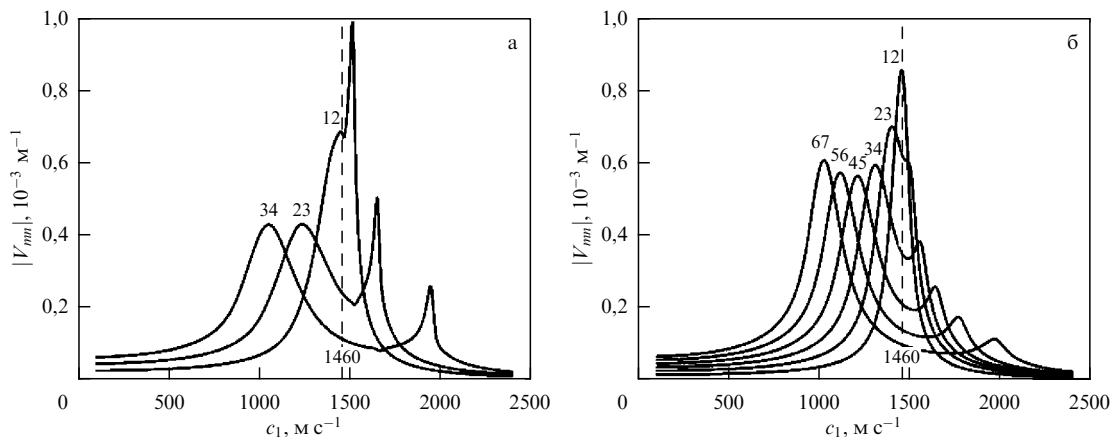


Рис. 11. Модули коэффициентов взаимодействия для соседних пар мод в идеализированной модели неоднородного дна. Номера мод  $m$  подписаны возле соответствующих кривых. (а)  $f = 137$  Гц; (б)  $f = 250$  Гц.

ходится свой оптимум  $c_1$ , при котором значение  $|V_{mm}|$  максимально, т.е. максимально взаимодействие мод в области мягкого дна.

При жёстком дне максимумы межмодового взаимодействия связаны с моментом превращения распространяющихся мод в вытекающие, т.е. когда выполняется условие  $\text{Re } \xi_m = \text{Re } k_1$ . В лучевой трактовке при данном условии соответствующие модам бриллюэновские лучи переходят через критический угол для границы вода – дно. Например, для частоты 137 Гц для мод с номерами 2, 3, 4 это происходит при  $c_1 = 1528, 1665, 1965$  м с<sup>-1</sup>, что практически совпадает с правыми пиками на кривых 12, 23, 34 (рис. 11а). Физически ситуация выглядит так, что при переходе через критический угол бриллюэновских лучей, соответствующих, например, моде 3 (это происходит при  $c_1 = 1665$  м с<sup>-1</sup>), наблюдается сильное рассеяние таких лучей (данной моды) во все другие лучи (моды), а также в непрерывный спектр. По указанной причине на рис. 11а наблюдается максимум величины  $|V_{23}|$  при  $c_1 \approx 1665$  м с<sup>-1</sup>, характеризующий рассеянную энергию из моды 3 в моду 2. Вообще все кривые вида  $|V_{m3}|$ , как показывают расчёты, имеют правый максимум примерно при одном значении  $c_1 \approx 1665$  м с<sup>-1</sup>, что соответствует рассеянию моды 3 в моду  $m$  при переходе через критический угол. В то же время кривая  $|V_{32}|$ , характеризующая рассеянную энергию из моды 2 в моду 3, имеет правый максимум при другом значении  $c_1 \approx 1528$  м с<sup>-1</sup>, как и все другие кривые вида  $|V_{m2}|$ .

Из сравнения рис. 11а и 11б видно, что высота правых пиков зависит от частоты звука. Чем больше частота, тем ниже пики. Последнее объясняется тем, что при большей частоте плотность бриллюэновских лучей выше. Поэтому одна и та же рассеянная энергия в некотором секторе углов относительно критического угла распределяется по большему числу бриллюэновских лучей (или мод), заключённых в этом секторе.

При построении рис. 11 учитывались как нормальные моды, так и квазимоды. Для 137 Гц рассчитывалось 4 моды (рис. 11а). Из них мода 1 является нормальной модой во всём рассмотренном диапазоне от 100 до 2400 м с<sup>-1</sup>. Моды 2, 3 и 4 внутри соответствующих интервалов 896–1480, 637–1610 и 488–1894 м с<sup>-1</sup> являются квазимодами (за пределами указанных интервалов — нормальными модами). Для 250 Гц рассчитывалось

7 мод (рис. 11б). Из них моды 1–5 являются нормальными модами во всём рассмотренном диапазоне. Моды 6 и 7 являются квазимодами внутри интервалов 998–1168 и 889–1157 м с<sup>-1</sup> соответственно. Видно, что при изменении  $c_1$  на рис. 11 факт перехода из состояния нормальной моды в состояние квазимоды никак не отражается на ходе кривых.

Для расчёта рис. 11 был выбран градиент  $c'_1 = 0,23$  с<sup>-1</sup>. Однако качественно рис. 11 не изменится при любом градиенте: при большем значении  $c'_1$  кривые пойдут выше, чем на рис. 11, при меньшем — ниже. Это обстоятельство позволяет использовать рис. 11 для оценки взаимодействия мод в других, более реалистичных, ситуациях.

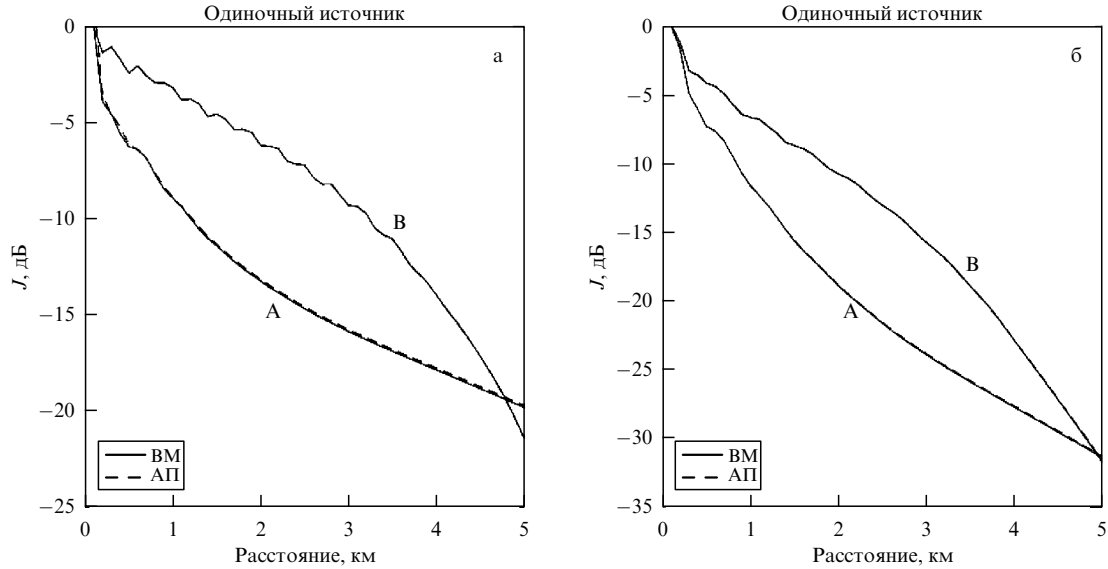
## 5.2. Учёт взаимодействия мод при оценке затухания звука в волноводе с неоднородным дном

В качестве примера рассмотрим звуковое поле точечного источника, расположенного на глубине  $z_0 = 14$  м на трассе 4, показанной на рис. 3 и 9. Вычисление будем проводить с использованием формулы (15), учитывающей взаимодействие мод. Для оценки влияния этого эффекта кривые затухания  $J(r)$ , полученные с помощью (15) и (9), будем сопоставлять с результатами расчёта  $J(r)$  по формуле (11) и (9) — в адиабатическом приближении.

На рисунке 12 приведены зависимости  $J(r)$  для одиночного источника при распространении звука по трассе 4 слева направо (прямое излучение) и в обратном направлении, справа налево (обратное излучение). Наблюдается практически идеальное совпадение кривых с учётом и без учёта межмодового взаимодействия (сплошные и штриховые линии очень близки). Отсюда следует важный вывод, что спадание с расстоянием средней интенсивности звукового поля точечного источника в мелком море с неоднородной структурой дна носит адиабатический характер. В то же время это не исключает влияния межмодового взаимодействия на отдельные волноводные моды (см. подробнее [41] и раздел 7).

## 6. Горизонтальная рефракция звуковых волн в волноводе с неоднородной структурой дна

Все задачи, рассмотренные выше, фактически являются двумерными (или имеющими цилиндрическую симметрию) в координатах  $(r, z)$  — расстояние–глубина, т.е. в



**Рис. 12.** Кривые затухания при учёте взаимодействия мод (BM, сплошные линии) и в адиабатическом приближении (АП, штриховые линии) для одиночного источника при прямом (А) и обратном (В) излучении по трассе 4. Непрерывные и штриховые линии практически совпадают. (а)  $f = 137$  Гц, (б)  $f = 250$  Гц.

вертикальной плоскости. Приведённые решения (4), (11), (15) для комплексной амплитуды звукового поля могут быть обобщены на трёхмерный случай, включающий угловую координату  $\varphi$  в горизонтальной плоскости, если распространение звука вдоль разных направлений  $\varphi$  можно считать независимым. Это так называемое  $N \times 2D$  приближение, или приближение несвязных азимутов, где  $N$  — число направлений [40]. Однако такое приближение не работает, если возникают трёхмерные эффекты, например, когда направление распространения звука меняется вследствие рефракции звуковых волн в горизонтальной плоскости.

Для анализа возможных трёхмерных эффектов, связанных с неоднородной структурой дна, будем рассматривать вклад каждой волноводной моды по отдельности, предполагая, что моды являются адиабатическими. Результирующее поле в заданной точке волновода удобно записать в декартовой системе координат  $(x, y, z)$  и по аналогии с (4) представить в виде суммы локальных мод  $\psi_m(\mathbf{r}, z)$ :

$$P(\mathbf{r}, z) = \sum_{m=1}^M P_m(\mathbf{r}, z) = \sum_{m=1}^M A_m(\mathbf{r}; z_0) \psi_m(\mathbf{r}, z), \quad (26)$$

где  $\mathbf{r} = (x, y)$  — радиус-вектор точки в горизонтальной плоскости, а модовая амплитуда  $A_m(\mathbf{r})$  удовлетворяет уравнению

$$\Delta_r A_m(\mathbf{r}) + \xi_m^2(\mathbf{r}) A_m(\mathbf{r}) = 0. \quad (27)$$

Здесь  $\xi_m(\mathbf{r}) = q_m(\mathbf{r}) + i\gamma_m(\mathbf{r})/2$  — комплексная постоянная распространения  $m$ -й моды,  $\Delta_r = \partial^2/(\partial x^2) + \partial^2/(\partial y^2)$  — оператор Лапласа. Начальное условие определяется коэффициентом возбуждения данной моды:  $A_m(\mathbf{r} = 0) \sim \psi_m(\mathbf{r} = 0, z_0)$ , где  $z_0$  — глубина источника звука.

Будем рассматривать несколько низших мод, так как только они вносят существенный вклад в результирующее поле. Локальные постоянные распространения  $\xi_m(\mathbf{r})$  и профили мод  $\psi_m(\mathbf{r}, z)$  определяются выражением (6).

Для вычисления модальных амплитуд  $A_m(\mathbf{r})$  уравнение (27) сводится к параболическому [42] путём учёта рассеяния только вперёд и использования аппроксимации Паде для оператора квадратного корня

$$\frac{\partial A_m}{\partial x} = i q_l^0 \left( 1 + \sum_{j=1}^n \frac{a_{j,n} X_m}{1 + b_{j,n} X_m} \right) A_m. \quad (28)$$

Коэффициенты разложения  $a_{j,n}$ ,  $b_{j,n}$  выбираются таким образом, чтобы обеспечить устойчивость и заданную точность решения;

$$X_m = q_m^0{}^{-2} \left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \xi_m^2 - q_m^0{}^2 \right),$$

где  $q_m^0$  — действительная часть горизонтального волнового числа моды с номером  $m$  в точке излучения. Численное решение дифференциального уравнения можно получить с помощью алгоритма split-step Pade [43]. Здесь предполагается, что звуковые волны преимущественно распространяются в некотором секторе углов вокруг направления оси  $x$ , а градиенты параметров волновода направлены главным образом параллельно оси  $y$ .

Для оценки затухания звука с расстоянием будем вычислять усреднённые по глубине волновода уровни интенсивности в горизонтальной плоскости как для отдельных мод:

$$\tilde{J}_m(\mathbf{r}) = 20 \lg \frac{|A_m(\mathbf{r})|}{|A_m(\mathbf{r}_0)|}, \quad (29)$$

так и для полного звукового поля:

$$\tilde{J}(\mathbf{r}) = 10 \lg \frac{\int_0^H |P(\mathbf{r}, z)|^2 dz}{\int_0^H |P(\mathbf{r}_0, z)|^2 dz}. \quad (30)$$

Опорная точка  $\mathbf{r}_0$  находится на расстоянии  $|\mathbf{r}_0| = 100$  м вдоль оси  $X$ . При этом поле при  $|\mathbf{r}| \geq |\mathbf{r}_0|$  определяется дискретным спектром мод, а непрерывным спектром

можно пренебречь. Заметим, что, в отличие от формулы (9), здесь не производится дополнительная компенсация цилиндрического расхождения фронта звуковой волны.

Далее последовательно рассматриваются две модели неоднородного дна: 1) идеализированная, в которой предполагается, что скорость звука в дне зависит только от одной, горизонтальной, координаты; 2) максимально приближенная к реальности, построенная на основе данных 3D сейсморазведки в Карском море (см. подробнее [29]).

### 6.1. Идеализированный волновод с линейным изменением скорости звука в дне

Рассмотрим идеализированный мелководный волновод, изображённый на рис. 13 и представляющий собой однородный водный слой постоянной толщины  $H = 28$  м, лежащий на неоднородном полупространстве дна.

Будем анализировать звуковое поле в области перехода от акустически мягкого дна ( $c_1 < c$ ) к акустически жёсткому ( $c_1 > c$ ). Скорость звука в дне кусочно-линейно изменяется в направлении оси  $y$ , но не зависит от координат  $x$  и  $z$ :

$$c_1(y) = \begin{cases} 1400 \text{ м с}^{-1} & \text{при } y < -1000 \text{ м (мягкое дно)}, \\ (1500 + 0,1y) \text{ м с}^{-1} & \text{при } -1000 < y < 1000 \text{ м}, \\ 1600 \text{ м с}^{-1} & \text{при } y > 1000 \text{ м (жёсткое дно)}. \end{cases}$$

Для ограничения области интегрирования уравнения (28) вводятся искусственные поглощающие слои при  $y < -2000$  м и  $y > 2000$  м.

На рисунке 14 приведены зависимости фазовой скорости  $V_m^{\text{ph}} = \omega/q_m$  и коэффициента затухания  $\gamma_1/2$  первой моды от скорости звука в дне  $c_1$ , рассчитанные для набора частот  $f$ : 29, 55, 81, 108 и 134 Гц. (В целях демонстрации здесь взят заведомо более широкий диапазон изменения скорости звука в дне, чем в исследуемой переходной области, пределы которой отмечены вертикальными штриховыми линиями.) Можно заметить, что фазовая скорость имеет глобальный минимум, находящийся в данной области, причём глубина минимума увеличивается при уменьшении частоты звука. Располагая излучатель вблизи этого минимума, можно ожидать проявления горизонтальной рефракции. Также отметим, что затухание моды уменьшается примерно на два порядка при переходе от акустически мягкого дна к жёсткому. Такую особенность необходимо учитывать при решении уравнения (28). Указанные закономерности наблюдаются и для мод других номеров.

Звуковое поле рассчитывается для источника звука, помещённого на глубине  $z_0 = 15$  м в центре переходной области, т.е. в непосредственной близости от минимума фазовой скорости. Для иллюстрации трёхмерных эффектов выбирается частота 55 Гц, на которой звуковое поле эффективно формируется только одной (первой) волноводной модой. На рисунке 15 продемонстрирована зависимость фазовой скорости моды от координаты  $y$  и соответствующие траектории модовых лучей в горизонтальной плоскости. Как видно, при расположении источника вблизи локального минимума наблюдаются отклонения модовых лучей от прямых линий — возникает горизонтальная рефракция. Максимальные углы рефракции достигают  $7,5^\circ$ . (Под углом рефракции понимается угол между прямой, соединяющей источник и приёмник, и лучом, пришедшим на приёмник.)

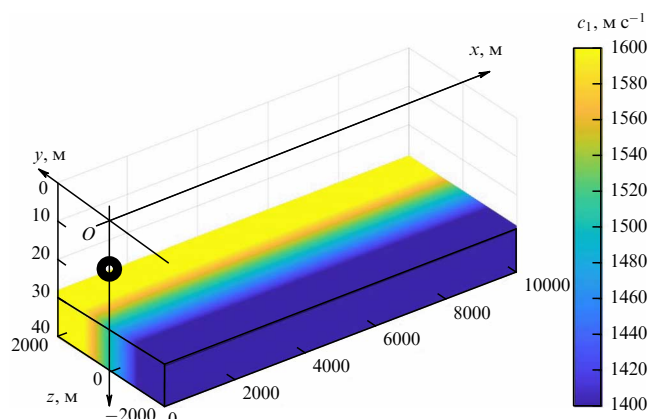


Рис. 13. Схема модельного волновода с изображением распределения скорости звука в дне в области перехода от акустически мягкому дна к акустически жёсткому. Чёрным кружком отмечено положение излучателя при моделировании.

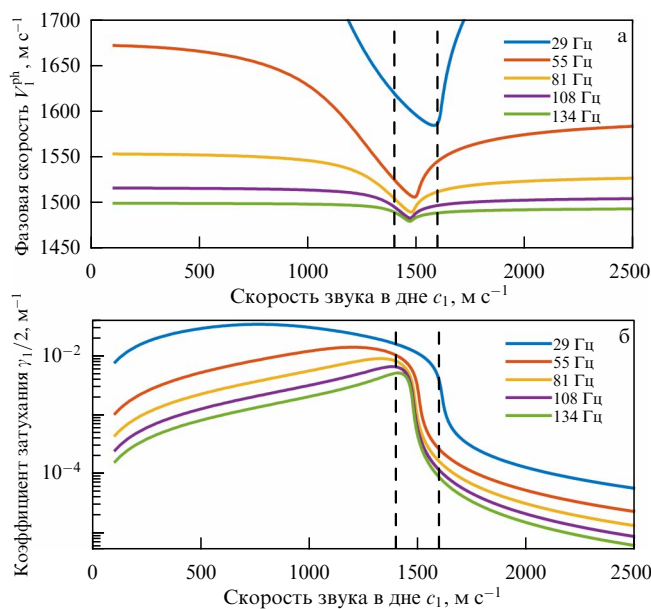
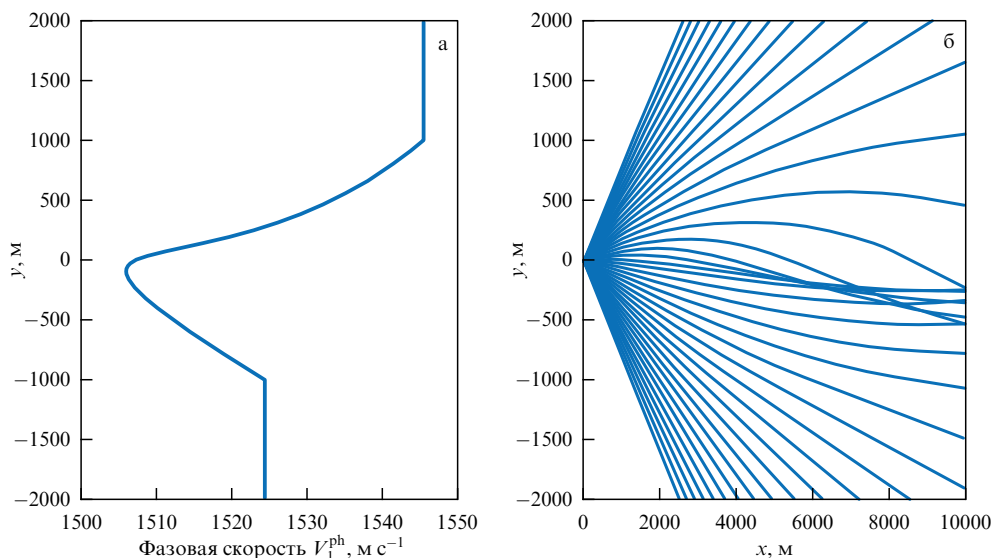
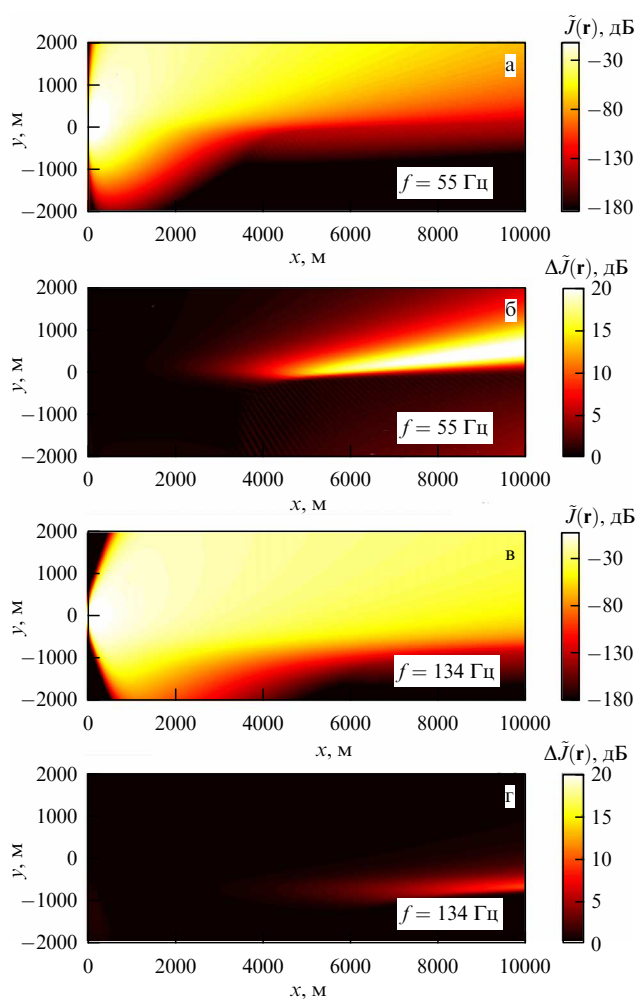


Рис. 14. Зависимость (а) фазовой скорости и (б) коэффициента затухания первой моды от скорости звука в дне. Вертикальными штриховыми линиями отмечены границы переходной области.

Выясним, насколько сильно искривление модовых траекторий влияет на перераспределение энергии в горизонтальной плоскости. Распределение относительного уровня интенсивности  $\tilde{J}(\mathbf{r})$  на плоскости  $(x, y)$  показано на рис. 16а. Отметим, что в данном случае  $\tilde{J}(\mathbf{r}) \approx \tilde{J}_1(\mathbf{r})$ , где  $\tilde{J}_1$  — уровень звукового поля первой моды (29). Прежде всего бросается в глаза сильная анизотропия спада интенсивности в зависимости от выбранного направления, что объясняется значительной пространственной изменчивостью коэффициента затухания и не является проявлением горизонтальной рефракции. Чтобы определить эффект именно рефракции, проводится сравнение уровня  $\tilde{J}(\mathbf{r})$  с уровнем  $\tilde{J}_0(\mathbf{r})$ , вычисленным в приближении несвязанных азимутов ( $N \times 2D$  приближение). Пространственное распределение разности уровней интенсивности  $\Delta\tilde{J}(\mathbf{r}) = \tilde{J}(\mathbf{r}) - \tilde{J}_0(\mathbf{r})$  показано на рис. 16б. Видно, что за счёт горизонтальной рефракции происходит дополнительная засветка части переходной области



**Рис. 15.** (а) Пространственная зависимость фазовой скорости первой моды на частоте 55 Гц и (б) соответствующие траектории модовых лучей в горизонтальной плоскости для источника звука, расположенного в центре переходной области.



**Рис. 16.** Двумерное распределение усреднённых по глубине относительных уровней интенсивности звука  $\tilde{J}(\mathbf{r})$  в горизонтальной плоскости на частоте (а) 55 и (в) 134 Гц; разность уровней  $\Delta\tilde{J}(\mathbf{r})$ , рассчитанных с учётом и без учёта горизонтальной рефракции для частоты (б) 55 и (г) 134 Гц.

дна. Это объясняется тем, что искривлённый луч, несмотря на большую длину траектории, проходит меньшее расстояние в области сильного затухания по сравнению с прямым лучом. Максимальное увеличение амплитуды при заданных условиях достигает  $\Delta\tilde{J}_{\max} = 22$  дБ.

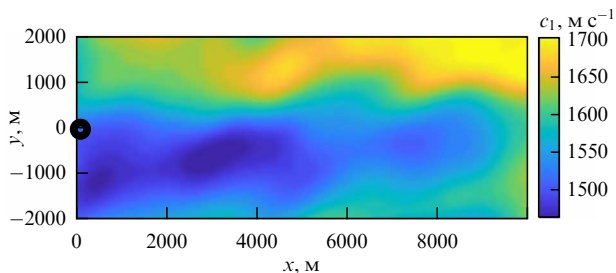
При переходе на более высокие частоты и многомодовый режим эффект рефракции для первой моды ослабляется, но становится выраженным для других мод, которые, однако, затухают сильнее [28]. На рисунке 16в приведены результаты расчёта для частоты 134 Гц, когда поле строится из трёх волноводных мод. Из-за доминирования первой моды в полном поле максимальная разность уровней интенсивности между трёхмерным случаем и  $N \times 2D$  приближением не превосходит  $\Delta\tilde{J}_{\max} = 12$  дБ (рис. 16г).

Расчёты показывают, что при смещении источника частотой 134 Гц относительно минимума фазовой скорости первой моды на 500 м вдоль оси  $y$  в положительном или отрицательном направлении  $\Delta\tilde{J}_{\max}$  снижается до 6 дБ. При частоте 55 Гц ширина области расположения источника, где снижение разности уровней  $\Delta\tilde{J}_{\max}$  превышает 6 дБ относительно максимума, составляет около 2000 м.

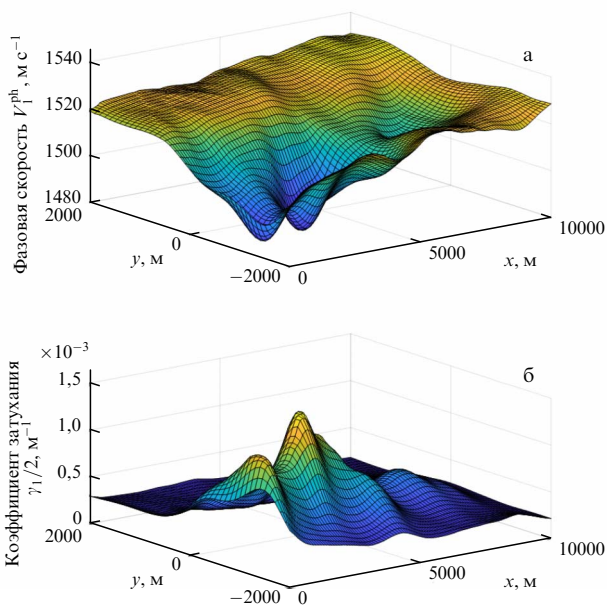
Заметим, что указанные эффекты горизонтальной рефракции, в принципе, могут наблюдаться не только при переходе от акустически мягкого дна к акустически жёсткому, но и, например, при чередовании областей акустически жёсткого дна с различными скоростями звука, но близкими к скорости звука в воде.

## 6.2. Мелководный волновод с неоднородным дном

Результаты расчётов потерь при распространении с использованием упрощённой модели волновода показывают возможность возникновения горизонтальной рефракции в мелководном волноводе в области перехода от акустически мягкого дна к акустически жёсткому даже при постоянной толщине водного слоя. Но здесь возникает вопрос: существуют ли такие области в природе? Ведь для наблюдения рефракции переходная область должна быть не только достаточно протяжён-



**Рис. 17.** Горизонтальный разрез поля скорости звука на глубине 41 м относительно верхней границы волновода в прямоугольной области, отмеченной пунктиром на рис. 3а. Чёрным кружком отмечено положение излучателя при моделировании.



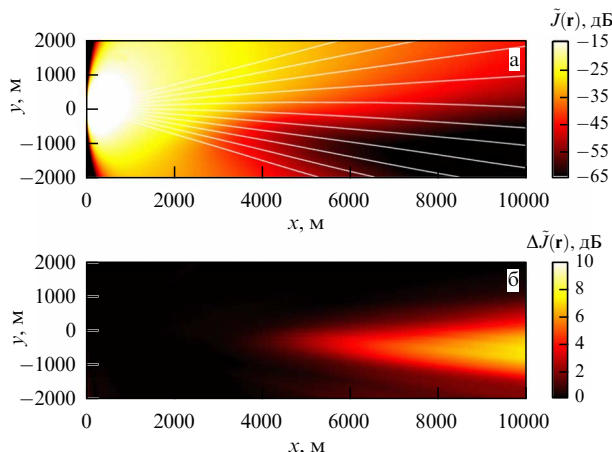
**Рис. 18.** Пространственное распределение (а) фазовой скорости и (б) коэффициента затухания первой моды на частоте 55 Гц.

ной (несколько километров в длину), но и иметь достаточно ровную границу.

Примером мелководного волновода с неоднородным дном и постоянной глубиной водного слоя могут служить некоторые области Карского моря (см. рис. 3). Для изучения трёхмерных эффектов при распространении акустических волн выберем прямоугольный участок дна, отмеченный пунктиром на рис. 3а и показанный отдельно на рис. 17, где наблюдаются самые сильные горизонтальные градиенты скорости звука, а сама скорость звука близка к скорости звука в воде (водоподобное дно). Из приведённых на рис. 17 данных видно, что скорость звука в дне  $c_1$  варьируется от  $1460 \text{ м с}^{-1}$  (синие области) до  $1700 \text{ м с}^{-1}$  (жёлтые области).

Вычисленные для выбранной области распределения фазовой скорости  $V_1^{\text{ph}}$  и коэффициента затухания  $\gamma_1/2$  первой моды на частоте 55 Гц показаны на рис. 18. На рисунке 18а отчётливо видна сильная пространственная изменчивость фазовой скорости моды в области низкоскоростного дна. Градиент фазовой скорости на границе области достигает  $0,06(\text{м с}^{-1})\text{м}^{-1}$ . Этой же области соответствуют самые большие значения модового затухания (до  $1,5 \times 10^{-3} \text{ м}^{-1}$ , или  $13 \text{ дБ км}^{-1}$ ).

Наличие каньонообразного распределения фазовой скорости на рис. 18а приводит к возникновению эффекта



**Рис. 19.** (а) Двумерное распределение уровня средней по глубине интенсивности  $\bar{J}(\mathbf{r})$  в горизонтальной плоскости на частоте 55 Гц с нанесёнными траекториями модовых лучей первой моды; (б) разность потерь при распространении, рассчитанных без учёта и с учётом горизонтальной рефракции.

горизонтальной рефракции, что продемонстрировано на рис. 19 для источника, расположенного в точке с координатами  $x = 0, y = 0$ . Как и в случае идеализированной модели волновода, обращает на себя внимание искривление модовых лучевых траекторий в горизонтальной плоскости, изображённых белыми линиями на рис. 19а. Максимальный угол рефракции при этом составляет  $6^\circ$ . Максимальное отличие уровней средней по глубине интенсивности в горизонтальной плоскости  $\Delta \bar{J}_{\text{max}}$ , рассчитанных с учётом и без учёта горизонтальной рефракции, имеет место в области с низкой скоростью звука в дне и равно  $7 \text{ дБ}$ . Отметим, что при смещении источника в точку с координатами  $x = 0, y = -1000 \text{ м}$  (середина "каньона") разность уровней достигает  $10 \text{ дБ}$ . При увеличении частоты звука до  $134 \text{ Гц}$  такая разность снижается до  $4 \text{ дБ}$ .

### 7. Проявление эффектов взаимодействия мод и горизонтальной рефракции при использовании широкополосных сигналов

Все приведённые ранее результаты относятся к тональным акустическим сигналам. Представляет интерес проследить отмеченные выше эффекты в широкой полосе частот и для импульсных сигналов. Это важно, например, для более точного прогнозирования акустического воздействия на животных под водой на низких частотах [44] и для оценки работоспособности алгоритмов звукоподводной связи на более высоких частотах [45]. Типичным низкочастотным широкополосным источником ( $30 - 80 \text{ Гц}$ ) является пневмопушка, используемая в сейсморазведке (см., например, [46]). Наиболее перспективным диапазоном для дальней звукоподводной связи на мелководном арктическом шельфе является область  $500 - 1000 \text{ Гц}$ .

Моделирование широкополосных сигналов в сложных волноводах проводилось в работах [47–49], но трёхмерные неоднородности в толще дна рассматривались только в [31]. В работах [31, 50, 51] в рамках численного моделирования было показано, что частотная зависимость амплитуд мод вследствие межмодового взаимодействия на сосредоточенной неоднородности (локаль-



ная неоднородность дна, солитон внутренних волн, ледяной киль и др.) приобретает характерную модуляцию, период которой зависит от расстояния до этой неоднородности. Измеряя период модуляции, можно оценивать дистанцию от источника звука до неоднородности при работе на стационарной акустической трассе.

Далее рассмотрим формирование широкополосного звукового поля точечным ненаправленным источником в полосе частот от 35 до 1000 Гц в мелководном волноводе постоянной глубины с неоднородной структурой поля скорости звука в верхнем слое донных осадков (см. подробнее [31, 50, 51]). Как и в разделе 6, выбираются две модели неоднородного дна: идеализированная и реалистичная. При распространении звука поперёк неоднородности анализируется межмодовое взаимодействие, при распространении вдоль — горизонтальная рефракция. Причём первый эффект более выражен на более высоких частотах (100–1000 Гц), а второй — на низких (до 100 Гц) в одномодовом режиме.

Функцию Грина задачи (3) для разных частот  $\omega = 2\pi f$  обозначим  $P(\omega, x, y, z)$ . Она вычисляется согласно (15) или (26) для отдельных частотных составляющих с шагом 1 Гц в полосе частот  $f = 35 - 1000$  Гц. При этом вычисление  $P(\omega, x, y, z)$  для случая межмодового взаимодействия в широкой полосе частот удобнее проводить, используя широкоугольное параболическое уравнение с последующим выделением мод на вертикальной антенне [43].

Пусть  $S_0(\omega)$  — спектр излучаемого сигнала, определяемый как добавочный множитель в правой части уравнения Гельмгольца (3). Тогда спектр принимаемого сигнала равен  $S(\omega, x, y, z) = S_0(\omega) P(\omega, x, y, z)$ . После согласованной фильтрации с излучаемым сигналом временная реализация сигнала на выходе корреляционного приёмника получается с помощью фурье-синтеза:

$$u(t, x, y, z) = 2 \operatorname{Re} \left\{ \int_0^{\infty} |S_0(\omega)|^2 P(\omega, x, y, z) \exp(-i\omega t) d\omega \right\}. \quad (31)$$

В данной работе делается упрощение и предполагается, что излучаемый сигнал имеет равномерный спектр  $|S_0(\omega)| = 1$  в диапазоне частот 35–1000 Гц. Это с хорошей точностью соответствует сигналу с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ).

Амплитуду сигнала на выходе корреляционного приёмника будем представлять в логарифмическом масштабе (в дБ)

$$SL(t, x, y, z) = 20 \lg \left( \frac{u_{\text{envel}}(t, x, y, z)}{\max_t u_{\text{envel}}(t, x = 1 \text{ м}, 0, 0)} \right), \quad (32)$$

где  $u_{\text{envel}} = |\dot{u}|$  — огибающая сигнала  $u$ , получаемая как модуль аналитического сигнала:  $\dot{u} = 2 \int_0^{\infty} |S_0|^2 P \exp(-i\omega t) d\omega$ .

Опишем методику приближённого выделения модовых амплитуд  $A_m$  из спектра сигнала  $u$ , т.е. из  $U = |S_0|^2 P$ , с помощью вертикальной приёмной антенны, перегораживающей весь водный слой по глубине. Из (15) или (26) имеем:  $U = |S_0|^2 \sum A_n \psi_n$ . Заменим точное условие ортогональности собственных функций (17) на приближённое:  $\int_0^H \psi_m \psi_n dz \approx \delta_{mn}$ . Умножим первое равенство на  $\psi_m$  и проинтегрируем от 0 до  $H$ . Получаем, что  $|S_0|^2 A_m \approx \int_0^H U \psi_m dz$ . На практике, если не проводится коррекция спектра источника, то выделяется произведение  $|S_0|^2 A_m$ . При нашем теоретическом анализе, учитывая единичный

спектр источника, получаем

$$A_m(\omega, x, y) \approx \int_0^H P(\omega, x, y, z) \psi_m(\omega, x, y, z) dz. \quad (33)$$

В дальнейшем мы будем приводить только абсолютные значения (33), т.е.  $|A_m(\omega, x, y)|$ .

### 7.1. Идеализированный волновод с линейным изменением скорости звука в дне

Вначале рассмотрим идеализированную модель мелководного волновода, представленную на рис. 13. На неоднородном полупространстве дна расположен однородный водный слой постоянной толщины  $H$  с постоянной скоростью звука  $c$ . Ширину переходной области  $\Delta y$  между акустически мягким и акустически жёстким дном будем варьировать в пределах от 600 до 4000 м.

*Взаимодействие мод.* Для изучения особенностей взаимодействия мод акустическую трассу длиной  $r = 4$  км ориентируем вдоль оси  $y$ . Источник звука располагается в точке с координатами  $x_0 = 4000$  м,  $y_0 = 2000$  м на глубине  $z_0 = 10$  м. Приёмная вертикальная линейная антенна, фильтрующая моды с помощью (34), перегораживает весь волновод по глубине с шагом 1 м в точке  $x_A = 4000$  м,  $y_A = -2000$  м. Модовая фильтрация (33) показывает, что в конце акустической трассы звуковое поле формируется главным образом первой, наиболее энергонесущей модой. Это связано с сильным ростом модового затухания с номером моды в области низкоскоростного дна.

На рисунке 20 приведены частотные зависимости амплитуды первой моды на приёмной антенне для различных размеров переходной области  $\Delta y$ . Можно заметить, что при распространении звука в волноводе с неоднородным дном частотная зависимость амплитуды первой моды имеет характер осцилляций, размах которых растёт с уменьшением ширины неоднородности  $\Delta y$ . Появление модуляции является следствием межмодового взаимодействия и служит индикатором присутствия неоднородности в структуре дна. Данный эффект выражен на частотах более 200 Гц. В отсутствие неоднородностей дна зависимость амплитуды первой моды является монотонной функцией частоты.

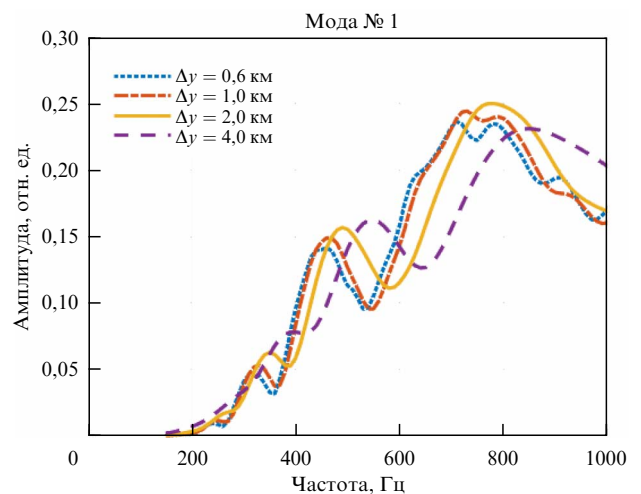
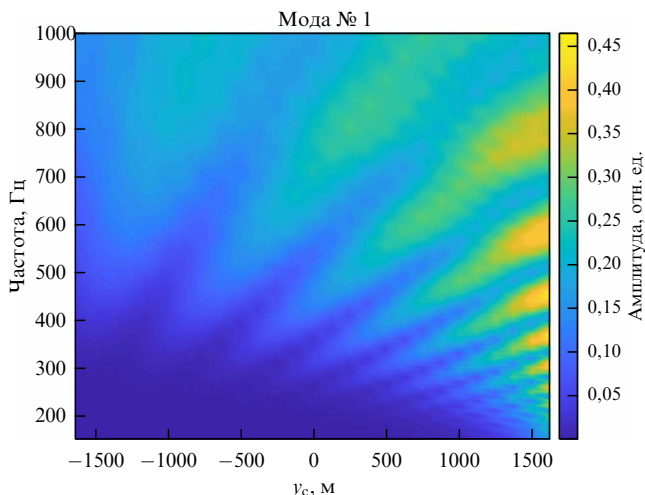


Рис. 20. Частотная зависимость амплитуды первой моды в волноводе с линейным изменением скорости звука в дне при различных размерах переходной области  $\Delta y$ .



**Рис. 21.** Частотная модуляция амплитуды первой моды в зависимости от смещения центра переходной области  $y_c$ . Ширина переходной области фиксирована:  $\Delta y = 600$  м.

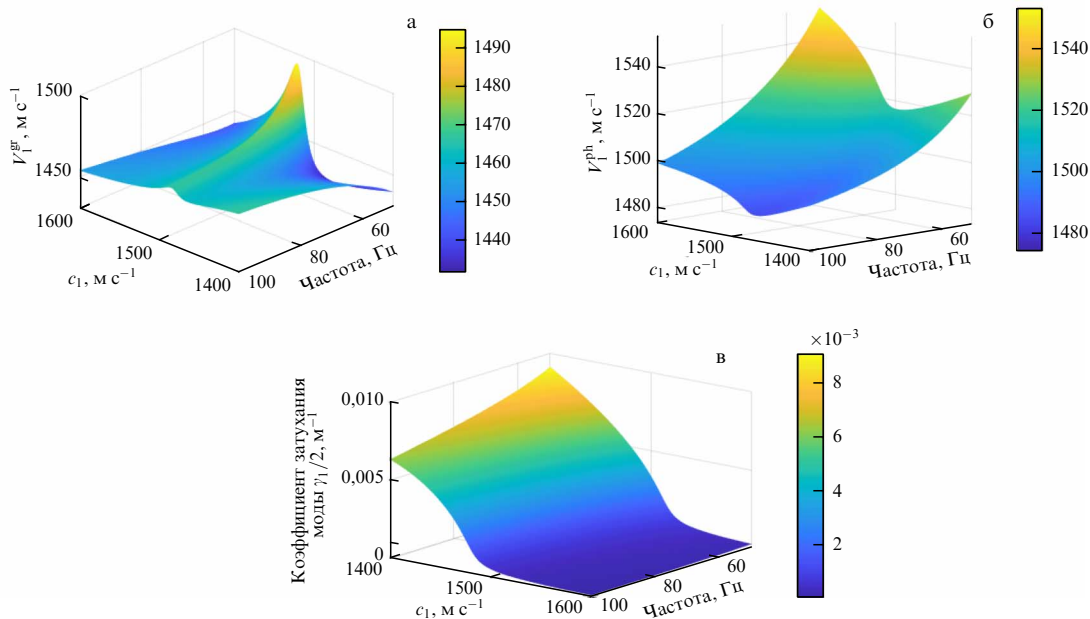
Зафиксировав длину трассы  $r = 4$  км, ширину переходной области  $\Delta y = 600$  м и варьируя только положение центра области  $y_c$ , можно обнаружить, что период модуляции меняется примерно в 7 раз (рис. 21). Более того, частотный период осциллирующий однозначно зависит от расстояния между источником звука и неоднородностью дна, что может быть использовано для решения задачи локализации этой неоднородности [50].

Здесь следует сделать следующее замечание. В [50, 51] было показано, что подобная модуляция в частотной области должна наблюдаться при взаимодействии мод только на сосредоточенной неоднородности (локальная неровность рельефа, одиночный ледяной киль, солитон внутренних волн), размер которой меньше периода интерференционных биений первой и второй моды. В случае с переходной областью между разными типами дна

такая неоднородность не удовлетворяет критерию сосредоточенности. Однако, как отмечено в разделе 5, интенсивное взаимодействие первой и второй моды происходит только в той части акустической трассы, где скорость звука в дне  $c_1$  примерно равна скорости звука в водном слое  $c$ , в остальных же частях трассы межмодовое взаимодействие пренебрежимо мало. С учётом указанной особенности рассматриваемую нами неоднородность можно считать сосредоточенной. Этим же можно объяснить и смещение зависимостей вдоль оси частоты на рис. 21. Изменение ширины переходной области  $\Delta y$  приводит к изменению расстояния от источника звука до точки трассы, где  $c_1 \approx c$ . При  $\Delta y = 600$  м данная точка находится на расстоянии 2090 м, при  $\Delta y = 4000$  м — на расстоянии 2600 м.

**Горизонтальная рефракция.** В рамках исследования горизонтальной рефракции источник звука помещался в середине переходной области в точке с координатами  $x_0 = 0, y_0 = 0$  на глубине  $z_0 = 15$  м. Анализ звукового поля проводился преимущественно в месте расположения вертикальной антенны, находящейся на расстоянии  $r = 10$  км от источника в точке  $x_A = 10000$  м,  $y_A = 0$ .

При изучении горизонтальной рефракции наибольший интерес представляет диапазон частот до 100 Гц, где проявление данного эффекта максимально. На этих частотах в рассматриваемом волноводе существует только одна энергонесущая мода, т.е. реализуется одномодовый режим. Зависимости групповой и фазовой скорости первой моды, а также её коэффициента затухания от частоты излучения и скорости звука в дне приведены на рис. 22. Отметим, что групповая скорость  $V_1^{gr}$  на частотах 50–100 Гц имеет глобальный максимум (рис. 22a), который находится в той области, где скорость звука в дне  $c_1$  близка к скорости звука в воде  $c$ . Это тесно связано с присутствием минимума фазовой скорости  $V_1^{ph}$  в указанной области. В разделе 6 было отмечено, что расположение точечного тонального излучателя в данной области приводит к горизонтальной рефракции.



**Рис. 22.** Зависимость (а) групповой скорости, (б) фазовой скорости и (в) коэффициента затухания первой моды от частоты источника звука и скорости звука в дне.

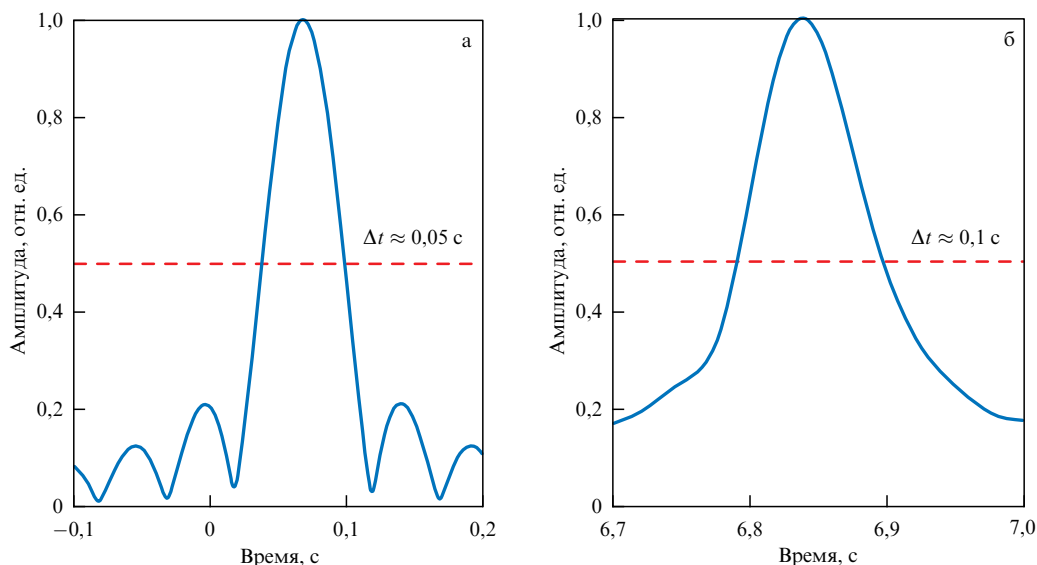


Рис. 23. Нормированные на максимальное значение огибающие принимаемого импульса на расстоянии (а)  $x = 100$  м и (б)  $x = 10000$  м от излучателя вдоль прямой  $y = 0$ . Ширина переходной области  $\Delta y = 2000$  м.

Эффект горизонтальной рефракции для широкополосного сигнала можно продемонстрировать при анализе низкочастотного акустического импульса, получаемого на выходе корреляционного приёмника (31). Так как при уменьшении частоты излучения эффект рефракции становится более заметен, а поглощение дном существенно увеличивается (рис. 22в), для исследований был выбран диапазон частот 50–70 Гц, где потери при распространении звука ещё не столь велики. Важно, что этот диапазон является наиболее значимым при сейсмоакустических исследованиях дна, так как в нём сосредоточена максимальная часть энергии пневмопушки [46].

На рисунке 23 приведены нормированные на максимальное значение огибающие импульса,  $u_{\text{envel}}(t, x, y, z) / \max_t u_{\text{envel}}(t, x, y, z)$ , в точках на расстоянии  $x = 100$  м и 10 км от излучателя при распространении вдоль прямой  $y = 0$  и при фиксированном поперечном размере переходной области  $\Delta y = 2000$  м между акустически мягким и акустически жёстким дном. Видно, что в ходе распространения импульса его ширина по уровню 0,5 увеличивается в два раза (с 0,05 до 0,1 с), что обусловлено частотной зависимостью коэффициента затухания первой моды и её внутримодовой дисперсией.

На рисунке 24 представлены огибающие импульсов в логарифмическом масштабе,  $SL(t, x, y, z)$  для разных поперечных размеров переходной области  $\Delta y$ . Импульсы рассчитаны как в рамках метода модовых параболических уравнений, так и в приближении несвязных азимутов ( $N \times 2D$  приближение), когда горизонтальная рефракция не учитывается, а моделирование проводится независимо для отдельных вертикальных разрезов волновода. На основании рис. 24 можно сделать следующие выводы:

1. Максимальная амплитуда  $SL_{\text{max}}(x, y, z) = \max SL(t, x, y, z)$  низкочастотного импульса возрастает на величину до 65 дБ по сравнению с  $N \times 2D$  приближением за счёт горизонтальной рефракции. Последнее обусловлено тем, что при распространении по изогнутой траектории импульс проходит над дном с меньшим затуханием звука. При этом влияние ширины переходной области  $\Delta y$  на величину  $SL_{\text{max}}$  заметно лишь до определённых предельных значений  $\Delta y \approx 1,0$  км.

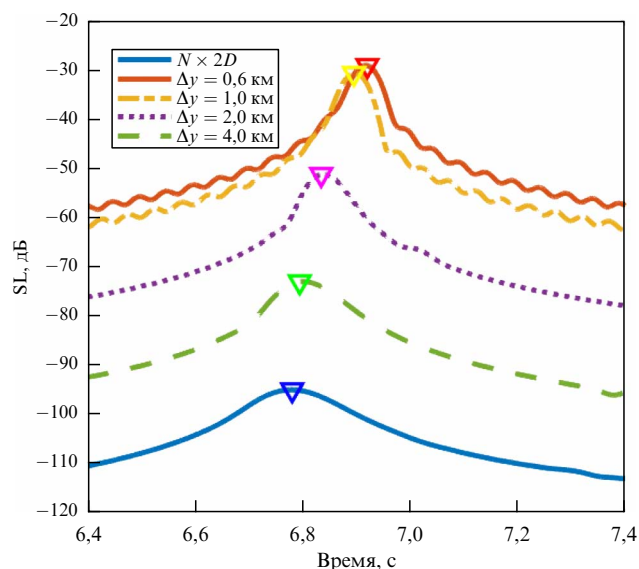


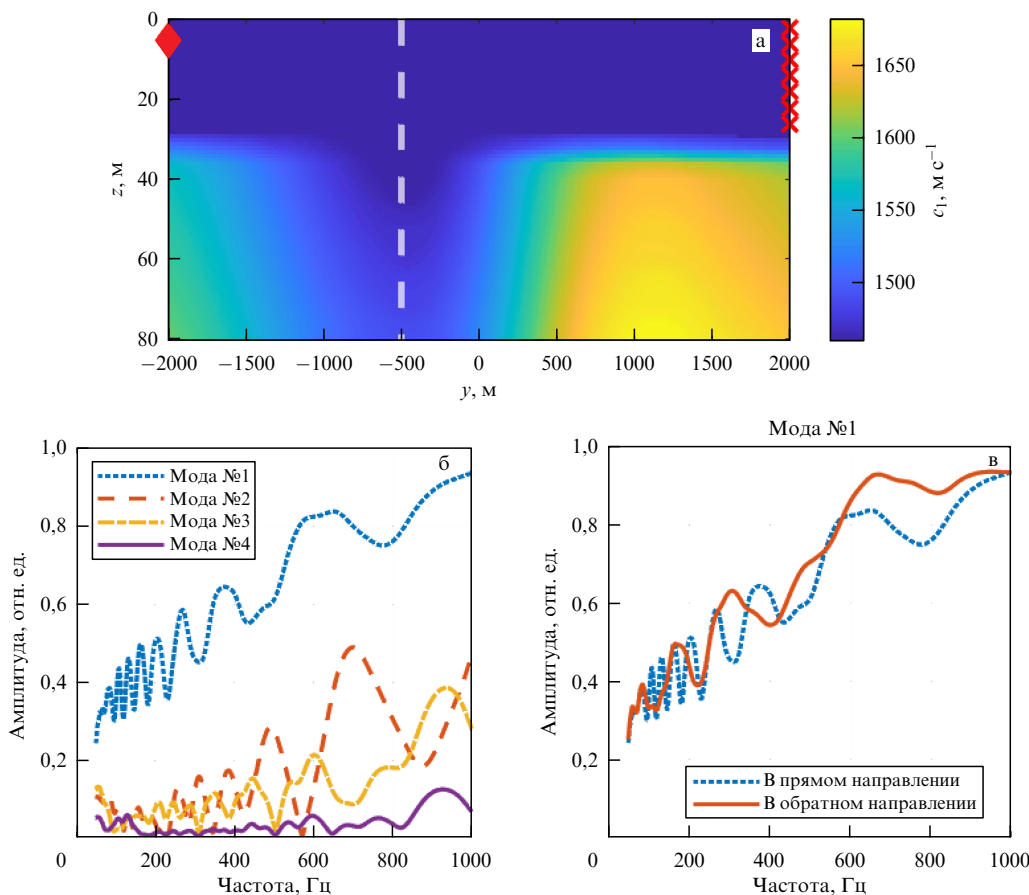
Рис. 24. Огибающие принимаемого импульса в логарифмическом масштабе на расстоянии  $x = 10000$  м от излучателя для  $y = 0$  при разных поперечных размерах переходной области  $\Delta y$ . Нижняя синяя кривая рассчитана без учёта горизонтальной рефракции в  $N \times 2D$  приближении. Треугольниками отмечены положения максимумов.

2. С уменьшением ширины  $\Delta y$  время распространения импульса увеличивается, что говорит о заметной горизонтальной рефракции. На расстоянии 10 км задержка времени прихода составляет 0,1 с для случая, когда ширина переходной области достигает  $\Delta y \approx 1,0$  км.

## 7.2. Мелководный волновод с неоднородным дном

Для изучения проявлений межмодового взаимодействия и горизонтальной рефракции в условиях реалистичной модели волновода с неоднородной структурой дна был выбран тот же участок, что и в разделе 6.2 (см. рис. 17).

*Взаимодействие мод.* Для анализа межмодового взаимодействия был выбран вертикальный разрез волновода вдоль оси  $y$  при  $x = 3500$  м, показанный отдельно на рис. 25а. Глубина источника звука составляет  $z_0 = 5$  м. Длина акустической трассы равна  $r = 4$  км. В отличие от



**Рис. 25.** (а) Скорость звука вдоль акустической трассы; белая штриховая линия обозначает положение минимума скорости звука в дне; красный ромб — положение источника, красная цепочка — положение приёмной антенны. (б) Частотная зависимость модовых амплитуд первых четырёх мод на вертикальной антенне; (в) частотная зависимость амплитуды первой моды на расстоянии 4 км при распространении звука в прямом (слева направо) и обратном (справа налево) направлении.

идеализированной модели волновода, которая была рассмотрена выше, здесь скорость звука в дне  $c_1$  не опускается ниже скорости звука в воде  $c$ . Кроме того, источник звука и приёмная антенна располагаются над акустически жёстким дном. Эти два фактора предполагают наличие нескольких энергонесущих мод на частотах до 1 кГц.

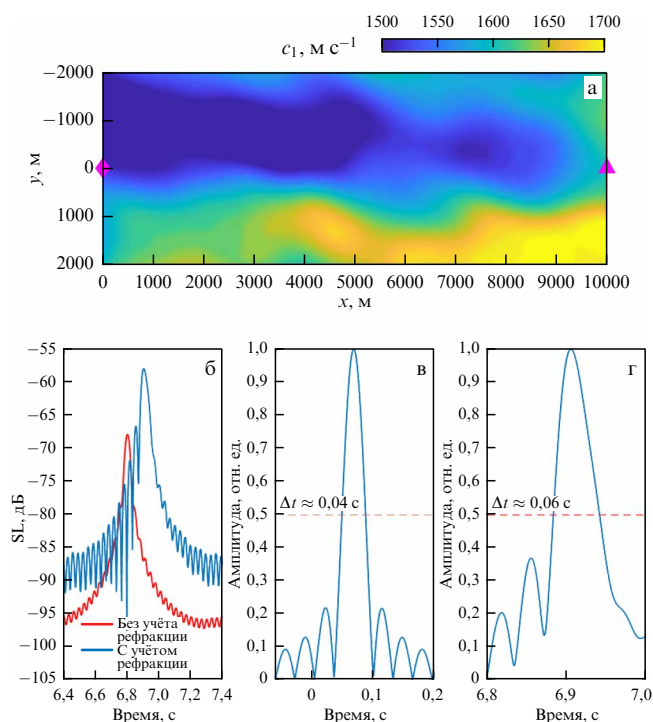
Частотные зависимости амплитуд первых четырёх мод на вертикальной антенне приведены на рис. 25б. Можно заметить, что основной вклад в звуковое поле вносят 1-я, 2-я и 3-я моды, а их амплитуды демонстрируют значительные осцилляции в частотной области. Это является следствием межмодового взаимодействия. На рисунке 25в представлены зависимости амплитуды первой моды от частоты для прямой (слева направо) и обратной (справа налево) ориентации акустической трассы. Как видно, период осцилляций сильно различается, что особенно заметно на частотах до 500 Гц.

Область низкоскоростного дна находится примерно посередине акустической трассы, ближе к источнику звука: минимум скорости звука в дне находится в месте, где  $y = -500$  м (рис. 25а). Как и в случае с идеализированной моделью дна, данную область можно рассматривать как сосредоточенную неоднородность. В волноводе с постоянной скоростью звука в воде расстояние  $r_s$  от источника звука до сосредоточенной неоднородности прямо пропорционально числу максимумов  $L$  амплитуды первой моды, попадающих в фиксированный частотный диапазон, т.е.  $r_s \sim L [50]$ . Такую особенность можно ис-

пользовать для локализации неоднородности. Чтобы не решать задачу нахождения коэффициента пропорциональности между  $r_s$  и  $L$ , воспользуемся рис. 25в и следующим приёмом. Обозначим через  $L$  число максимумов амплитуды моды при прямой ориентации трассы, а  $L'$  — при обратной. Расстояния от источника звука до неоднородности обозначим  $r_s$  и  $r'_s$  соответственно, причём  $r_s + r'_s = r$  — длина акустической трассы. Тогда будет справедливо следующее соотношение  $r'_s/r_s = L'/L$  или  $(r - r_s)/r_s = L'/L$ , откуда следует выражение для оценки расстояния до неоднородности  $r_s = r/(1 + L'/L)$ . Отношение  $L'/L \approx 2$  для частот до 500 Гц, что с учётом длины трассы  $r = 4000$  м даёт значение расстояния от источника до неоднородности  $r_s \approx 1330$  м. Это значение с точностью до 170 м совпадает с положением минимума скорости звука в дне, которое отмечено вертикальной штриховой линией на рис. 25а.

**Горизонтальная рефракция.** Для демонстрации горизонтальной рефракции источник звука располагается в точке  $x_0 = 0$ ,  $y_0 = 0$ ,  $z_0 = 15$  м (как и в разделе 6.2), а вертикальная приёмная антенна в точке  $x_A = 10000$  м,  $y_A = 0$ . На рисунке 26а показан горизонтальный разрез поля скорости звука в дне на глубине 14 м относительно границы вода–дно с указанием местоположения источника звука и антенны. Смоделированные импульсы для диапазона частот от 35 до 65 Гц приведены на рис. 26б–г. На этих частотах звуковое поле формируется только из одной энергонесущей моды.





**Рис. 26.** (а) Горизонтальный разрез поля скорости звука в дне по глубине 14 м относительно границы вода–дно (ромб показывает положение источника, треугольник — антенны). (б) Огибающие принимаемого импульса в логарифмическом масштабе на расстоянии 10000 м от излучателя в точке расположения антенны с учётом и без учёта горизонтальной рефракции. (в, г) Нормированные на максимальное значение огибающие импульса на расстоянии 100 м и 10000 м вдоль оси  $x$ .

Как и в случае идеализированного модельного волновода, в точке приёма на расстоянии 10 км наблюдается повышение уровня  $SL$  (рис. 26б), рассчитанного с учётом горизонтальной рефракции, по сравнению с результатами моделирования без учёта горизонтальной рефракции ( $N \times 2D$  приближение). Отличие максимальных уровней составляет  $\Delta SL_{\max} \approx 11$  дБ. Задержка времени прихода импульсного сигнала примерно равна  $\Delta t = 0,1$  с. Указанные эффекты являются проявлениями горизонтальной рефракции.

Рисунки 26в и г показывают, как изменяется длительность импульса при распространении по акустической трассе. Ширина импульса по уровню 0,5 на расстоянии 10 км возрастает в 1,5 раза по сравнению с импульсом на расстоянии 100 м от источника.

## 8. Заключение

Сформулируем основные закономерности при распространении низкочастотного звука в мелководном акустическом волноводе, которые связаны с особенностями внутренней структуры подстилающего полупространства (морского дна).

Как показывают результаты трёхмерной инженерной сейсморазведки арктического шельфа, его дно имеет именно такие структурные пространственные неоднородности, причём существенные. С точки зрения акустики мелкого моря эти неоднородности проявляются в виде сложного пространственного распределения скорости звука в донных осадках  $c_1(x, y, z)$ .

Уменьшение с расстоянием средней по глубине интенсивности акустического поля при его дальнейшем распространении в указанном волноводе сильно зависит от величины  $c_1(x, y, z)$ , которая определяется в том числе степенью газонасыщенности донных осадков. Коэффициент затухания акустических волн при этом варьируется в широких пределах: от нескольких десятых до десятка дБ км<sup>-1</sup>. Подобные контрасты могут наблюдаться даже для близкорасположенных акустических трасс, в том числе выходящих из одной точки. При весьма малых, но ненулевых концентрациях газа может реализовываться ситуация, когда скорость звука в дне близка к скорости звука в воде. Такое дно можно назвать водоподобным. Для такого типа дна потери энергии при волноводном распространении звука максимальны.

Помимо сильного затухания, в области водоподобного дна и её окрестности могут проявляться эффекты горизонтальной рефракции акустических волн. Это возможно, даже если водная поверхность и дно ровные, а неоднородности в водной толще отсутствуют. Горизонтальная рефракция возникает при распространении звука вдоль границы водоподобного дна и наиболее выражена на низких частотах, когда в акустическом волноводе распространяется одна мода. За счёт данного эффекта возрастает интенсивность звука на 10 дБ и более, а также увеличивается время распространения звукового импульса на 1,5 %. Причём угол горизонтальной рефракции может достигать  $\approx 10^\circ$ .

Указанные закономерности при распространении низкочастотного звука эффективно моделируются в рамках модового описания звукового поля. Взаимодействие между модами следует учитывать на относительно высоких частотах при распространении акустических волн над областью водоподобных осадков. Взаимодействие почти не проявляется в характере спадающей средней по глубине интенсивности звукового поля, создаваемого точечным источником. Однако межмодовое взаимодействие вызывает осцилляции в частотных зависимостях амплитуд мод, прошедших участок водоподобного дна. Эта особенность может быть использована для локализации таких участков в экспериментах на стационарных акустических трассах. В областях, где нет водоподобных осадков, распространение мод можно считать адиабатическим (без взаимодействия), а также пренебрегать горизонтальной рефракцией (справедливо приближение несвязанных азимутов).

Материалы настоящего обзора могут быть полезны при разработке физических основ акустического мониторинга арктического шельфа России. В первую очередь здесь имеется в виду мониторинг, направленный на крупномасштабную акустическую термометрию окраинных морей Северного Ледовитого океана [52], а также на контроль уровня антропогенных шумов, влияющих на охраняемые виды морских млекопитающих в указанной акватории.

Обзор подготовлен за счёт гранта Российского научного фонда № 22-72-10121, <https://rscf.ru/project/22-72-10121/>.

## Список литературы

1. Бреховских Л М, Лысанов Ю П *Теоретические основы акустики океана* (М.: Наука, 2007); Пер. на англ. яз.: Brekhovskikh L M, Lysanov Yu P *Fundamentals of Ocean Acoustics* (Modern Acoustics and Signal Processing) (New York: Springer, 2003) <https://doi.org/10.1007/b97388>



2. Кацнельсон Б Г, Петников В Г *Акустика мелкого моря* (М.: Наука, 1997); Пер. на англ. яз.: Katsnelson B G, Petnikov V G *Shallow Water Acoustics* (London: Springer, 2002)
3. Pecknold S P, Masui K W, Hines P C *J. Acoust. Soc. Am.* **124** EL110 (2008)
4. Кацнельсон Б Г и др. *Акустический журн.* **31** 537 (1985); Katsnelson B G et al. *Sov. Phys. Acoust.* **31** 321 (1985)
5. Отчёт о 23-м рейсе НИС "Академик Курчатов" (М.: Институт океанологии им. П.П. Ширшова АН СССР, 1976)
6. Knobles D P et al. *IEEE J. Ocean. Eng.* **35** 732 (2010)
7. Shakhova N et al. *Science* **327** 1246 (2010)
8. Колобакин А А и др. *Инженерные изыскания* (10–11) 38 (2016)
9. Дмитриевский Н Н и др. *Океанология* **54** 128 (2014); Dmitrevskii N N et al. *Oceanology* **54** 116 (2014)
10. Яшин Д С, Ким Б И *Геология нефти и газа* (4) 25 (2007)
11. Hamilton E L, in *Physics of Sound in Marine Sediments* (Marine Science, Vol. 1, Ed. L Hampton) (New York: Plenum Press, 1974); Пер. на русск. яз.: Гамильтон Э Л, в сб. *Акустика морских осадков* (Под ред. Л Хэмптона, Пер. с англ. под ред. Ю Ю Житковского) (М.: Мир, 1977)
12. Белов А И, Кузнецов Г Н *Акустический журн.* **59** 722 (2013); Belov A I, Kuznetsov G N *Acoust. Phys.* **59** 674 (2013)
13. Рутенко А Н, Ушчиловский В Г *Акустический журн.* **61** 605 (2015); Rutenko A N, Ushchipovskii V G *Acoust. Phys.* **61** 556 (2015)
14. Han D-G et al. *Front. Mar. Sci.* **10** 956323 (2023)
15. Агеева Н С и др. *Акустический журн.* **40** 181 (1994); Ageeva N S et al. *Acoust. Phys.* **40** 159 (1994)
16. Белов А И, Журавлев В А, Комаров А Г *Акустический журн.* **42** 334 (1996); Belov A I, Zhuravlev V A, Komarov A G *Acoust. Phys.* **42** 290 (1996)
17. Белов А И, Комаров А Г *Акустический журн.* **44** 312 (1998); Belov A I, Komarov A G *Acoust. Phys.* **44** 260 (1998)
18. Боганик Г Н, Гурвич И И *Сейморазведка* (Тверь: АИС, 2006)
19. Воскресенский Ю Н *Построение сейсмических изображений* (М.: РГУ нефти и газа, 2006)
20. Степанов А В *Обработка сейсмических данных* (Казань: Казанский университет, 2013)
21. Weinberg N L, Clark J G *J. Acoust. Soc. Am.* **68** 703 (1980)
22. Кравцов Ю А, Кузькин В М, Петников В Г *Акустический журн.* **30** 79 (1984); Kravtsov Yu A, Kuz'kin V M, Petnikov V G *Sov. Phys. Acoust.* **30** 45 (1984)
23. Doolittle R, Tolstoy A, Buckingham M *J. Acoust. Soc. Am.* **83** 2117 (1988)
24. Shmelev A Yu, Migylin A A, Petnikov V G *J. Acoust. Soc. Am.* **92** 1003 (1992)
25. Badley M et al. *J. Acoust. Soc. Am.* **117** 613 (2005)
26. Ballard M S, Lin Y-T, Lynch J F *J. Acoust. Soc. Am.* **131** 2587 (2012)
27. Григорьев В А, Петников В Г, Росляков А Г, Терёхина Я Е *Акустический журн.* **64** 342 (2018); Grigor'ev V A, Petnikov V G, Roslyakov A G, Terekhina Ya E *Acoust. Phys.* **64** 331 (2018)
28. Petnikov V G, Grigorev V A, Lunkov A A, Sidorov D D *J. Acoust. Soc. Am.* **151** 2297 (2022)
29. Lunkov A, Sidorov D, Petnikov V *J. Mar. Sci. Eng.* **9** 1269 (2021)
30. Луньков А А, Петников В Г, Сидоров Д Д *Акустический журн.* **68** 400 (2022); Lunkov A A, Petnikov V G, Sidorov D D *Acoust. Phys.* **68** 357 (2022)
31. Сидоров Д Д, Петников В Г, Луньков А А *Акустический журн.* **69** 608 (2023); Sidorov D D, Petnikov V G, Lunkov A A *Acoust. Phys.* **69** 699 (2023)
32. Zhou J et al. *J. Acoust. Soc. Am.* **82** 2068 (1987)
33. Akal T, in *Physics of Sound in Marine Sediments* (Marine Science, Vol. 1, Ed. L Hampton) (New York: Plenum Press, 1974); Пер. на русск. яз.: Эйкал Т, в сб. *Акустика морских осадков* (Под ред. Л Хэмптона, Пер. с англ. под ред. Ю Ю Житковского) (М.: Мир, 1977)
34. Рожин Ф В, Тонаканов О С *Общая гидроакустика* (М.: Изд-во МГУ, 1988)
35. Григорьев В А, Петников В Г *Акустический журн.* **62** 681 (2016); Grigor'ev V A, Petnikov V G *Acoust. Phys.* **62** 700 (2016)
36. Григорьев В А, Петников В Г, Шатравин А В *Акустический журн.* **63** 389 (2017); Grigoriev V A, Petnikov V G, Shatravina A V *Acoust. Phys.* **63** 433 (2017)
37. Katsnelson B, Petnikov V, Lynch J *Fundamentals of Shallow Water Acoustics* (New York: Springer, 2012)
38. Urick R J *Principles of Underwater Sound* (New York: McGraw-Hill, 1975); Пер. на русск. яз.: Урик Р Дж *Основы гидроакустики* (Библиотека инженера-акустика) (Л.: Судостроение, 1978)
39. Григорьев В А, Луньков А А, Петников В Г *Акустический журн.* **61** 90 (2015); Grigor'ev V A, Lun'kov A A, Petnikov V G *Acoust. Phys.* **61** 85 (2015)
40. Бреховских Л М, Годин О А *Акустика неоднородных сред* Т. 2 (М.: Наука, 2009)
41. Grigor'ev V A, Lunkov A A, Petnikov V G *Phys. Wave Phenom.* **28** 255 (2020)
42. Collins M D *J. Acoust. Soc. Am.* **94** 2269 (1993)
43. Collins M D *J. Acoust. Soc. Am.* **96** 382 (1994)
44. Рутенко А Н и др. *Акустический журн.* **58** 248 (2012); Rutenko A N et al. *Acoust. Phys.* **58** 210 (2012)
45. Волков М В и др. *Акустический журн.* **64** 676 (2018); Volkov M V et al. *Acoust. Phys.* **64** 692 (2018)
46. Uzhanov E et al. *J. Mar. Sci. Eng.* **9** 1423 (2021)
47. Рутенко А Н и др. *Акустический журн.* **58** 356 (2012); Rutenko A N et al. *Acoust. Phys.* **58** 326 (2012)
48. Sturm F J *Acoust. Soc. Am.* **117** 1058 (2005)
49. Lin Y-T et al. *J. Acoust. Soc. Am.* **145** EL335 (2019)
50. Луньков А А, Шерменева М А *Акустический журн.* **68** 510 (2022); Lunkov A A, Shermeneva M A *Acoust. Phys.* **68** 467 (2022)
51. Григорьев В А, Луньков А А *Акустический журн.* **69** 453 (2023); Grigorev V A, Lunkov A A *Acoust. Phys.* **69** 525 (2023)
52. Munk W, Wunsch C *Deep Sea Res. A* **26** 123 (1979)
53. Григорьев В А *Акустический журн.* **68** 288 (2022); Grigorev V A *Acoust. Phys.* **68** 251 (2022)
54. DeSanto J A, in *Ocean Acoustics* (Topics in Current Physics, Vol. 8, Ed. J A DeSanto) (Berlin: Springer-Verlag, 1979); Пер. на русск. яз.: Де Санто Дж А, в сб. *Акустика океана* (Под ред. Дж Де Санто, пер. с англ. под ред. Ю А Кравцова) (М.: Мир, 1982)
55. Бреховских Л М *Волны в слоистых средах* (М.: Наука, 1973); Пер. на англ. яз.: Brekhovskikh L M *Waves in Layered Media* (New York: Academic Press, 1980)
56. Гулин О Э, Ярошчук И О *Акустический журн.* **64** 186 (2018); Gulina O E, Yaroshchuk I O *Acoust. Phys.* **64** 186 (2018)

### Acoustic properties of the sea bottom and their effect on long-range sound propagation on the Arctic shelf

A.A. Lunkov<sup>(1,a)</sup>, V.A. Grigorev<sup>(1,2,b)</sup>, V.G. Petnikov<sup>(1,c)</sup>

<sup>(1)</sup> Prokhorov General Physics Institute, Russian Academy of Sciences, ul. Vavilova 38, 119991 Moscow, Russian Federation

<sup>(2)</sup> Voronezh State University, Universitetskaya pl. 1, 394018 Voronezh, Russian Federation

E-mail: <sup>(a)</sup> lunkov@kapella.gpi.ru, <sup>(b)</sup> grig4@yandex.ru, <sup>(c)</sup> petniko@kapella.gpi.ru

The results of a study of the long-range propagation of low-frequency acoustic waves in shallow water over distances much greater than the water depth are presented. The primary focus is on the characteristics of the sound fields due to the influence of an inhomogeneous seabed. The effect of the physical properties of the bottom on the attenuation and refraction of acoustic waves is given special attention. Emphasis is placed on sound propagation on the Arctic shelf, where the inhomogeneities in the upper layer of the bottom sediments are particularly pronounced. Examples of the inhomogeneities obtained from 3D seismic surveys and shallow seabed drilling are given.

**Keywords:** shallow water acoustics, waveguide with random inhomogeneities

PACS numbers: **43.30. - k, 43.30. + m, 92.10. Vz**

Bibliography — 56 references

*Uspekhi Fizicheskikh Nauk* **194** (2) 184–207 (2024)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2023.10.039600>

Received 15 August 2023, revised 4 October 2023

*Physics – Uspekhi* **67** (2) (2024)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2023.10.039600>