

К 100-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ Я.Б. ЗЕЛЬДОВИЧА

Климат как игра случая

А. Рузмайкин

Рассматривается роль случая в хаотических системах, таких как климат Земли, в реакциях на внешние воздействия; при этом используются общие принципы и простые модели. Согласно флуктуационно-диссипативной теореме, реакция простой однородной системы на внешнее воздействие определяется её корреляционной функцией. Структурированная система реагирует более сложным образом. Её среднее состояние (например, глобальная температура Земли) изменяется слабо, но очень сильно возрастает число экстремальных событий (таких как наводнения и засухи). Статистика экстремальных событий выявляет некоторые поразительные их свойства, в частности, способность образовывать кластеры, т.е. приходить группами. Это явление хорошо отражено в народной поговорке: "Беда никогда не приходит одна". В данной статье статистика экстремальных событий иллюстрируется примером процесса, связанного с выпадением осадков. Обсуждается приложение статистики к изучению космического климата.

PACS numbers: 02.50. – r, 05.45. – a, 92.05.Df

DOI: 10.3367/UFNr.0184.201403f.0297

Содержание

1. Введение (297).
 2. Реакция случайной системы на внешние воздействия (298).
 - 2.1. Флуктуационно-диссипативная теорема. 2.2. Внешнее воздействие на динамическую систему с двумя состояниями. 2.3. Климатические структуры. 2.4. Происхождение климатических структур. 2.5. Внешнее воздействие на климатические структуры.
 3. Экстремальные события (303).
 - 3.1. Устойчивые распределения вероятностей. 3.2. Кластеризация экстремальных событий. 3.3. Экстремальные события, связанные с выпадением осадков. 3.4. Экстремальные события, связанные с космическим климатом.
 4. Выводы и воспоминания (309).
- Список литературы (310).

1. Введение

В 1987 году — это был последний год жизни Я.Б. Зельдовича — Яков Борисович, Дмитрий Соколов и я написали книгу *Всемогущий случай* [1]. В тот период физики вновь обратили внимание на роль случая в физических процессах. Шли бурные дискуссии о том, как описывать турбулентность — в виде комбинации большого числа состояний с иррациональными соотношениями частот [2] или в виде динамической системы с конечным числом степеней свободы [3]. Математики

обращали наше внимание на ляпуновские экспоненты в фазовом пространстве и открывали странные аттракторы. Это незабываемое время отразилось в нашей книге: в ней мы рассматривали роль случайностей в происхождении магнитных полей планет, звёзд и галактик, тогда это нас интересовало больше всего. Яков Борисович с удовольствием возвращался к давним классическим работам Эйнштейна и Смолуховского о броуновском движении; используя современные математические методы, мы с талантливым математиком школы Колмогорова Станиславом Молчановым распространили их идеи на процессы переноса скаляров и векторов [4, 5].

Я.Б. Зельдович был во многих отношениях замечательной личностью, одна из главных его черт — способность откликаться на вызовы времени. Он быстро и активно реагировал на новые направления в науке и во многих случаях внёс огромный вклад в их развитие. Его стиль работы всегда вдохновлял меня, и я считал, что будет уместным рассмотреть роль случая на более современном уровне науки и в русле интересов современного общества. В число актуальных проблем нашего времени входят вопросы изменения климата. А в хаотической системе климата Земли самую интересную, по моему мнению, проблему предлагает именно "всемогущий случай".

Сегодня уже никто не отрицает, что климат Земли изменяется. Глобальная температура повышается, а экстремальные погодные явления (такие как наводнения и засухи) становятся интенсивнее и многочисленнее. Новостные ленты полны сообщений о таких явлениях и их разрушительных последствиях. В Интернете без труда можно найти ссылки на недавние природные катастрофы. Аномальная жара в Европе летом 2003 г. унесла почти 40 тыс. жизней. Июльское наводнение 2010 г. в

А. Рузмайкин. Jet Propulsion Laboratory,
California Institute of Technology, Pasadena, California, USA
E-mail: alexander.ruzmaikin@jpl.nasa.gov

Статья поступила 21 октября 2013 г.,
после доработки 9 декабря 2013 г.

Пакистане, вызванное проливными муссонными дождями, затопило почти пятую часть территории этой страны, пострадало около 20 млн человек. От беспрецедентно аномальной жары в России в июле 2010 г., подобной которой на этой территории не было на протяжении тысячи лет, умерли почти 15 тыс. человек. Ущерб от сильнейшего и самого разрушительного урагана "Сэнди", обрушившегося на Соединённые Штаты в сезон атлантических ураганов 2012 г. (второй по величине ущерб после причинённого ураганом "Катрина"), составил более 68 млрд долл. США. Не говоря уже о беспрецедентном, причинившем множество бедствий, наводнении в августе 2013 г. в Амурской области, откуда родом автор статьи.

В настоящее время в центре дискуссий находится вопрос о том, вызвано ли наблюдаемое изменение климата человеческой деятельностью, связанной с выбросами в атмосферу диоксида углерода (CO_2) и других парниковых газов. Некоторые учёные-скептики и люди, не работающие в области естественных наук, полагают, что климат изменяется в основном из-за изменчивости природных процессов, естественным образом присущих земной климатической системе, а антропогенное (вызванное человеком) воздействие незначительно. Для того чтобы понять причины изменения климата, необходимо тщательно исследовать реакции климатической системы Земли на внешние воздействия и ответить на вопрос о том, отличается ли реакция на антропогенные воздействия (такие как увеличение концентрации CO_2) от реакции на естественные воздействия, вызываемые извержением вулканов или вариациями солнечного излучения, и если отличия имеются, то каковы они. Подробный обзор современного состояния теоретических исследований и анализ наблюдений, связанных с этим вопросом, можно найти в недавно вышедшем 5-м выпуске Оценочного доклада об изменениях климата и их последствиях (Intergovernmental Panel on Climate Change, IPCC) [6]. В журнале *УФН* А. Бялко [7] опубликовал интересное введение в проблему изменения климата на протяжении большого периода времени.

Обсуждение статистических задач, близких к тем, о которых будет говориться ниже, можно найти в книгах П.Ф. Демченко и А.А. Кислова [8] и Г.С. Голицына [9]. К сожалению, рассмотрение хорошо развитых численных методов моделирования атмосферной циркуляции и климатических изменений выходит за рамки данной статьи. Этот небольшой обзор, написанный на основе принципов, изложенных в книге *Всемогущий случай* [1], базируется на собственных исследованиях автора, и основное внимание уделяется только одному аспекту проблемы — роли случая в реакциях климата на внешние воздействия.

Обзор организован следующим образом. Раздел 2 начинается с введения в широко известные исследования реакций чисто случайных однородных систем на слабые внешние воздействия. После введения рассматривается роль структур, встроенных в систему, прежде всего на примере динамической системы Лоренца и простой динамической системы с двумя потенциальными ямами, затем рассматриваются реальные климатические структуры Земли (climate patterns). Главный вывод из этих рассуждений состоит в том, что внешнее воздействие слабо влияет на средние состояния системы, но значительно увеличивает вероятность сильных отклонений

(экстремальных событий). Раздел 3 посвящён обсуждению основ статистики экстремальных событий, в нём приводятся примеры применения этой статистики к экстремумам выпадения осадков и экстремумам космической погоды.

2. Реакция случайной системы на внешние воздействия

Линейные и нелинейные системы реагируют на внешние воздействия по-разному. Классический пример реакции линейной системы — закон Гука в теории упругости, гласящий, что величина деформации пружины прямо пропорциональна силе, вызывающей эту деформацию. Подобное линейное приближение до сих пор широко используется в исследованиях климата [6], например, при оценке чувствительности s глобальной температуры Земли T к изменению радиационного (теплого) воздействия F :

$$\Delta T = s \Delta F.$$

Радиационное воздействие представляет собой разность между солнечной энергией, получаемой Землёй, и энергией, излучаемой обратно в космос. Количественно оно обычно выражается величиной изменения теплового потока ΔF на уровне атмосферной тропопаузы и измеряется в единицах $[\text{Вт м}^{-2}]$. Характерное значение $s = 0,8 \text{ К Вт}^{-1} \text{ м}^2$ позволяет дать быструю оценку глобального потепления, вызванного тепловым неравновесием. Например, для оценки глобального потепления за счёт увеличения содержания CO_2 часто используется формула $\Delta F = 5,4 \ln(\text{CO}_2/\text{C}_0)$, где C_0 — эталонная концентрация CO_2 (ср. wikipedia.org/wiki/Radiative_forcing).

Реакция нелинейных случайных систем на внешнее воздействие принципиально отличается от реакции линейных систем. Разница не в численной величине реакции (чувствительности), а в более широком и разнообразном участии разного рода случайностей и в различных способах их проявления. Различны и способы их учёта. Например, использовалось предположение, что атмосфера, за вычетом явно наблюдаемых периодичностей, таких как сезонные циклы, может быть полностью охарактеризована как единая флуктуирующая система, поведение которой различно на протяжении коротких периодов времени (временной период, типичный для погоды, составляет < 10 дней) и более длительных периодов (для климата — годы) [10]. В такой "суповой" трактовке флуктуации представляют собой комбинации внешних воздействий (антропогенных, солнечных, вулканических и т.п.) и внутренних обратных связей, возникающих в результате таких процессов, как динамические процессы в глубине океана или процессы взаимодействия суши и льда. В данном обзоре принята другая, более традиционная точка зрения, разделяющая системные флуктуации и внешние воздействия.

Классический подход к изучению реакций случайной системы на внешние воздействия основан на рассмотрении однородной изотропной среды, полностью определяемой корреляциями её флуктуаций (ковариациями второго порядка). Реакция такого рода системы определяется флуктуационно-диссипативной теоремой (ФДТ), которая может применяться к широкому классу физических систем [11–15].

2.1. Флуктуационно-диссипативная теорема

Согласно флуктуационно-диссипативной теореме, реакция случайной системы на слабое внешнее воздействие определяется корреляционной функцией флуктуаций невозмущённой системы. Авторы работ [16, 17], как и ряд других авторов, применили эту теорему к климатической системе Земли. В работах [18–20] ФДТ применена к баротропной и двухуровневой бароклининой моделям атмосферы в различных условиях для определения чувствительности атмосферной динамики к внешнему воздействию.

Уравнения для возмущённой и невозмущённой системы имеют вид:

$$\frac{d\mathbf{u}_0}{dt} = \mathbf{N}(\mathbf{u}_0, \lambda), \quad (1)$$

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \mathbf{N}(\mathbf{u}, \lambda) + \mathbf{F}, \quad (2)$$

где $\mathbf{u}_0$ и $\mathbf{u}$ — невозмущённая и возмущённая климатические переменные соответственно, λ включает параметры системы, $\mathbf{N}$ — нелинейный оператор. Из допущения, что функция распределения вероятностей решений уравнений (1) и (2) представляет собой распределение Гаусса $\exp[-C^{-1}(0)(\mathbf{u}\mathbf{u})/2]$, следует, что разность средних значений $\mathbf{u}_0$ и $\mathbf{u}$ составляет

$$\langle \mathbf{u}_0 \rangle - \langle \mathbf{u} \rangle = \int_0^t C(\tau) C^{-1}(0) \mathbf{F} d\tau, \quad (3)$$

где $C(\tau)$ — корреляционная матрица невозмущённой системы.

Это главный результат флуктуационно-диссипативной теоремы. Его легко понять, если мы будем рассматривать хорошо перемешанную случайную систему, аналогичную классической однородной изотропной турбулентной среде. Поскольку в этом приближении система полностью описывается корреляциями второго порядка, её реакция на внешние воздействия определяется корреляционной функцией. По сути, все доказательства ФДТ основаны на допущениях, которые сводят систему к хорошо перемешанной гауссовой стационарной среде.

Классическая ФДТ характеризует реакцию флуктуирующей диссипативной системы на слабые стационарные внешние воздействия. В прекрасном обзоре [21], опубликованном в *УФН* и посвящённом наследию В.Л. Гинзбурга, Л.П. Питаевский рассмотрел общий случай, когда внешняя сила не мала и не стационарна. Он показал, как можно описать эту существенно нелинейную ситуацию, применяя подход, разработанный Г.Н. Бочковым и Ю.Н. Кузовлевым [22] и равенство Яржинского [23]:

$$\langle \exp(-\beta W) \rangle = \exp(\beta \Delta \mathcal{F}),$$

где W — работа над системой, выполненная внешней силой, $1/k\beta$ — температура, $\Delta \mathcal{F}$ — разность между равновесной свободной энергией и её величиной до приложения силы. Равенство Яржинского приоткрывает неочевидный факт: экстремальные значения работы W , когда она принимает редкие, очень малые значения, вносят существенный вклад в $\langle \exp(-\beta W) \rangle$ вследствие экспоненциальной зависимости. Л.П. Питаевский описывает механические и биологические эксперименты, результаты которых подтверждают эту обобщённую ФДТ и подчёркивают преимущества комбинированного

использования отраслей науки, традиционно между собой не связанных. В данном обзоре показано, что существует ещё одна потенциальная область применения этих фундаментальных идей — климат.

ФДТ ориентирована на реакцию на внешние воздействия в форме изменений средних величин случайных переменных в системе. Между тем реальные системы обычно в значительной степени структурированы, поэтому среднестатистическое среднее не обеспечивает достаточной количественной оценки реакции системы.

Математически нелинейные системные структуры характеризуются предпочтительными состояниями, которые определяются их внутренними процессами и называются аттракторами. Соответствующая динамика определяется временами пребывания в этих состояниях и переходами между ними. Вопрос заключается в том, как внешнее воздействие изменяет состояния, времена пребывания в них и другие характеристики системы. Ответ на этот вопрос является ключевым для нашего понимания климатических изменений, так как реальный климат Земли представляет собой хороший пример существенно структурированной системы. В следующих разделах статьи мы рассмотрим возможный подход к пониманию влияния внешних воздействий на структурированные системы. Начав с простейшей динамической системы с двумя аттракторами в фазовом пространстве, мы обсудим, насколько структуры климата Земли соответствуют этой категории.

2.2. Внешнее воздействие на динамическую систему с двумя состояниями

Чтобы понять, какова реакция структурированной системы на слабое внешнее воздействие, рассмотрим воздействие на динамическую систему с известными аттракторами. Простейшая и наиболее известная система — это система Лоренца [24],

$$\dot{x} = -\sigma(x - y) + F_0 \cos \theta, \quad (4)$$

$$\dot{y} = -xz + rx - y + F_0 \sin \theta, \quad (5)$$

$$\dot{z} = xy - bz, \quad (6)$$

которая при следующих значениях параметров: $r = 28$, $\sigma = 10$, $b = 8/3$, $F_0 = 0$ имеет два аттрактора (рис. 1а). Авторы работы [25] исследовали вопрос о том, что происходит, когда эта система подвергается возмущению силой постоянной амплитуды F_0 , прилагаемой под углом θ (см. правые части уравнений (4), (5)). Авторы [25] показали, что вероятностные плотности распределения времени пребывания в этих двух аттракторах экспоненциальны и что наиболее сильной реакцией на воздействие является изменение частоты появления экстремальных событий, а не гораздо более слабое изменение среднего времени пребывания, т.е. что хвосты плотности распределения обладают повышенной чувствительностью к воздействию.

Для того чтобы лучше осмыслить этот интересный результат, рассмотрим, используя подход, предложенный Крамерсом [26], более простую, чем система Лоренца, механическую систему

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{dU}{dx}, \quad (7)$$

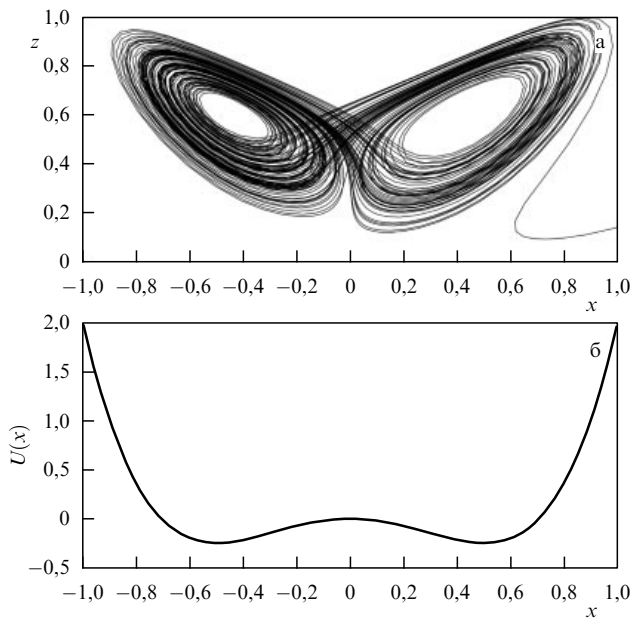


Рис. 1. (а) Два аттрактора системы Лоренца, вид на плоскости x, z . (б) Два состояния в динамической системе с двумя потенциальными ямами.

где U — потенциал с двумя ямами и дополнительной постоянной внешней силой F_0 :

$$U = -\frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4} - F_0 x. \quad (8)$$

Потенциальные ямы в этой системе аналогичны двум аттракторам системы Лоренца (рис. 1б). Теперь включим случайные переходы из одной потенциальной ямы в другую. Это можно сделать, применив случайное внешнее воздействие к правой части уравнения (7).

В отсутствие внешней силы, т.е. при $F_0 = 0$, средние времена пребывания в положительной (правой) и отрицательной (левой) потенциальных ямах одинаковы: $\tau_p = \tau_n$. Однако при $F_0 \neq 0$ одна из ям становится глубже другой и времена пребывания в ямах оказываются различными.

На рисунке 2 показана разность потенциальных ям, найденная методом численного моделирования для случая $F_0 = -0,05$. В этом случае τ_p становится меньше τ_n , т.е. система дольше пребывает в отрицательной яме. Верно также, что длительность случайных времён пребывания в отрицательной яме возрастает. Этот менее тривиальный факт проявляется в различии между хвостами распределений вероятности времён пребывания (PDF), показанном на рис. 2в.

Эти результаты приводят нас к выводу, что наиболее значительным эффектом внешнего воздействия может быть изменение частоты появления отрицательных событий (или положительных событий, если под действием внешней силы углубляется положительная яма), а не изменение среднего состояния. В разделе 2.3 мы вернёмся к этому вопросу и рассмотрим применение разработанной здесь концепции к реальным структурам климатической системы Земли, которые мы в данной работе называем климатическими структурами (climate patterns).

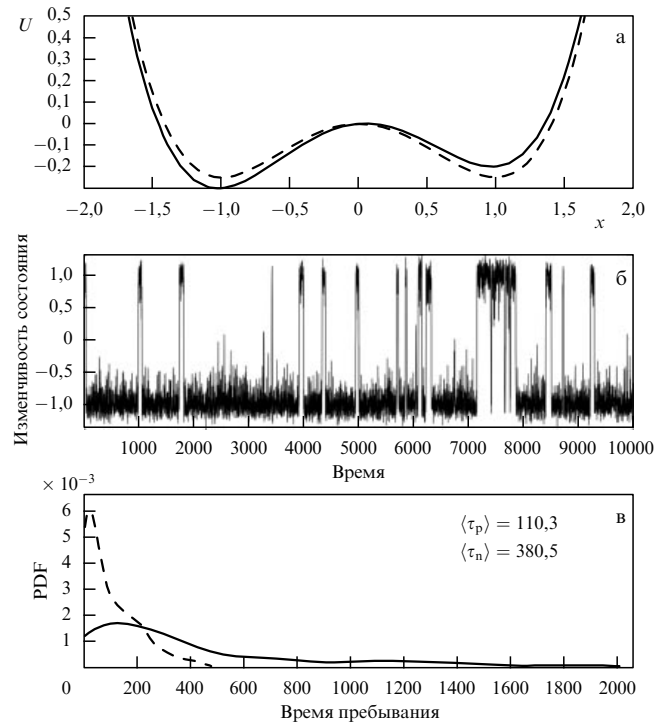


Рис. 2. (а) Потенциал с двумя ямами, возмущённый внешней силой, понижающей отрицательную (левую) яму. (б) Временной ряд переменной состояния x при возмущённом потенциале. (в) Функции распределения времён пребывания в двух потенциальных ямах. Функция распределения для отрицательной ямы имеет большее среднее значение (средние времена показаны на рисунке) из-за гораздо более длинного хвоста. Время дано в произвольных единицах.

2.3. Климатические структуры

Понятие климатических структур было введено выдающимся британским ученым сэром Гилбертом Уокером в его докладе Лондонскому Королевскому обществу и было опубликовано в работе [27]. Уокер исследовал казавшиеся неправдоподобными сообщения о том, что есть какая-то связь между погодой в отдалённых друг от друга регионах Земли. Проанализировав доступные ему данные наблюдений, он обнаружил, что теплогодные корреляции действительно существуют. В связи с этим он предложил рассматривать три крупномасштабные когерентные колебательные структуры изменчивости системы "атмосфера — океан", которые назвал убедительными колебаниями и которые теперь известны как Северо-Атлантическое колебание, Северо-Тихоокеанское колебание и Южное колебание (относящееся к южной части Тихого океана и Индийскому океану). Многочисленные исследования, проведённые впоследствии, показали, что атмосферные и океанские аномалии (т.е. отклонения от среднего) связаны с пространственно-когерентными структурами. Математически эти структуры могут быть эффективно представлены эмпирическими ортогональными функциями (Empirical Orthogonal Functions — EOF), введёнными в обиход исследований по физике атмосферы А.М. Обуховым [28]. Они могут быть рассчитаны по месячным картам аномалий давления на уровне моря (или по геопотенциальным высотам) и аномалий температуры и зонального ветра (см., например, [29]).

Временные зависимости главных компонент (Principal Components — PCs) этих EOF можно использовать

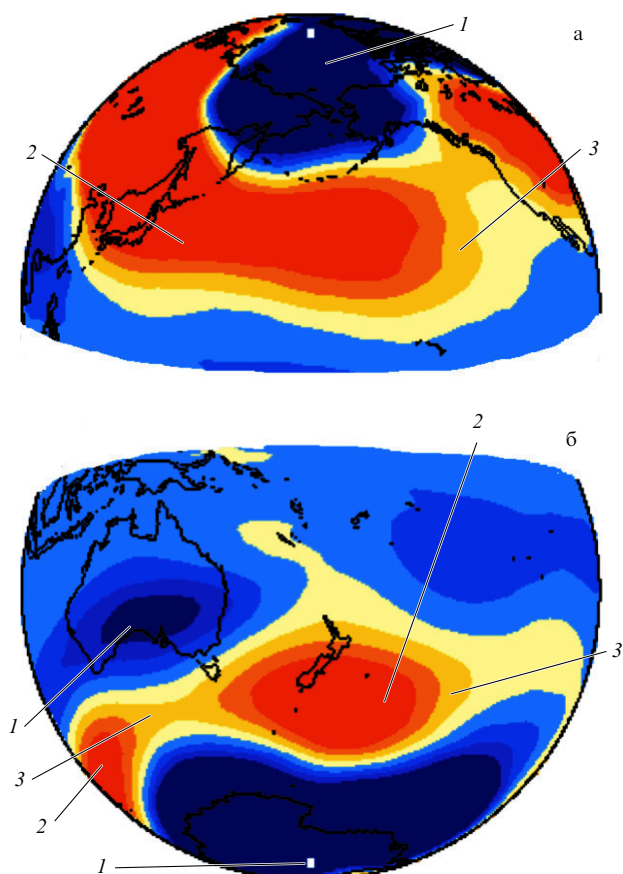


Рис. 3. (В цвете онлайн.) Иллюстрация климатических структур NAM (а) и SAM (б) тропосферной температуры. Холодные температурные аномалии (отклонения от среднего значения на протяжении 50-летнего периода) над полюсами (области 1, синий цвет) окружены тёплой кольцеобразной зоной (области 2 и 3, оранжевый и жёлтый цвет), включающей Евразию и США. Похолодание полярных зон сопровождается похолоданием тропических областей. Более подробно см. www.jisao.washington.edu/wallace/ncar-notes.

в качестве эмпирических индексов климатических структур. Одной из наиболее изученных структур является Северо-Атлантическое колебание (North Atlantic Oscillation — NAO), которое было первоначально определено как разница между давлениями на уровне моря между Исландией и Португалией, усреднённая с декабря по март [30]. Оно тесно связано со структурой, называемой "Северная кольцеобразная мода" (Northern Annular Mode — NAM), которая обладает большей пространственной протяжённостью [31]. "Двойник" NAM в Южном полушарии называется Южной кольцеобразной модой — South Annular Mode, или SAM (рис. 3). Солнечная активность оказывает сильное влияние на эти моды (см., например, [43, 76, 77]). Погодные условия в Северном (Южном) полушарии существенно зависят от состояния NAM (SAM), что иллюстрируется таблицей данных об экстремальных погодных событиях, составленной по результатам работы [32] (табл. 1). Первый столбец определяет вид события. Числа во втором и третьем столбцах показывают события, относящиеся к положительному и отрицательному состояниям NAM, которые превышают по абсолютной величине одно стандартное отклонение. Значительно большее число холодных температурных аномалий и аномалий выпадения твёрдых осадков (экстремальных событий) наступило во время

Таблица 1. Экстремальные погодные события, связанные с состоянием NAM

Экстремальные события и их местоположение	NAM +	NAM–
Минимум суточной температуры		
< –15 °С Чикаго	29	84
< 3 °С Париж	23	97
< –29 °С Новосибирск	21	85
< –19 °С Пекин	21	55
< –1 °С Токио	20	95
Твёрдые осадки		
Малое количество снега, Даллас, штат Техас	1	17
> 5 см снега, Балтимор	11	63
> 0,5 см снега, Париж	11	25
> –0 см снега, Токио	8	25
Ветер		
> 25 узлов, Сиэтл	78	27
> 35 узлов, Астория, штат Орегон	55	20
> 30 узлов, Бостон	22	45
> 50 узлов, Кефлавик, Исландия	81	19
Блокирующие дни		
Аляска (170° в.д. – 150° з.д., 60° – 75° с.ш.)	53	98
Северная Атлантика (50° – 0° з.д., 60° – 75° с.ш.)	1	225
Россия (40° – 70° в.д., 60° – 75° с.ш.)	29	82

отрицательного состояния NAM, когда полярные области были теплее. Понятие "блокирующие дни" относится к датам, когда обычное распространение погодных возмущений в восточном направлении блокируется, что приводит к продлённым периодам экстремальных погодных условий. Данные таблицы основаны на ежесуточных измерениях в зимние периоды 1958–1997 гг., при составлении таблицы использовались результаты работы [32]. Отрицательное состояние NAM соответствует ситуации, когда в Арктике тепло, а в Евразии холодно. Действительно, данные наблюдений показывают, что существенные аномалии в Дальневосточной зоне в начале зимы и зонально протяжённые от Европы до Дальнего Востока холодные аномалии в конце зимы связаны с уменьшением ледяного покрова арктических вод в предшествующие летне-осенние сезоны [33]. Результаты численных экспериментов, проведённых с использованием модели общей циркуляции атмосферы, подтверждают верность этих наблюдений. Аномальные уменьшения скоплений льда в Баренцевом и Карском морях в зимнее время были связаны с экстремально холодными событиями, такими как зима 2005/2006 гг. в Европе [34].

Другие примеры климатических структур — Тихоокеанско-Североамериканская структура (Pacific North American Pattern — PNA), структура холодный океан и тёплая суша (Cold Ocean–Warm Land — COWL) [35],

Десятилетнее Тихоокеанское колебание (Pacific Decadal Oscillation — PDO) [36], широко известная структура Южное колебание и Эль-Ниньо (El Niño Southern Oscillation — ENSO) в Тихом океане [37] и Квазидвухлетнее колебание (Quasi-Biennial Oscillation — QBO) в стратосфере [38]. Как показали авторы работы [39], влияние QBO на погоду в Северном полушарии аналогично влиянию NAM, но несколько слабее. Это влияние в рассмотренном ими случае осуществлялось через изменение интенсивности и устойчивости стратосферного полярного вихря. Так, восточная (западная) фаза QBO благоприятствует более частому появлению экстремально холодных (тёплых) погодных событий. Влияние QBO на зимние температуры Северного полушария приблизительно сопоставимо по амплитуде с наблюдаемым влиянием Южного колебания и Эль-Ниньо, которое это явление оказывает на температуру.

2.4. Происхождение климатических структур

Каково происхождение климатических структур? По общему мнению, климатические структуры образуются путём естественного возбуждения динамической системы атмосфера–океан. Однако наше понимание физических механизмов возбуждения находится ещё в начальной стадии; кроме того, они различны для разных структур. Карл Густав Россби [40, с. 656–661] первым обратил особое внимание на важность двух главных составляющих атмосферной динамики: зональный ветер и незонально-симметричные отклонения давления. Он описал незонально-симметричные отклонения как волны — в настоящее время их называют волнами Россби или планетарными волнами.

Волны Россби приводятся в движение силой Кориолиса. Эти крупномасштабные волны наиболее эффективно генерируются ветровым потоком над высокогорной местностью, такой как Скалистые горы в Америке и Гималаи в Азии, и контрастами температуры между морем и сушей. Они распространяются в горизонтальном и вертикальном направлениях [41]. Вертикальное распространение этих волн в стратосферу через атмосферные слои с уменьшающейся плотностью воздуха значительно увеличивает их амплитуду. Это увеличение часто приводит к нелинейному разрушению волны, которое сопровождается выбросом энергии, вызывающим температурные аномалии, и иногда изменяет направление зонального ветра на противоположное. Зональный ветер, в свою очередь, воздействует на распространение волны, изменяя показатель преломления атмосферной среды. Было высказано предположение, правильность которого подтвердилась расчётами с помощью численного моделирования, что возбуждение NAM, характеризующее зонально-симметричные аномалии атмосферной циркуляции, включает взаимодействие планетарных волн и зонально-усреднённого атмосферного потока [42, 43, 45]. Это же взаимодействие формирует и вторую после NAM, ортогональную EOF-моду — климатическую структуру PNA [29]. Нелинейное взаимодействие волн и зонального потока можно рассматривать как динамическую систему с двумя основными состояниями в фазовом пространстве, соответствующими положительному и отрицательному состояниям NAM [43–45], что подтверждает принципиальную адекватность простой модели с двумя потенциальными ямами, рассмотренную в разделе 2.2.

2.5. Внешнее воздействие на климатические структуры

Введение внешнего воздействия может изменять либо сами состояния, либо периоды времени пребывания в этих состояниях. К.Г. Россби [40] высказал гипотезу о том, что внешнее воздействие не изменяет состояния, а только влияет на средние периоды времени пребывания в них (частоты заполнения состояний).

Гипотеза Россби была в дальнейшем развита С. Корти [46] и Т. Палмером [47]. В качестве наглядной иллюстрации Палмер привёл рисунок с изображением двух чашек, представляющих состояния шарика, случайным образом сбрасываемого сверху, что моделировало заполнение состояний, и вентилятора, имитирующего внешнее воздействие (рис. 4а). Однако анализ, представленный в разделе 2.2, показывает, что изменение среднего времени пребывания менее существенно по сравнению с изменением хвостов распределений вероятности времени пребывания, т.е. увеличением частоты появления экстремальных событий.

Чтобы понять, почему система реагирует ростом числа экстремальных событий, надо учесть энергетический барьер ΔU , разделяющий две потенциальные ямы, который препятствует переходу системы в другое состояние (рис. 4б). Этот существенно важный фактор отсутствует как в изображении двух твёрдых чашек, представленном Палмером (рис. 4а), так и в первоначальной гипотезе Россби. В действительности внешнее воздействие влияет на состояние, углубляя одну из потенциальных ям относительно другой. Когда изменение глубины значительно, система чаще остаётся в более глубокой яме

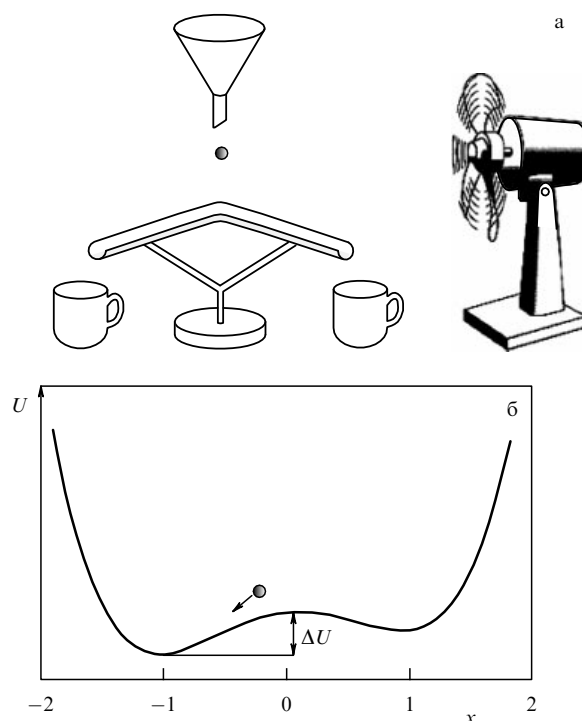


Рис. 4. (а) Иллюстрация внешнего воздействия на систему с двумя состояниями, предложенная Т. Палмером [47]. Отметим, что положение чашек жёстко зафиксировано. (б) Иллюстрация внешнего воздействия на систему с двумя состояниями, предложенная А. Рузмайкин [77]; используется потенциал с двумя ямами. Внешнее воздействие изменяет глубину потенциальной ямы, вследствие этого по отношению к переходу из одного состояния в другое одно из состояний становится преимущественным.

на более длительное время; этим объясняется продлённое сохранение этого состояния. Примером реальной климатической системы с двумя состояниями является NAM. Длительное время пребывания в одном из её состояний может быть связано с преобладанием отрицательного состояния NAM во время продлённого периода сниженного солнечного воздействия на климат — во время длительного периода минимальной солнечной активности, известного как Минимум Маундера (Maunder Minimum) [48], и с недавним арктическим потеплением, которое сопровождалось охлаждением Евразии [33].

Правильность приведённых рассуждений подтверждается простой оценкой, которая основана на описанной выше модели с двумя потенциальными ямами. Как хорошо известно из исследований, основанных на работе [26], вероятность p некоторого периода времени пребывания τ пропорциональна $\exp(\tau/\tau_K)$, где $\tau_K \propto \exp(\Delta U/\sigma)$ — среднее время пребывания, характеризующееся величиной σ , обозначающей величину стохастического внешнего воздействия, которая обеспечивает переходы из одного состояния в другое. Внешнее воздействие, влияющее на глубину одного из этих состояний, эффективно увеличивает (или уменьшает) энергетический барьер. Из-за экспоненциальной чувствительности среднего времени пребывания τ_K к высоте барьера даже небольшое изменение барьера может вызвать заметное изменение среднего времени пребывания. Но изменение вероятности появления очень длительного времени пребывания $\tau_c \gg \tau_K$ ещё больше, его возрастание определяется множителем τ_c/τ_K , так как $dp/p = (\tau_c/\tau_K) d\tau_K/\tau_K$! Расчёты с помощью численной модели системы с двумя потенциальными ямами со стохастическими переходами между ямами, описанной в разделе 2.2, подтвердили правильность этой приблизительной оценки. Когда одна из ям углубляется путём изменения внешнего воздействия на потенциал (8), у функции распределения вероятности времён пребывания в этой яме хвост удлиняется (рис. 2в).

Изменяет ли внешнее воздействие также и пространственное распределение климатической структуры? Модельные исследования простой системы Лоренца и системы с двумя потенциальными ямами, описанных выше, показывают, что позиции аттракторов, или ям, изменяются не сильно. Холл и др. [49] провели модельные расчёты вариаций климата для таких периодов времени на протяжении последних 165 тыс. лет, когда распределение ледяного покрова на Земле было сходно с его распределением в настоящее время. Это условие выполняется в период голоцена, распространяясь до периода, начавшегося приблизительно 11 тыс. лет назад. В результате проведённых экспериментов обнаружилось, что орбитальное внешнее воздействие приводило к вариациям NAM, но его структура сохранялась. Всё же остаётся неясным, может ли изменение граничных условий, вызванное, например, крупномасштабным таянием льдов в Гренландии или Антарктике, изменить климатическую структуру NAM.

На основании рассмотренных модельных оценок можно сформулировать следующую гипотезу о реакции климатической системы на внешние воздействия: внешние воздействия (такие как солнечное или антропогенное) слабо влияют на климатические структуры и средние периоды времени пребывания в них, но увеличивают вероятность появления длительных периодов пребыва-

ния в одном из их состояний. Другими словами, происходящие под влиянием внешних воздействий изменения основных климатических величин, таких как глобальная температура, менее опасны, чем увеличивающаяся длительность и интенсивность редких экстремальных событий, которые могут быть связаны с холодом, проливными дождями и наводнениями в ряде регионов и недостатком влаги (засухами) в других регионах (см. табл. 1). Следовательно, исследование экстремальных событий является задачей первостепенной важности.

В разделе 3 мы в общих чертах опишем некоторые идеи, связанные со статистикой экстремальных событий.

3. Экстремальные события

История научного изучения экстремальных событий восходит к началу XVIII в. В 1709 г. швейцарский математик Николай Бернулли сформулировал следующую задачу: если n человек одного и того же возраста покинут этот мир в течение t лет, то какова будет ожидаемая продолжительность жизни последнего оставшегося в живых? Он предложил и метод решения этой задачи: разместите в случайном порядке n точек на линии длиной t , вычислите среднее самых дальних расстояний от исходной точки для достаточно большого ансамбля размещений. Это было началом развития статистики экстремальных событий. Николай Бернулли, а также Даниил Бернулли, имя которого хорошо известно физикам благодаря его первопроходческой работе в области гидродинамики, были в числе первых иностранных учёных, которых в 1725 г. пригласили войти в члены Академии наук, только что открытой в Санкт-Петербурге.

3.1. Устойчивые распределения вероятностей

Статистика экстремальных событий оказывается совсем другой, чем знакомая физикам обычная статистика больших чисел. Знакомая статистика основана на центральной предельной теореме, гласящей, что большое количество случайных событий имеет неслучайное среднее значение и что отклонения от этого значения подчиняются распределению Гаусса. Но число экстремальных случайных событий (таких как большие наводнения, гигантские землетрясения) обычно статистически очень мало, и центральная предельная теорема к ним неприменима. Однако достаточно удивительным образом статистики XX в. сообразили, что делать со статистикой малых чисел. Вначале предпринимались только эпизодические попытки разобраться в этом, такие как, например, попытка, предпринятая польским статистиком Владиславом фон Борткевичем (1868–1931), который родился в Санкт-Петербурге и получил высшее образование в Петербургском университете. В работе "Klienen Zahlen", опубликованной в Берлине в 1898 г., он попытался решить так называемую задачу о гибели офицеров прусской армии от удара копытом лошади.

Основы статистики малых чисел были заложены тремя выдающимися статистиками: Рональдом Фишером (1890–1962), Леонардом Типпетом (1902–1985) [50] и Борисом Владимировичем Гнеденко (1912–1995) [51]. Результат их работ сформулирован в теореме Фишера – Типпета – Гнеденко (ФТГ). Согласно этой теореме, если $e_1, e_2, \dots, e_n, \dots$ — независимые идентично распределённые случайные события, то вероятность $\text{Prob}(M_n \leq x)$

максимумов $M_n = \max(e_1, e_2, \dots, e_n)$ n событий, когда $n \rightarrow \infty$, должна подчиняться одному из трёх распределений кумулятивной вероятности:

$$P_G = \exp \left[-\exp \left(-\frac{x-\mu}{\sigma} \right) \right], \quad (9)$$

$$P_F = \exp \left[-\left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right)^{-\alpha} \right], \quad x-\mu > 0, \quad (10)$$

$$P_W = \exp \left[-\left(\frac{-x+\mu}{\sigma} \right)^{\alpha} \right], \quad x-\mu < 0, \quad (11)$$

где μ , σ и α — параметры, определяющие центроид, масштаб и скорость сходимости к единице соответственно. Для простоты мы сохраняем одно и то же обозначение параметров, хотя они различны для каждого из трёх распределений.

Первое распределение было открыто немецким статистиком Эмилем Гумбелем (1891–1966) с целью исследования наводнений, второе — блестящим французским статистиком Морисом Фреше (1878–1973), третье — шведским инженером Валодди Вейбуллом (1887–1979).

Три распределения, выраженных уравнениями (9)–(11), можно объединить в так называемое обобщённое распределение экстремальных значений:

$$G(x) = \exp \left\{ -\left(1 + \frac{\gamma(x-\mu)}{\sigma} \right)^{-1/\gamma} \right\}, \quad 1 + \frac{\gamma(x-\mu)}{\sigma} > 0, \quad (12)$$

где $\sigma > 0$ — масштаб, μ — центроид, γ — параметр формы распределения.

Если $\gamma \rightarrow 0$, то мы получаем гумбелевское кумулятивное распределение: $\exp \{ -\exp [-(x-\mu)/\sigma] \}$. Если $\gamma < 0$, то правый хвост ограничен и G становится обращённым законом Вейбулла. И, наконец, когда $\gamma > 0$, правый хвост функции распределения спадает по степенной зависимости и G сводится к распределению Фреше с $\alpha = 1/\gamma$.

Основой доказательства неочевидной теоремы ФТГ является так называемый постулат устойчивости, введённый Фреше в 1927 г. Вкратце он сводится к следующему: если случайные события описываются функцией распределения $P(x)$, т.е. $\text{Prob}(e_i < x) = P(x)$, то вследствие независимости событий

$$\begin{aligned} \text{Prob}(M_n < x) &= \text{Prob}(e_1 < x) \times \\ &\times \text{Prob}(e_2 < x) \dots \text{Prob}(e_n < x) = [P(x)]^n. \end{aligned}$$

Постулат устойчивости гласит, что существует набор распределений, для которых сложная функция $[P(x)]^n$ сводится к перемасштабированному исходному распределению $P(x)$:

$$[P(x)]^n = P(a_n x + b_n). \quad (13)$$

Теоремой ФТГ уравнения (9)–(11) идентифицируются как единственные распределения, удовлетворяющие условию (13). В частности, Б.В. Гнеденко [51] показал, что постоянные a_n и b_n слабо зависят от n и равны: $a_n = 1$, $b_n = -\sigma \log n$ для распределения Гумбеля и $a_n = n^{-1/n}$, $b_n = \mu(1 - n^{-1/\alpha})$ для распределения Фреше.

Теорема ФТГ обеспечивает статистическую основу для определения характеристик экстремальных событий. В принципе, надо просто взять выборку экстремальных событий и попытаться найти, какому из распределений,

описываемых уравнениями (9)–(11), или какой обобщённой функции распределения экстремальных значений (12) она удовлетворяет. Однако на практике качество этой операции трудно оценить из-за редкости появления экстремальных событий и отсутствия точных математических методов подбора указанных соответствий между случайной выборкой и функцией распределения. Подбор аппроксимирующей кривой зависит от выборки данных, подгоночных параметров и искусности исследователя. Более простой подход состоит в подгонке только лишь хвоста распределения. Это позволяет, не зная всего распределения полностью, использовать только те данные, значения которых расположены выше выбранного порога. Однако метод подгонки хвоста тоже имеет слабое место — произвольный выбор порогового значения.

Есть и другие практические ограничения теоремы ФТГ. Одно из них заключается в том, что наблюдаемые экстремальные события, как правило, не являются независимыми. Наблюдаемые экстремальные события часто приходят в группах (кластерах), т.е. наступают близко друг к другу (см. далее раздел 3.2), что отражено в народной поговорке: "Беда никогда не приходит одна". Ещё одно ограничение заключается в том, что теорема ФТГ ориентирована на распределения интенсивности экстремальных событий и не отвечает прямо на вопрос: насколько часто происходят такие события, т.е. какова частота их появления? Если бы распределение таких событий по времени было подобно временному распределению поступления случайных телефонных звонков, т.е. подчинялось широко известному закону Пуассона, то промежутки времени между последовательными появлениями событий $\tau = t(i+1) - t(i)$ представляли бы собой экспоненциальную зависимость $\exp(-\tau/\tau_0)$, где τ_0 — средний интервал времени между событиями. Но обычно моменты наступления экстремальных событий не подчиняются этому классическому закону.

К счастью, существуют простые практические методы для определения экстремального хвоста функции распределения и частоты появления как независимых, так и коррелированных (сгруппированных в кластеры) экстремальных событий. Один из таких методов называется "метод спектра максимумов" [52]. Автором настоящей статьи с коллегами [53] он был применён для изучения экстремальных событий, связанных с космическим климатом (см. раздел 3.2).

В указанном методе используются максимумы данных, наблюдаемых при различных масштабах времени. Подход с использованием масштабирования — скейлинг (scaling) — знаком физикам и широко применяется во многих приложениях. Он используется, например, при изучении турбулентности (вспомним закон Колмогорова–Обухова для флуктуаций скорости). Простота и полезность методов масштабирования прекрасно проиллюстрирована Г.С. Голицыным [54, 55]. Скейлинг можно естественным образом распространять на новые данные, которые становятся доступными для изучения, что полезно при исследовании экстремальных событий, поскольку во время их рассмотрения выборки данных скудны. Метод также позволяет нам интерполировать поведение переменной на область, находящуюся вне пределов имеющегося набора данных, если ничто не указывает на существование какой-либо предпочтительной величины, которая могла бы нарушить степенной закон самоподобия масштабов.

При применении метода спектра максимумов используется весь диапазон данных, чтобы без дополнительных допущений эффективно оценить порог, отделяющий экстремальные величины от типичных. В результате применения этого метода получаются две экспоненты: одна из них определяет степенную зависимость хвоста функции распределения (если она существует), а другая характеризует число и населённость кластеров экстремальных событий во времени. Указанный метод кратко описан ниже в применении к выборкам данных, представленных временными рядами. Технические подробности и математические доказательства читатель может найти в работах Стоева и др. [52] и Хамиде и др. [56].

Рассмотрим временной ряд данных $X(i)$ длиной N , $1 \leq i \leq N$, и сформируем неперекрывающиеся временные интервалы длиной 2^j для каждого индекса временного ряда $j = 1, 2, 3, \dots, [\log_2 N]$ (квадратные скобки обозначают целую величину), т.е. последовательно удваивая масштаб. При каждом фиксированном масштабе рассчитаем максимум данных в каждом временном интервале:

$$D(j, k) = \max_{1 \leq i \leq 2^j} X(2^j(k-1) + i), \quad k = 1, 2, \dots, b_j,$$

где $b_j = [N/2^j]$ — число интервалов (длиной 2^j), а i — индекс точки данных в k -м интервале. Заметим, что j , т.е. длина временного интервала, играет роль временного масштаба. И отметим, что интервалы масштаба j естественным образом встроены в интервалы большего масштаба $(j+1)$.

Теперь усредним логарифмы максимумов $D(j, k)$ по всем интервалам с масштабом j :

$$Y(j) = \frac{1}{b_j} \sum_{k=1}^{b_j} \log_2 D(j, k).$$

Функция $Y(j)$, т.е. множество чисел $[\log_2 N]$, называется спектром максимумов данных. В работе Стоева и др. [52] установлен важный результат: для достаточно больших j спектр максимумов является линейной функцией:

$$Y(j) \simeq \frac{j}{\alpha} + C, \quad (14)$$

где C и $\alpha > 0$ — постоянные величины; тогда хвост распределения данных следует степенному закону с показателем степени α . Если хвост распределения подчиняется не степенному закону, а, например, экспоненциальному, гауссову или логарифмически нормальному закону, то спектр максимумов выходит на плато при больших масштабах. Стоев с соавторами [52] доказали, что показатель степени α одинаков как для статистически независимых, так и для статистически зависимых (коррелированных) данных при условии, что временные ряды стационарны и их функции распределения одинаковы. Статистическая зависимость, означающая кластеризацию времён экстремальных событий, влияет только на величину C в уравнении (14):

$$Y(j) \simeq \frac{j}{\alpha} + C + \frac{\log_2 \theta}{\alpha}, \quad (15)$$

где величина θ ($0 < \theta \leq 1$) называется экстремальным индексом.

Экстремальный индекс используется в статистических исследованиях для описания группирования (кла-

стеризации) экстремальных событий во времени [57, 58]. Он позволяет представить функцию распределения максимумов n зависимых событий в виде функции распределения максимумов приблизительно $n\theta$ независимых событий, т.е. объединить n зависимых событий в $n\theta$ независимых групп (кластеров). Он также позволяет обобщить теорему Фишера–Типпета–Гнеденко для случая зависимых (кластеризованных) случайных событий:

$$\mathcal{P}\left(\frac{M_n - d_n}{c_n} \leq x\right) = G^\theta(x), \quad \mathcal{P}\left(\frac{M_n^* - d_n}{c_n} \leq x\right) = G(x),$$

где M_n и M_n^* — максимумы n зависимых и независимых случайных событий, полученные из того же распределения вероятности, что и временные ряды данных X_i ; $c_n > 0$ и d_n — нормирующие коэффициенты, $G(x)$ — кумулятивная функция распределения экстремальных значений (12). Постоянные $c_n > 0$ и d_n зависят от функции распределения данных. Например, если X_i распределены по степенному закону с показателем степени $\alpha > 0$, то $c_n = n^{1/\alpha}$ и $d_n = 0$. Заметим, что постоянные $c_n > 0$ и d_n одни и те же как для зависимых, так и для независимых событий.

Экстремальный индекс характеризует временную зависимость только между экстремальными событиями, но не всеми событиями. Чем меньше этот показатель, тем сильнее зависимость экстремальных событий, которая проявляется в группировании временных интервалов между событиями. В предельном случае $\theta = 1$ (независимые события) рассмотрим времена t_i появления событий, превышающих некоторый заданный порог $X_i = u$, который можно выбрать, например, как 90-й или 95-й процентиль распределения данных, либо из физических соображений. Тогда распределение времён между двумя последовательными событиями $\tau_i = t_i - t_{i-1}$, $i = 1, 2, \dots$ выражается простой формулой $\mathcal{P}(\tau = k) = (1-p)^{k-1}p$, где $k = 1, 2, 3, \dots$ обозначает временные шаги, а $p = p(u)$ — вероятность появления одного события в единицу времени. Для больших значений порогов p мало, и в этом случае распределение существенно экспоненциально, со значением среднего ожидания $1/p = 1/\mathcal{P}(X_i > u)$.

Уравнения (14) и (15) подсказывают метод оценки как α , так и θ [52, 56]. Обратный показатель степени $1/\alpha$ получается из наклона линии, аппроксимирующей соответствие спектру максимумов данных. Наилучшее линейное соответствие аппроксимирует степенной участок спектра максимумов. На практике необходимо учитывать, что чем больше масштаб j , тем меньше максимумов временных интервалов $D(j, k)$ (индексированных посредством k) и тем больше неопределённость спектра максимумов $Y(j)$. Наилучший способ решения этой проблемы — применение обобщённого метода наименьших квадратов, при котором достигается оптимальное соотношение между средним значением и стандартным отклонением [52].

С учётом уравнений (14) и (15) можно без труда получить оценки экстремального индекса. Перемешивая исходные данные с подстановками (бутстрап) или просто случайным образом без подстановок, получим временной ряд X_i^* , $1 \leq i \leq N$, имеющий ту же функцию распределения, что исходное множество данных, но независимость (т.е. корреляции между данными) теперь разрушена. Повторением этой операции достигается формирование большого множества псевдовременных рядов, в

которых зависимость исходных данных разрушена и события можно рассматривать как почти независимые во времени. Для каждого такого временного ряда рассчитаем спектр максимумов, $Y^*(j)$, $1 \leq j \leq \lfloor \log_2 N \rfloor$, удовлетворяющий уравнению (14). Спектр максимумов исходных данных $Y(j)$ удовлетворяет уравнению (15) с той же константой C ; таким образом, разница между этими двумя спектрами даёт оценку θ :

$$\hat{\theta}(j) = 2^{-\hat{\alpha}(Y^*(j) - Y(j))}, \quad (16)$$

где $\hat{\alpha}$ обозначает оценку экспоненты хвоста функции распределения α , полученную из наклона спектра максимумов. Поскольку имеется большая выборка псевдонезависимых временных рядов, при каждом масштабе j достигается большое количество реализаций $\hat{\theta}(j)$. Медиану, или среднее этих оценок, можно рассматривать как точечную оценку θ при масштабе j . Вся совокупная выборка оценок может быть использована для количественного определения погрешности оценки для каждого временного ряда.

3.2. Кластеризация экстремальных событий

Когда временные интервалы между экстремальными событиями не подчиняются обычному экспоненциальному закону, это означает, что экстремальные события коррелированы, т.е. приходят не в одиночку, а в группах. Стандартные методы анализа временных рядов, такие как автокорреляционная функция рассматриваемого процесса, не могут охарактеризовать кластеризацию экстремальных событий. Чтобы решить эту проблему, были выдвинуты две идеи: кластерный процесс Пуассона [58] и асимптотическая ковариационная функция под названием "экстремограмма" [59].

Средний временной интервал между событиями в некотором кластере зависит от порогового значения, определяющего экстремальные события. Авторы работы [58] показали, что если асимптотически увеличивать пороговые значения всё больше и больше, то временные интервалы τ_i между экстремальными событиями будут сходиться (при временном перемасштабировании) в кластерный пуассоновский процесс, аналогичный обычному пуассоновскому процессу, но со случайным числом событий, группирующихся в кластеры. Кластерный пуассоновский процесс можно отличить от обычного пуассоновского процесса по экстремальному индексу $0 < \theta < 1$, обратное значение которого определяет средний размер кластеров [57].

Для того чтобы получить более детальную информацию о кластерах, можно применить статистическую методику, называемую декластеризацией. В этой методике используется "пороговое время декластеризации" τ_c , которое определяется по экстремальному индексу [60]. Если временной интервал между двумя экстремальными событиями меньше τ_c , то эти события можно объединить в кластер, т.е. τ_c отделяет временные интервалы между случайными событиями внутри кластеров от временных интервалов для событий между кластерами.

Чтобы оценить пороговое значение времени декластеризации, рассмотрим упорядоченную совокупность всех интервалов времени между последовательными экстремальными событиями,

$$\tau_1 \geq \tau_2 \geq \dots \geq \tau_{m-1}, \quad (17)$$

и примем τ_c как $\theta \times m$ -е по величине среди них [60]. Правильность этого выбора времени кластеризации подтверждается тем фактом, что экстремальный индекс как обратное среднему размеру кластеров позволяет нам оценить число кластеров. Действительно, если наш временной ряд состоит из m экстремальных событий (т.е. m случайных событий, превышающих пороговое значение u), то в среднем они группируются в $\theta \times m$ кластеров. Теперь рассмотрим временные интервалы τ_i между экстремальными событиями, наступающими в реальной временной последовательности $i = 1, 2, 3, \dots$. Если у m_1 последовательных временных интервалов $\tau_i < \tau_c$, то соответствующие экстремальные события составляют кластер размера m_1 . Если время τ_k превышает τ_c , то экстремальные события, наступающие с шагом по времени k и $k + 1$, принадлежат разным кластерам; в частности, это могут быть кластеры, размер которых единица, т.е. единичные экстремальные события.

Пороговое значение времени декластеризации можно оценить и по-другому. Например, можно использовать наблюдаемое распределение временных интервалов между экстремальными событиями в сравнении с экспоненциальным распределением, ожидаемым для независимых событий.

Метод экстремограммы, используемый для кластеризации экстремальных событий, обобщает понятие коэффициента

$$\Lambda(\tau) = \lim_{x \rightarrow \infty} P(X(t) > x | X(t + \tau) > x), \quad (18)$$

характеризующего корреляцию между парой экстремальных событий, разделённых временным интервалом τ .

Совокупность значений Λ содержит информацию о сериальной зависимости между экстремальными событиями во временном ряду X . Экстремограммой называется следующий предел [59]:

$$\rho_{AB}(\tau) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{P(a_n^{-1}X(t) \in A, a_n^{-1}X(t + \tau) \in B)}{P(a_n^{-1}X(t) > A)}, \quad (19)$$

где A и B — выборки данных, a_n^{-1} — последовательность возрастающих чисел, такая что $P(|X| > a_n) \propto n^{-1}$. Если выбрать $A = B = (1, \infty)$, то экстремограмма $\rho_{AB}(\tau)$ становится просто вероятностью λ_k наблюдения другого экстремального события, наступающего через время k после экстремального события, которое уже наблюдалось, т.е.

$$\lambda_k = P(X_k > u | X_0 > u), \quad k = 1, 2, \dots \quad (20)$$

для порогового значения u . Если бы X_k были независимы, то эта условная вероятность была бы равна безусловной вероятности $P(X_k > u)$. Поэтому X_k статистически зависимы, если λ_k существенно отлична от $P(X_k > u)$. Параметр λ_k можно оценить с помощью следующей эмпирической статистической характеристики:

$$\hat{\lambda}_k = \frac{[\sum_{j=1}^{n-k} I(X_{j+k} > u, X_j > u)] / (n - k)}{[\sum_{j=1}^n I(X_j > u)] / n}, \quad (21)$$

где $I(A)$ равно единице, если событие A наступает, и равно нулю, если оно не наступает.

В следующих двух разделах 3.3 и 3.4 мы проиллюстрируем применение описанных статистических методов к реальным данным.

3.3. Экстремальные события, связанные с выпадением осадков

На этом примере мы рассмотрим применение метода спектра максимумов к экстремальным событиям, связанным с выпадением осадков над Тихим океаном. Выпадение дождей над океанами определяет стратификацию поверхностного слоя, океанского пресноводного баланса, а также перемешивание океана. Их изменчивость часто определяется явлением Эль-Ниньо. Здесь мы рассмотрим выпадение дождевых осадков над областью Эль-Ниньо 3,4, расположенной посреди Тихого океана (5° ю.ш. – 5° с.ш.; 170° – 120° з.д.), используя данные, полученные с помощью микроволнового сканирующего радиометра (Advanced Microwave Scanning Radiometer — Earth Observing System, AMSR-E), установленного на спутнике "Aqua". Эти данные доступны в Интернете: <http://nsidc.org/data/amsr/>.

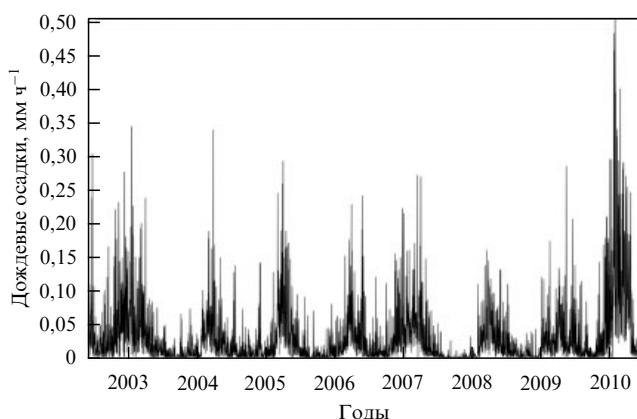


Рис. 5. Данные о выпадении дождевых осадков над областью Эль-Ниньо 3,4 в Тихом океане.

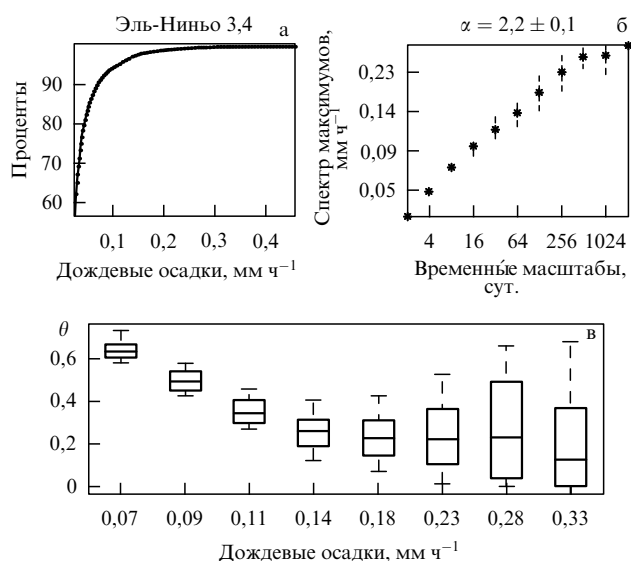


Рис. 6. (а) Кумулятивная функция распределения данных о выпадении дождевых осадков, показанных на рис. 5. (б) Спектр максимумов дождевых осадков в области Эль-Ниньо 3,4. (в) Экстремальный индекс как функция процентилей дождевых осадков.

Прибор AMSR-E производил измерения параметров суши, океана и атмосферы в целях исследования глобального водооборота и глобальных энергетических циклов, включая скорость выпадения осадков, температуру морской поверхности, скопления морского льда, водный эквивалент снежного покрова, влажность почвы, влагосодержание земной поверхности, скорость ветра, водность облаков и содержание водяного пара в облаках, а также в безоблачной атмосфере.

Использованные данные о выпадении дождевых осадков регистрировались ежесуточно в период с июня 2002 г. по июнь 2010 г. (рис. 5). Заметно слабое влияние сезонного цикла (рис. 6). В целях выявления экстремальных событий это влияние было отфильтровано, хотя на спектре максимумов оно существенно не отражается. Кумулятивная функция распределения временного ряда данных и соответствующий спектр максимумов показаны на рис. 6. Спектральный индекс $\alpha = 2,2 \pm 0,1$. Экстремальный индекс довольно мал ($< 0,2$), что указывает на существенную кластеризацию экстремальных событий в рассматриваемой области (в среднем более пяти событий в кластере).

3.4. Экстремальные события, связанные с космическим климатом

Ещё один пример — применение метода спектра максимумов в исследовании экстремальных событий, связанных с космическим климатом [53]. Термин "космическая погода", популярный в настоящее время, относится к сильным возмущениям в верхней атмосфере Земли и в околоземном космическом пространстве [61]. По аналогии с метеорологической терминологией, внешние возмущения в атмосфере Земли и окружающей её космической среде, характеризующиеся большими временными масштабами, например, масштабом 11-летнего цикла солнечной активности, относят к области космического климата [62]. Основные космические возмущения вызываются солнечной плазмой, космическими частицами и галактическими космическими лучами [63]. Оценки космического климата требуются для планирования космических полётов космонавтов и приборов на космических аппаратах. Проявления упомянутых возмущений можно видеть в красивых природных экстремальных событиях — полярных сияниях. Они могут наблюдаться в виде движущихся белых и зелёных полос или рассеянного красного света, это зависит от положения наблюдателя на Земле. Полярные сияния возникают в кольцевой зоне вокруг геомагнитного полюса, называемой авроральным овалом [64]. Ближе к экватору, в пределах 20 градусов широты, небо во время полярного сияния приобретает красный цвет; на протяжении человеческой жизни это можно увидеть только однажды. Если наблюдатель живёт на Крайнем Севере, то он в большинстве случаев увидит сияние зелёного цвета, которое можно наблюдать во время самых тёмных ночей. Находясь в области средних широт, можно видеть это явление раз или два в год; движущийся свет будет либо белёсым, либо зеленоватым, либо ярко-красным. Документальные свидетельства о полярных сияниях в Европе и на Востоке охватывают период вплоть до VII в. до н.э. Эти наблюдения собраны в каталог [65], который используется в научных исследованиях солнечной активности и её влияния на климат Земли.

Во время интенсивных полярных сияний ионосферные возмущения могут быть опасны, вызывая разрушительные электрические токи в электроэнергетических системах, как, например, это случилось во время сильнейшей геомагнитной бури в марте 1989 г., когда выход из строя Канадской Северо-Восточной энергетической системы "Hydro-Quebec" оставил без электроэнергии миллионы людей на период до 9 ч. Такие токи также ускоряют коррозию нефтяных и газовых трубопроводов [66]. Возмущения плотности ионосферы, вызванные космическими процессами, воздействуют на высокочастотные линии радиосвязи на околополярных авиационных маршрутах, а также искажают сигналы спутниковой навигационной системы "Global Positioning System" (GPS) [61]. Выбросы высокоэнергетических частиц и интенсификации радиационного пояса Земли во время интенсивных событий космической погоды могут вызвать аномалии в работе электронных устройств в космических аппаратах и повреждать эти устройства [67].

Основные экстремальные события, связанные с солнечной плазмой, вызываются возмущениями, происходящими за счёт внезапных выбросов большого количества ($> 10^{16}$ г) плазмы из солнечной короны в солнечный ветер. Эти экстремальные события, называемые коронарными выбросами массы (Coronal Mass Ejections — CME), обязаны своим происхождением процессу динамо, действующему в верхней оболочке Солнца и порождающему магнитные поля, которые пронизывают солнечную корону.

Частично такое поле извергается в результате неустойчивости в процессе потери равновесности. CME сопровождается множеством дополнительных процессов, включая магнитное перезамыкание, формирование ударных волн и ускорение частиц [68, 69]. Коронарные выбросы массы распространяются от Солнца через межпланетное пространство, частично по направлению к Земле. Они сильно различаются по скорости — от сравнительно медленных (< 200 км с $^{-1}$) до характеризующихся очень высокими скоростями, более 2500 км с $^{-1}$ [70]. Высокоскоростные (быстрые) коронарные выбросы наиболее интересны с точки зрения изучения экстремальных событий, связанных с космическим климатом. Быстрые коронарные выбросы массы и ударные волны, которые они порождают в солнечном ветре, являются непосредственной причиной экстремальных событий, связанных с высокоэнергетическими частицами (Solar Energetic Particles — SEP) [71]. Взаимодействие сильного магнитного поля солнечного ветра, направленного на юг и связанного с быстрыми CME, с магнитным полем Земли, вызывает мощные геомагнитные бури [72, 73]. Быстрые CME особенно геоэффективны, так как это взаимодействие управляется индуцированным магнитным полем, возникшим за счёт скорости и магнитного поля коронарного выброса массы, распространяющегося в солнечном ветре.

Коронарные выбросы массы связаны с активными областями, возникающими на поверхности Солнца и обычно ассоциированными с солнечными пятнами. Частота появления активных областей регулируется солнечным циклом. Наблюдения показали, что активные области имеют тенденцию группироваться в кластеры, т.е. новые активные области преимущественно возникают вблизи старых [74]. Время жизни кластеров может достигать шести месяцев; существуют признаки того, что

самые быстрые коронарные выбросы массы происходят в основном из них [75].

Спроектированные на небесную плоскость скорости коронарных выбросов массы, распространяющихся через солнечную корону, измеряются коронографом, установленным на космическом аппарате; в частности, коронарные выбросы были измерены коронографом "Large Angle and Spectrometric Coronagraph", установленным на борту Солнечной и гелиосферной обсерватории (the Solar and Heliospheric Observatory) на космическом аппарате "COXO" (LASCO SOHO). Данные этих измерений внесены в каталог, разработанный в процессе совместной работы Научно-исследовательской лаборатории BMC (Naval Research Laboratory), Центра анализа солнечных данных в Центре космических полётов имени Годдарда (Goddard Space Flight Center) и Центра физики Солнца и космической погоды в Американском католическом университете (Center for Solar Physics and Space Weather at the Catholic University of America). Самые ранние данные из числа внесённых в каталог относятся к январю 1996 г. Этот источник данных мы с коллегами использовали в работе [53]. Чтобы избежать влияния очевидной нестационарности, возникающей вследствие зависимости данных от солнечного цикла, выборка данных была ограничена частью солнечного цикла 23 с января 1999 г. до декабря 2006 г., характеризующейся высокой солнечной активностью, в результате было рассмотрено 9408 CME. Приведённые в каталоге значения скоростей CME, использованные в данной работе, были получены путём нахождения полинома 2-го порядка для представления результатов измерений высоты CME, произведённых во время распространения выбросов через солнечную корону, как функции времени. Входные данные для решения задачи методом спектра максимумов включают все коронарные выбросы, без предварительного отбора выбросов с высокими скоростями. В частности, пороговое значение скорости, которое определяет экстремальный хвост функции распределения, было не задано предварительно, а оценено самим методом.

Полученный в итоге спектр максимумов скоростей CME показан на рис. 7. Наилучшая аппроксимация наклона свидетельствует о том, что кумулятивная функция распределения скоростей CME относится к типу распределений Фреше и её хвост подчиняется степенному закону с показателем степени $\alpha = 3,4$. Нижняя граница линейной части спектра максимумов определяет начало хвоста степенной функции, т.е. соответствующее пороговое значение скорости, и начало интервала самоподобия. Это даёт возможность обоснованного определения "быстрых" CME — понятия, которое прежде использовалось исследователями солнечной активности весьма произвольно. Принимая во внимание аналогию со стандартным самоподобным каскадным процессом в турбулентности, который полностью определяется спектральным индексом колмогоровского типа, можно заключить, что физический процесс, приводящий к образованию быстрых CME, один и тот же в диапазоне скоростей от 700 км с $^{-1}$ до самых высоких значений скорости в выборке данных.

На рисунке 8 показан экстремальный индекс, оценка которого произведена с помощью метода спектра максимумов. На нём также представлены "доверительные интервалы", аналогичные тем, которые изображены на

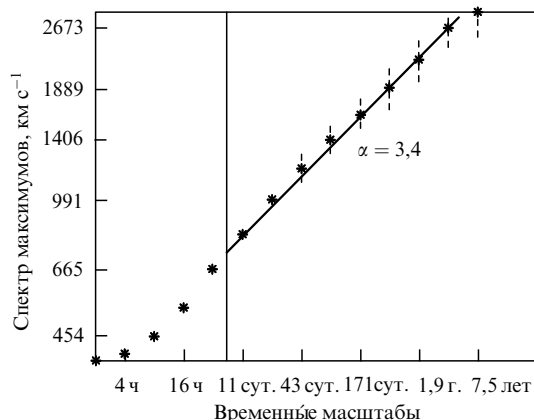


Рис. 7. Спектр максимумов скоростей СМЕ как функция временных масштабов. Величины погрешностей, оценённые с помощью обобщённого метода регрессий [52], соответствуют 95%-ным доверительным интервалам. Единицы $\log_2$ для $Y(j)$ конвертированы в км с^{-1} ; масштабы j переведены в единицы времени по формуле 2'. Скорость в этом масштабе можно интерпретировать как начало хвоста функции распределения, определяющего быстрые СМЕ справа от вертикальной линии.

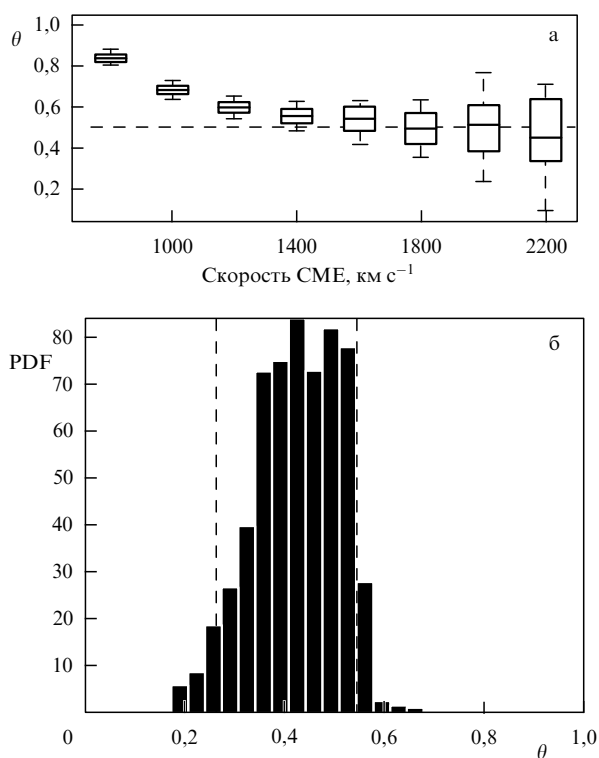


Рис. 8. (а) Экстремальный индекс, полученный методом спектра максимумов. Коробчатые диаграммы для каждого временного масштаба получены по 100 независимым реализациям рандомизированных $\hat{\theta}$, как объяснено в тексте. Центральная линия в каждом прямоугольнике — медиана, сторона прямоугольника — 10-й и 90-й процентиль, усы распространяются до наиболее экстремальных значений данных. (б) Гистограмма величин $\hat{\theta}$ для пороговых значений скоростей от 1000 до 2300 км с^{-1} .

гистограмме в нижней части рис. 6; эти доверительные интервалы построены для пороговых значений 1000–2300 км с^{-1} . Полученные в результате значения эмпирического 95%-ного доверительного интервала для θ лежат в промежутке от 0,33 до 0,60, со средним значением

Таблица 2. Пример прогнозирующей статистики для кластеров СМЕ со скоростью, превышающей 1000 км с^{-1}

Размер кластера	Число кластеров	Число СМЕ в кластере	Вероятность	Продолжительность, ч
1	177	177	0,61 (0,03)	—
2	53	106	0,18 (0,02)	20,1 (1,7)
3	18	54	0,06 (0,01)	39,7 (3,8)
4	20	80	0,07 (0,01)	56,8 (4,5)
5	7	35	0,02 (0,01)	70 (7,2)
> 5	17	169	0,06 (0,01)	107,7 (10,6)

$\theta = 0,49 \approx 0,5$. Значение θ , взятое в промежутке 0,3–0,6 со средним значением 0,5, можно считать оценкой экстремального индекса. Величина, обратная экстремальному индексу, даёт оценку среднего размера кластера 2–3, т.е. за появлением быстрого СМЕ близко следует в среднем один или два других быстрых СМЕ.

Применение методики декластеризации позволяет нам находить число и содержание кластеров быстрых СМЕ. В качестве примера рассмотрим пороговое значение $U = 1000 \text{ км с}^{-1}$ и $\theta = 0,5$. Для этого порогового значения имеем $n = 586$ быстрых СМЕ с временем декластеризации $\tau_c = 42 \text{ ч}$. Максимальное число быстрых СМЕ в кластере, найденное по использованным в настоящей работе данным каталога LASCO, равно 9. Среднее значение временных интервалов между СМЕ внутри кластера составляет 18 ч со среднеквадратичной погрешностью 2 ч. В таблице 2 даны более детальные сведения о вероятности и соответствующей длительности кластеров как функции их размера (числа СМЕ в кластере). В первом столбце указано число СМЕ в кластере (размер кластера). Во втором и третьем столбцах дано число кластеров данного размера и общее число СМЕ в этих кластерах. В четвёртом столбце приведены оценки и среднеквадратичные погрешности (в скобках) вероятности того, что будет зарегистрирован кластер соответствующего размера. В последнем столбце даны значения ожидаемой средней продолжительности кластеров (в скобках — среднеквадратичная погрешность). Мы видим, что около 30 % быстрых СМЕ единичны. Остальные быстрые СМЕ находятся в кластерах различных размеров. Статистически значимая доля кластеров (около 35 %) с пятью или шестью членами имеет среднюю длительность около 110 ч. Аналогичные оценки могут быть произведены и для других пороговых значений скоростей.

4. Выводы и воспоминания

Основной вывод данного обзора состоит в том, что климатические изменения, вызванные человеческой деятельностью, не очень сильно влияют на параметры среднего состояния климата Земли, например, на глобальную температуру, но значительно увеличивают число экстремальных событий, таких как наводнения и засухи. Этот вывод может помочь нам лучше понять причины изменения климата на Земле, а пример применения современных статистических методов к решению проблем космического климата может представлять

интерес для учёных и инженеров, работающих в области космических исследований.

Я также надеюсь, что этот обзор привлечёт внимание и к другой стороне дела. Как говорил Марк Твен: "В раю найдёшь климат, а в аду — свою компанию" [78]. В прежние времена учёный-физик особенно не нуждался в статистике и подробной информации о шумах. Он жил в царстве закона больших чисел; умения рассчитывать средние значения и среднеквадратичные отклонения было достаточно для того, чтобы избежать ошибок эксперимента. Сегодня учёный обнаруживает, что редкие случайные события могут играть ключевую роль в физических процессах, и начинает понимать важность закона малых чисел, давно сформулированного выдающимися математиками и статистиками.

В данном обзоре, написанном учеником физической школы Я.Б. Зельдовича, предпринята попытка отразить эту поразительную революцию, совершающуюся в наших умах, на примере рассмотрения роли случая в хаотических системах, таких как климат Земли и космический климат, в процессе реакции на внешние воздействия. В духе школы Зельдовича в обзоре используются общие принципы и простые модели. Будучи студентом, потом аспирантом, а затем и коллегой Якова Борисовича в течение 20 лет, я заметил, что он часто основывал свои простые модельные представления на глубоком знании различных разделов математики, что было не всегда очевидно. Однажды я был свидетелем того, как он удивил одного математика в Институте прикладной математики РАН (ныне Институт прикладной математики РАН им. М.В. Келдыша), где мы работали, точным знанием некоторых топологических инвариантов. В другой раз мне довелось увидеть, как он с гордой улыбкой вышел из своего кабинета после того, как дал знаменитому физику-экспериментатору урок правильного применения статистики в одном нетривиальном случае. И у меня нет сомнений, что другие ученики Якова Борисовича могли бы привести ещё немало примеров его глубочайшей не только физической, но и математической эрудиции.

Благодарности

Я благодарен рецензенту за полезные критические замечания, М.А. Шеляховской за прекрасный, вдумчивый перевод моего текста, М.С. Аксентьевой за некоторые полезные ссылки по теме обзора и редакционную помощь. Я хочу также поблагодарить Стилиана Стоева, познакомившего меня со статистикой экстремальных случаев, и Джоан Фейнман, указавшую мне наилучшие способы обработки данных. Настоящее исследование было проведено в Лаборатории реактивных устройств Калифорнийского технологического института (Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology) в рамках договора с Национальным управлением по авиации и исследованию космического пространства (National Aeronautics and Space Administration).

Список литературы

1. Zeldovich Ya B, Ruzmaikin A A, Sokoloff D D *The Almighty Chance* (Lecture Notes in Physics, Vol. 20) (Singapore: World Scientific, 1990)
2. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Механика сплошных сред* (М.: ГИТТЛ, 1953) [Landau L D, Lifshitz E M *Fluid Mechanics* (London: Pergamon Press, 1959)]
3. Ruelle D, Takens F *Commun. Math. Phys.* **20** 167 (1971)
4. Зельдович Я Б, Молчанов С А, Рузмайкин А А, Соколов Д Д *ЖЭТФ* **89** 2061 (1985) [Zel'dovich Ya B, Molchanov S A, Ruzmaikin A A, Sokolov D D *Sov. Phys. JETP* **62** 1188 (1985)]
5. Zeldovich Ya B, Molchanov S A, Ruzmaikin A A, Sokoloff D D *Sov. Sci. Rev. C Math. Phys. Rev.* **7** 1 (1988)
6. IPCC — Intergovernmental Panel on Climate Change, <http://www.ipcc.ch/> (2013), publications
7. Бялко А В *УФН* **182** 111 (2012) [Byalko A V *Phys. Usp.* **55** 103 (2012)]
8. Демченко П Ф, Кислов А В *Стохастическая динамика природных объектов: броуновское движение и геофизические приложения* (М.: ГЕОС, 2010)
9. Голицын Г С *Статистика и динамика природных процессов и явлений: Методы, инструментарий, результаты* (М.: КРАСАНД, 2013)
10. Lovejoy S "What is climate?" *EOS Trans. Am. Geophys. Union* **94** (1) 1 (2013)
11. Nyquist H *Phys. Rev.* **32** 110 (1928)
12. Callen H B, Welton T A *Phys. Rev.* **83** 34 (1951)
13. Kubo R *J. Phys. Soc. Jpn.* **12** 570 (1957)
14. Kraichnan R H *Phys. Rev.* **113** 1181 (1959)
15. Ландау Л Д, Лифшиц Е М, Питаевский Л П *Электродинамика сплошных сред* 2-е изд. (М.: Наука, 1982) [Landau L D, Lifshitz E M, Pitaevskii L P *Electrodynamics of Continuous Media* 2nd ed. (Oxford: Pergamon Press, 1984)]
16. Leith C E *J. Atmos. Sci.* **32** 2022 (1975)
17. Gritsun A, Branstator G J *J. Atmos. Sci.* **64** 2558 (2007)
18. Dymnikov V P, Gritsun A S *Nonlin. Processes Geophys.* **8** 201 (2001)
19. Дымников В П, Грицун А С *Изв. РАН Физ. атмосферы и океана* **41** 294 (2005) [Dymnikov V P, Gritsun A S *Izv. Atmos. Ocean. Phys.* **41** 266 (2005)]
20. Gritsun A S *Russ. J. Numer. Anal. Math. Model.* **16** 115 (2001)
21. Питаевский Л П *УФН* **181** 647 (2011) [Pitaevskii L P *Phys. Usp.* **54** 625 (2011)]
22. Бочков Г Н, Кузовлев Ю Е *ЖЭТФ* **76** 1071 (1979) [Bochkov G N, Kuzovlev Yu E *Sov. Phys. JETP* **49** 543 (1979)]
23. Jarzynski C *Phys. Rev. Lett.* **78** 2690 (1997)
24. Lorenz E N *J. Atmos. Sci.* **20** 130 (1963)
25. Khatiwala S, Shaw B E, Cane M A *Geophys. Res. Lett.* **28** 2633 (2001)
26. Kramers H A *Physica* **7** 284 (1940)
27. Walker G *Quart. J. R. Meteorol. Soc.* **54** 79 (1928)
28. Obukhov A M *УМН* **2** (2) 196 (1947)
29. Quadrelli R, Wallace J M *J. Climate* **17** 3728 (2004)
30. Hurrell J W *Science* **269** 676 (1995)
31. Thompson D W J, Wallace J M *Geophys. Res. Lett.* **25** 1297 (1998)
32. Thompson D W J, Wallace J M *Science* **293** 85 (2001)
33. Honda M, Inoue J, Yamane S *Geophys. Res. Lett.* **36** L08707 (2009)
34. Petoukhov V, Semenov V A *J. Geophys. Res. Atmos.* **115** (D21) (2010), DOI: 10.1029/2009JD013568
35. Wallace J M, Zhang Y, Renwick J A *Science* **270** 780 (1995)
36. Mantua N J et al. *Bull. Amer. Meteor. Soc.* **78** 1069 (1997)
37. Philander S G *El Niño, La Niña, and the Southern Oscillation* (San Diego: Academic Press, 1990)
38. Baldwin M P et al. *Rev. Geophys.* **39** 179 (2001)
39. Thompson D W J, Baldwin M P, Wallace J M *J. Climate* **15** 1421 (2002)
40. Rossby C G "The scientific basis of modern meteorology", in *Climate and Man. Yearbook of Agriculture* (Washington: United States Department of Agriculture, 1941) p. 599
41. Charney J G, Drazin P G *J. Geophys. Res.* **66** 83 (1961)
42. Limpasuvan V, Hartmann D L *J. Climate* **13** 4414 (2000)
43. Ruzmaikin A, Lawrence J, Cadavid C J *Climate* **16** 1593 (2003)
44. Ruzmaikin A, Feynman J, Yung Y L *J. Geophys. Res. Atmos.* **111** (D21) (2006), DOI: 10.1029/2006JD007462
45. Ruzmaikin A, Cadavid A C, Lawrence J K *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* **68** 1311 (2006)
46. Corti S, Molteni F, Palmer T N *Nature* **398** 799 (1999)
47. Palmer T N *J. Climate* **12** 575 (1999)
48. Ruzmaikin A et al. *Geophys. Res. Lett.* **31** L12201 (2004)
49. Hall A et al. *J. Climate* **18** 1315 (2005)
50. Fisher R A, Tippet L H C *Proc. Camb. Philos. Soc.* **24** 180 (1928)

51. Gnedenko B *Ann. Math.* **44** 423 (1943)
52. Stoev S A, Michailidis G, Taqqu M S *IEEE Trans. Inform. Theory* **57** 1615 (2011)
53. Ruzmaikin A, Feynman J, Stoev S A *J. Geophys. Res. Space Phys.* **116** (A4) (2011), DOI: 10.1029/2010JA016247
54. Голицын Г С *УФН* **178** 753 (2008) [Golitsyn G S *Phys. Usp.* **51** 723 (2008)]
55. Голицын Г С *Докл. РАН* **398** 177 (2004) [Golitsyn G S *Dokl. Phys.* **49** 501 (2004)]
56. Hamidieh K, Stoev S, Michailidis G *J. Comput. Graph. Stat.* **18** 731 (2009)
57. Leadbetter M R, Lindgren G, Rootzén H *Extremes and Related Properties of Random Sequences and Processes* (New York: Springer-Verlag, 1983)
58. Hsing T, Häusler J, Leadbetter M R *Probab. Theory Related Fields* **78** 97 (1988)
59. Davis R A, Mikosch T *Bernoulli* **15** 977 (2009)
60. Ferro C A T, Segers J *J. R. Statist. Soc. B* **65** 545 (2003)
61. *Severe Space Weather Events—Understanding Societal and Economic Impacts* (Workshop Report) (Washington, D.C.: The National Academies Press, 2008); <http://www.nap.edu/catalog/12507.html>
62. Mursula K, Usoskin I G, Maris G *Adv. Space Res.* **40** 885 (2007)
63. Дорман Л И *УФН* **180** 519 (2010) [Dorman L I *Phys. Usp.* **53** 496 (2010)]
64. Feldstein Y I *J. Geophys. Res.* **78** 1210 (1973)
65. Siscoe G L *Rev. Geophys. Space Phys.* **18** 647 (1980)
66. Boteler D, Marti L "Space weather situational awareness for power systems", in *39th COSPAR Scientific Assembly, 14–22 July 2012, Mysore, India*, Abstract E2.1-4-12, p. 225
67. Feynman J, Gabriel S B *J. Geophys. Res. Space Phys.* **105** 10543 (2000)
68. Forbes T G et al. *Space Sci. Rev.* **123** 251 (2006)
69. Amari T et al. *Astrophys. J.* **742** L27 (2011)
70. Kahler S *Rev. Geophys.* **25** 663 (1987)
71. Reames D V *Space Sci. Rev.* **90** 413 (1999)
72. Hirshberg J, Colburn D S *Planet. Space Sci.* **17** 1183 (1969)
73. Gopalswamy N *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* **70** 2078 (2008)
74. Gaizauskas V et al. *Astrophys. J.* **265** 1056 (1983)
75. Ruzmaikin A, Feynman J, in *Multiscale Phenomena in Space Plasmas. Proc. of the 1998 Cambridge Workshop* (Physics of Space Plasmas, Eds T Chang, J Jasperse) (Cambridge, Mass.: MIT Center for Theor. Geo/Plasma Physics, 1998) p. 295
76. Ruzmaikin A, Feynman J *J. Geophys. Res. Atmos.* **107** (D14) ACL7-1 (2002)
77. Ruzmaikin A "Effects of solar variability on the Earth's climate patterns" *Adv. Space Res.* **40** 1146 (2007)
78. Mark Twain Quotations, Newspaper Collections, and Related Resources (Heaven), <http://www.twainquotes.com/Heaven.html>

Climate as a Game of Chance

A. Ruzmaikin

Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, Pasadena, California, USA

E-mail: alexander.ruzmaikin@jpl.nasa.gov

The paper uses general concepts and simple models to examine the role of randomness in chaotic systems, like the Earth's climate, response to external forcing. The response of a simple homogeneous system is determined by its correlation function in accord with the Fluctuation Dissipation Theorem. A structured (patterned) system responds in a more complicated way. Whereas its mean state (for example, the Earth's global temperature) changes only slightly, extreme events (such as floods and droughts) increase more dramatically in number. The statistics of extremes reveals remarkable properties, in particular, clustering (troubles never come alone, the saying goes) and are here illustrated by precipitation and space climate processes.

PACS numbers: **02.50. – r**, **05.45. – a**, 92.05.Df

DOI: 10.3367/UFNr.0184.201403f.0297

Bibliography — 78 references

Received 21 October 2013, revised 9 December 2013

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **184** (3) 297–311 (2014)

Physics – Uspekhi **57** (3) (2014)