<u>ΥCΠΕΧИ ΦИЗИЧЕСКИХ НАУК</u>

ПРИБОРЫ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

К теории плазменной переработки отработавшего ядерного топлива

А.В. Тимофеев

Отражено современное состояние теории переработки отработавшего ядерного топлива плазменным методом с использованием циклотронного нагрева ионов. Метод основан на селективном нагреве ионов ядерной золы и их последующем выделении из потока холодной плазмы ядерного топлива. Показано, что эти процессы могут быть осуществлены в системах с довольно умеренными параметрами. При теоретическом анализе переработки отработавшего ядерного топлива получен ряд результатов, область применимости которых не ограничивается данной проблемой. Развита теория винтовых токовых антенн, часто используемых в плазменных исследованиях. Предложена новая трактовка эффекта усиления высокочастотного электрического поля, возбуждаемого такими антеннами. Введено понятие пространственной неустойчивости стационарных потоков сплошных сред. Неустойчивость приводит к возрастанию вниз по течению возмущений, вызываемых покоящимися объектами. Пространственная неустойчивость может развиваться в дозвуковых потоках плазмы, движущихся вдоль магнитного поля.

PACS numbers: 28.41.Kw, 52.30.-q, 52.35.Tc, 52.40.Fd, 52.50.-b

DOI: 10.3367/UFNr.0184.201410g.1101

Содержание

 Задачи и принципы переработки отработавшего ядерного топлива (1101).

 1.1. Условия переработки отработавшего ядерного топлива.
 1.2. Состояние проблемы переработки отработавшего ядерного топлива плазменными методами.
 1.3. Нагрев ионов ядерной золы с помощью метода ионно-циклотронного резонанса.
 1.4. Разделение ионов ядерной золы и ядерного топлива.
 1.5. Производительность системы переработки отработавшего ядерного топлива. Проблема многозарядных ионов.

2. Возбуждение высокочастотных полей в замагниченной плазме (1107).

Эффект усиления высокочастотного электрического поля.
 Упрощённый расчёт высокочастотных полей. 2.3 Уточнённый расчёт высокочастотных полей. Модель высокочастотной антенны.

 Ионно-циклотронное резонансное взаимодействие в системах переработки отработавшего ядерного топлива (1113).

3.1. Эффекты, ограничивающие интенсивность ионно-циклотронного резонансного взаимодействия. 3.2. Ионно-циклотронное резонансное взаимодействие ансамбля ионов.

- 4. Выделение ионов ядерной золы (1117).
- Струя ионов ядерной золы в криволинейном магнитном поле и "желобковый механизм" (1119).

А.В. Тимофеев. Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт",

пл. Академика Курчатова 1, 123182 Москва, Российская Федерация E-mail: avtim@nfi.kiae.ru, timofeev_av@nrcki.ru

Статья поступила 2 октября 2013 г., после доработки 7 ноября 2013 г.

- Влияние вязкости на диффузию плазмы поперёк магнитного поля (1121).
- Пространственные неустойчивости потоков плазмы, движущихся вдоль магнитного поля (1124).

7.1. Поперечная стратификация дозвуковых потоков. 7.2. Ударные волны в сверхзвуковых потоках плазмы.

8. Заключение (1132).

Список литературы (1132).

1. Задачи и принципы переработки отработавшего ядерного топлива

1.1. Условия переработки

отработавшего ядерного топлива

В настоящее время перед атомной энергетикой стоят задачи расширенного воспроизводства ядерного топлива (ЯТ) и перехода на замкнутый цикл работы атомных реакторов. Замкнутый цикл предполагает, что весь природный уран, в котором основным компонентом является ²³⁸U, превращается в продукты деления ядер ЯТ — ядерную золу (ЯЗ). В замкнутом цикле ²³⁸U претерпевает сложную эволюцию, которая начинается с превращения в делящиеся ядра ²³⁹Ри в результате присоединения одного нейтрона и последующего β-распада. Дальнейшее облучение нейтронами может вызвать деление ядер плутония с выделением энергии или их превращение в ядра так называемых минорных актинидов (америций, кюрий и т.д.). Эти элементы имеют периоды полураспада $\geq 10^3$ лет, и их попадание в окружающую среду крайне нежелательно. Замкнутый топливный цикл предполагает "пережигание" минорных актинидов под действием нейтронов в ядерных реакторах. Замкнутый топливный цикл, обеспечивающий расширенное воспроизводство ЯТ, может быть осуществлён на быстрых реакторах (БР).

Ядерная зола, возникающая при распаде ядер ЯТ, затрудняет протекание цепной реакции деления, поэтому любые реакторы должны перезагружаться, когда концентрация ЯЗ достигнет критической величины, которая для БР равна примерно 10%. Если из отработавшего ядерного топлива (ОЯТ) выделить ЯЗ, то его оставшаяся часть может быть использована в качестве полноценного ЯТ быстрых реакторов.

При переработке ОЯТ быстрых реакторов содержание ЯЗ желательно снизить на порядок величины — до 1 % [1]. Однако чем выше качество переработки, тем бо́льших усилий она требует. Поэтому, возможно, окажется более выгодным оставлять в ЯТ бо́льшую часть ЯЗ, чаще перезагружая реактор. Так, например, если концентрацию остающейся ЯЗ довести до 2,5 %, то время между перезагрузками сократится лишь в 1,2 раза.

Санитарные и экологические требования накладывают чрезвычайно жёсткие ограничения на содержание ЯТ (актинидов) в ЯЗ: 0,1 % исходного количества [1].

Указанным условиям переработки ОЯТ быстрых реакторов могут удовлетворить химические методы, используемые в настоящее время. Однако их недостаток состоит в появлении большого объёма вредных отходов. В этом отношении более привлекательными могут оказаться физические, в том числе плазменные, методы, использующие разность массовых чисел ЯТ и ЯЗ.

Следует отметить, что элементы ²³⁸U и ²³⁹Pu трудно разделить физическими методами из-за близости их масс, поэтому "ядерная взрывчатка" естественным образом включается в замкнутый цикл БР.

1.2. Состояние проблемы переработки отработавшего ядерного топлива плазменными методами

Целью переработки OЯT является разделение частиц различных химических элементов в соответствии с их массами. Та же самая задача решалась при разделении изотопов одного элемента. Поэтому естественным является стремление применить при переработке OЯT методы, использовавшиеся для разделения изотопов, в частности различные варианты метода центрифугирования.

Переводя вещество в состояние плазмы, мы получаем возможность воздействовать на его частицы электрическим и магнитным полями. Это позволяет, в частности, вращать плазму в устройствах без движущихся деталей. В аксиально-симметричной системе, помещённой в скрещённые поля (аксиальное магнитное и радиальное электрическое), заряженные частицы, в зависимости от их массы, могут как дрейфовать в направлении поперёк этих полей, т.е. по азимуту, так и двигаться с ускорением вдоль электрического поля. Этот эффект был использован в так называемом плазменном фильтре "Архимед", предназначавшемся для переработки отходов производства плутония [2, 3]. Однако, как отмечено в [4], эксперименты оказались не слишком успешными. Не оправдал себя и метод создания плазмы, предполагающий инжекцию перерабатываемого вещества в виде газа и пара в магнитное поле и его последующую ионизацию с помощью сверхвысокочастотного (СВЧ) излучения. Неудачным также является, по нашему мнению, использование в плазменном фильтре торцевых электродов как для введения в плазму постоянного электрического поля, так и для сбора одной из фракций перерабатываемого вещества. Другой метод создания плазмы в таких системах — с помощью плазменно-пучкового разряда рассматривался в [5, 6].

В работе [7] предлагается использовать для переработки ОЯТ так называемую центробежную ловушки, Волосова [8]. Варьируя параметры такой ловушки, можно добиться выхода ионов ЯЗ и ЯТ в различные пробки. Однако и в этом случае пришлось бы использовать торцевые электроды в качестве приёмников ионов. В [9] отмечено, что плазму в магнитном поле можно приводить во вращение и в безэлектродных системах посредством передачи импульса электромагнитных волн. В работе [10] предложена для переработки ОЯТ схема, которая является развитием так называемых плазмооптических схем (см., например, [11]) и схемы электромагнитного разделения изотопов, модифицированной введением электрического поля, ортогонального магнитному полю.

Другой способ воздействия электромагнитных волн на заряженные частицы (передача энергии) был предложен для переработки ОЯТ в работах [12–14]. Этот способ включает в себя те же этапы, что и метод ионноциклотронного резонанса (ИЦР) разделения изотопов: ионизация перерабатываемого вещества, селективный ИЦР-нагрев целевых ионов, их выделение из плазмы ОЯТ и раздельный приём целевых и отвальных ионов. Разделение изотопов таким способом было осуществлено в нашей стране, а также в США и Франции (см. обзоры [15, 16]). Принципиальная схема установки по переработке ОЯТ плазменным ИЦР-методом представлена на рис. 1.

Следует отметить, что если при ИЦР-разделении изотопов целевыми — нагреваемыми — ионами являются ионы одного изотопа, то при переработке ОЯТ приходится нагревать ионы многих химических элементов, существенно различающихся по массе. Поэтому, в отличие от нагрева в системах ИЦР-разделения изотопов, циклотронный нагрев приходится проводить в неоднородном магнитном поле. Особенности распределе-



Рис. 1. Общая схема переработки ОЯТ.

ния ионов ЯЗ по массе заставляют использовать для нагрева два высокочастотных (ВЧ) поля с различными частотами.

Для экспериментального исследования физических процессов при плазменной ИЦР-переработке ОЯТ в Институте водородной энергетики и плазменных технологий Национального исследовательского центра "Курчатовский институт" (НИЦ КИ) сооружена установка ПС-1, на которой вещество ОЯТ будет заменено имитаторами: стабильными металлами и газами. В настоящее время проводятся эксперименты на аксиально-симметричной части установки. Участок криволинейного магнитного поля планируется подсоединить позднее.

К настоящему моменту теоретическим анализом затронуты два этапа переработки ОЯТ: селективный нагрев ионов ЯЗ и их выделение из холодной плазмы ОЯТ. Что касается первого этапа — генерации плазмы ОЯТ, то его рассмотрение затрудняется вследствие как сложного междисциплинарного характера процесса превращения твёрдого вещества ОЯТ в плазму, так и скудости данных в открытой печати об элементарных процессах в атомах и ионах урана — основного компонента ОЯТ. Не исследован теоретически также процесс сбора ионов.

Анализ любого устройства, в котором рабочим веществом служит плазма, порождает большое число разнообразных физических задач. Не являются исключением и интересующие нас системы плазменной переработки ОЯТ. Настоящая статья даёт представление об определённом этапе теоретического исследования этих систем. Практика показывает, что для создания законченной картины явлений, происходящих в плазменных системах, требуется сочетание теории и эксперимента. Однако эксперименты по плазменной переработке ОЯТ пока ещё не проводились. Ввиду этого большую ценность приобретают экспериментальные результаты, полученные на устройствах, в которых имеются те же элементы, что и в системах переработки ОЯТ. Это упоминавшиеся выше устройства по ИЦР-разделению изотопов, а также исследовавшиеся в 1960-х годах системы, в которых поток водородной плазмы пропускался вдоль изогнутых магнитных силовых линий. Такие системы предназначались для отработки методов инжекции плазмы в магнитные ловушки [17]. Оказалось, что при движении сгустка водородной плазмы по участку криволинейного магнитного поля происходит его очистка от примеси тяжёлых ионов [18-21]. Разделение ионов по массе фактически основано на том же самом процессе (дрейфе заряженных частиц в неоднородном магнитном поле), который в [12-14] было предложено использовать для облегчения сепарации ионов ЯЗ, нагретых ИЦРметодом, и холодных ионов ЯТ.

Хотя теория плазмы достаточно хорошо развита, анализ конкретных плазменных систем и их оптимизация требуют дальнейших теоретических исследований. При таких исследованиях часто открываются неожиданные аспекты известных физических закономерностей. Данное утверждение, как мы увидим ниже, справедливо и по отношению к интересующей нас проблеме переработки ОЯТ плазменным ИЦР-методом. Так, например, исследование потоков плазмы в системах переработки ОЯТ привело к введению нового понятия пространственной неустойчивости. Пространственная неустойчивость, которая присуща дозвуковым потокам плазмы в сильном магнитном поле, вызывает поперечную стратификацию этих потоков. Для выяснения механизма развития неустойчивости дозвуковых потоков оказалось полезным ввести понятия отрицательной массы и отрицательной теплоёмкости. Заметим, что с помощью первого понятия можно, в частности, дать простую интерпретацию действия сопла Лаваля.

1.3. Нагрев ионов ядерной золы

с помощью метода ионно-циклотронного резонанса

Если плазма находится в магнитном поле, то различие масс ионов ЯТ и ЯЗ проявляется в различии частот циклотронного вращения ω_i . Данное обстоятельство можно использовать для селективного нагрева одной из групп ионов методом ИЦР. Селективный нагрев ионов ЯЗ позволяет сравнительно просто отделить их в фазовом пространстве от ионов ЯТ с требуемой высокой чистотой. Действительно, заряженные частицы, возникающие в источнике плазмы, обычно имеют малую энергию, порядка нескольких электронвольт, а их распределение по скоростям близко к максвелловскому. Это распределение характеризуется резким спадом в области энергий, превышающих температуру. Поэтому если нагреть ионы ЯЗ до энергии $\varepsilon \ge 10 T$, то в фазовом пространстве будет достигнута требуемая степень сепарации. Однако целью переработки является такое пространственное разделение ионов ЯТ и ЯЗ, при котором они могли бы быть приняты различными коллекторами. В плазме в магнитном поле для этого можно использовать зависимость от энергии радиуса ларморовской окружности, а в случае неоднородного поля — скорости дрейфа (систематического смещения частицы поперёк силовых линий магнитного поля). Расчёты показывают (см. раздел 4), что для трансформации энергетических различий в пространственные энергия ионов ЯЗ должна быть увеличена по крайней мере ещё на один порядок величины.

В уравнения движения, описывающие поведение ионов под действием электрического и магнитного полей, масса m_i и заряд ионов входят в виде отношения Ze/m_i , где Z — кратность заряда частицы. Поэтому разброс значений Z в некоторых случаях может нивелировать влияние разности масс разделяемых частиц. Данная особенность затрудняет использование плазменных методов переработки ОЯТ, в том числе метода, основанного на селективном ИЦР-нагреве ионов ЯЗ.

Массы ядер топлива и золы различаются примерно вдвое. Распределение химических элементов, составляющих ЯЗ, по массовому числу А показано на рис. 2. Если предположить, что вещество ЯЗ однократно ионизовано, то при циклотронном нагреве ионов ЯЗ с $A \approx 120$ будут нагреваться и двухзарядные ионы ЯТ ($A \approx 240$). Присутствие двухзарядных ионов ЯТ можно было бы игнорировать, если бы их доля в плазме ОЯТ не превышала 0,1 %. Однако вряд ли на это можно надеяться, поскольку потенциалы первой и второй ионизации урана различаются менее чем вдвое ($U_1 = 6,3$ эВ, $U_2 = 11,2$ эВ). Поэтому требования высокой степени ионизации вещества ОЯТ и наличия чрезвычайно малой доли двухзарядных ионов урана трудно совместимы. Эксперименты по ИЦР-разделению изотопов ряда металлов, потенциалы ионизации которых близки к потенциалам ионизации урана, свидетельствуют о присутствии заметного (порядка 1 %) количества двухзарядных ионов в металличе-





ской плазме с температурой в несколько электронвольт [22, 23].

Для того чтобы исключить нагрев двухзарядных ионов актинидов, в [24] было предложено использовать особенности распределения элементов ЯЗ по массовому числу. Из рисунка 2, построенного по данным работы [25], видно, что это распределение концентрируется вблизи значений массового числа $A \approx 100$ и $A \approx 140$, причём доля элементов с $A \approx 120$ сравнительно невелика. Поэтому если отказаться от извлечения из ОЯТ осколков деления с $A \approx 120$, то допустимая степень загрязнения ЯТ осколками, равная 1 %, не будет превышена. Следует, однако, отметить, что при многократной перезагрузке реактора в ЯТ будут накапливаться элементы ЯЗ с $A \approx 120$. Накоплению могут помешать процессы трансмутации элементов, вызванные нейтронным полем ядерных реакторов.

Селективный нагрев одной из групп ионов, различающихся по массе, ранее использовался для разделения изотопов одного-единственного химического элемента. При разделении изотопов из их смеси обычно выделяется какой-то один. Нагрев ионов этого изотопа можно производить в однородном магнитном поле, подбирая частоту ВЧ-поля исходя из условия $\omega \approx \omega_i$, где ω_i — циклотронная частота выделяемого (целевого) изотопа. В ЯЗ, которую необходимо извлечь из ОЯТ, входит набор химических элементов с различными массами (см. рис. 2), а следовательно, и различными циклотронными частотами.

В настоящее время хорошо развита техника генерации ВЧ-полей, частотный спектр которых близок к монохроматическому. Для нагрева ионов ЯЗ таким полем струю плазмы, выходящую из источника, следует направить в магнитное поле, спадающее по ходу струи. Перепад магнитного поля в пределах системы ИЦРнагрева должен быть таким, чтобы каждый из ионов ЯЗ получал энергию от ВЧ-поля, проходя через свою зону циклотронного резонанса. В соответствии с вышесказанным исключение должны составлять ионы с $A \approx 120$, циклотронные частоты которых близки к циклотронным частотам двухзарядных ионов актинидов. Осуществить такой нагрев можно с помощью двух монохроматических ВЧ-полей, так чтобы одно из них нагревало лёгкую фракцию элементов ЯЗ с $A \approx 100$, а другое —



Рис. 3. Зависимость циклотронной частоты ионов **ЯЗ** от координаты вдоль магнитного поля: в заштрихованные области попадает 90 % ионов.

тяжёлую фракцию с $A \approx 140$. Данная схема нагрева иллюстрируется рис. 3, на котором показаны соответствующий профиль магнитного поля на оси устройства,

$$B_0(z) = \left(1 - \beta \tanh \frac{z}{L_{B0}}\right) B_0(0), \qquad (1.1)$$

и области циклотронного резонанса ионов ЯЗ и ЯТ. Здесь β — параметр, определяющий степень неоднородности магнитного поля, L_{B0} — пространственный масштаб магнитного поля.

Рисунок 3 демонстрирует принципиальную возможность селективного циклотронного нагрева ионов ЯЗ. Выбор частот производился на основе расчётов, описанных в разделе 4. На значения частот влияет эффект Доплера, при учёте которого условие циклотронного резонанса принимает вид

$$\omega = \omega_{\rm i} + k_{\parallel} v_{\parallel} \,, \tag{1.2}$$

где k_{\parallel} — компонента волнового вектора вдоль магнитного поля, v_{\parallel} — скорость ионов вдоль магнитного поля.

Винтовые антенны, применяемые для ИЦР-нагрева, возбуждают спектр электромагнитных колебаний шириной Δk_{\parallel} порядка $1/L_A$, где L_A — длина антенны вдоль магнитного поля. Расчёты показали, что оптимальными для интересующего нас процесса выделения ионов ЯЗ являются значения частот $\omega_1 = \omega_{i,A=97}, \omega_2 = \omega_{i,A=143}$ при $\beta = 0,11$. Здесь значения циклотронных частот берутся при z = 0.

Процессы разделения изотопов и переработки ОЯТ различаются ещё в одном отношении. Если в первом процессе приходится разделять ионы, различающиеся по массовому числу на $\Delta A \sim 1$, то во втором разность массовых чисел ЯЗ и ЯТ намного больше, $\Delta A \approx 100$. При циклотронном нагреве должны оставаться холодными двухзарядные ионы ЯТ, циклотронная частота которых близка к циклотронной частоте однозарядных ионов ЯЗ с $A \approx 120$ (см. выше). Однако даже с учётом этого обстоятельства эффективная разность массовых чисел $\Delta A_{\text{eff}} \approx \Delta A/Z$, определяющая разность циклотронных частот разделяемых ионов, примерно на порядок величины превышает значение аналогичной величины для смеси изотопов одного химического элемента. От

значения $\Delta A_{\rm eff}$ зависит величина магнитного поля, в котором производится ИЦР-нагрев. Величина магнитного поля должна быть такой, чтобы разность циклотронных частот нагреваемых "целевых" ионов и "отвальных" ионов, которые должны оставаться холодными, превыщала ширину линии циклотронного резонанса, обусловленную эффектом Доплера и другими факторами (см. раздел 3). Благодаря бо́льшему значению $\Delta A_{\rm eff}$ в плазме ОЯТ, чем в смеси изотопов, ИЦРнагрев ЯЗ можно производить в существенно меньшем магнитном поле.

1.4. Разделение ионов ядерной золы и ядерного топлива Циклотронный нагрев вызывает преимущественное возрастание энергии ларморовского вращения заряженных частиц ε_{\perp} , что приводит к увеличению их ларморовского радиуса $\rho_{\rm i} = (2\varepsilon_{\perp}/m_{\rm i})^{1/2}/\omega_{\rm i}$. Если нагрев достаточно интенсивен, а магнитное поле не слишком велико, то ларморовские окружности ионов будут выходить за пределы струи холодной плазмы ОЯТ, где ионы и могут быть приняты своими коллекторами. В отличие от этого характерные параметры систем ИЦР-разделения изотопов таковы, что ларморовский радиус целевых ионов даже после их нагрева остаётся малым по сравнению с радиусом плазменной струи. Целевые ионы выделяются из струи на набор параллельных пластин, ориентированных вдоль магнитного поля (см. [15, 16]). Расстояние между пластинами Δh должно удовлетворять условию $\rho_{\rm ih} > \Delta h > \rho_{\rm ic}$, где $\rho_{\rm ih}$ и $\rho_{\rm ic}$ — ларморовские радиусы целевых и отвальных ионов соответственно. В этом случае большая часть нагретых (целевых) ионов будет оседать на коллекторные пластины, а бо́льшая часть холодных (отвальных) будет проходить между ними. Для того чтобы предотвратить попадание отвальных ионов на пластины, передние края пластин, обращённые навстречу потоку, должны быть защищены экранами, которые "съедают" часть потока плазмы. В результате между пластинами поток представляет собой совокупность струек с резкими границами. Весьма вероятно, что эти струйки подвержены неустойчивостям дрейфового типа (см., например, [26]). Развитие таких неустойчивостей должно вызывать расширение струек, что может приводить к попаданию отвальных ионов на пластины, ухудшая качество разделения.

Качество сепарации заряженных частиц, основанной на различии их энергий, можно улучшить, пристроив к аксиально-симметричной системе ИЦР-нагрева участок магнитного поля с искривлёнными силовыми линиями [27]. В таком магнитном поле ионы смещаются (дрейфуют) в направлении бинормали к силовым линиям со скоростью $V_{\rm dr} = (v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2/2)/(R\omega_i)$, где R — радиус кривизны силовых линий. Скорость дрейфа зависит от энергии ионов и её распределения по степеням свободы, но не от их массы, в то время как скорость движения вдоль силовых линий магнитного поля $\propto (\varepsilon/m_i)^{1/2}$. Поэтому после прохождения участка криволинейного магнитного поля смещение иона по бинормали $\Delta y_{\rm dr} \propto$ $\propto (m_i \varepsilon)^{1/2}$. Если на этом участке силовые линии изгибаются на угол $\Delta \phi$, то смещение выражается как

$$\Delta y_{\rm dr} = \frac{1}{2} \rho_i' \Delta \varphi \left(\cos \theta + \frac{1}{\cos \theta} \right), \tag{1.3}$$

где ρ'_i — ларморовский радиус иона, рассчитанный по полной энергии, $\theta = \arctan(v_\perp/v_\parallel)$ — питч-угол.

Если, например, $\Delta \phi \approx \pi$, $\cos \theta \approx 1$, то смещение Δy_{dr} примерно втрое превысит ρ_i . Поэтому для выхода иона за пределы струи холодной плазмы требуется его нагрев до энергии, на порядок меньшей по сравнению со значением, определяемым условием $\rho_i > r_0$, где r_0 — радиус струи.

Сепарацию в криволинейном магнитном поле особенно выгодно использовать в системах ИЦР-разделения изотопов. В таких системах ИЦР-нагрев производится в однородном магнитном поле, вследствие чего питч-угол ионов оказывается близким к $\pi/2$, а смещение Δy_{dr} может существенно превысить ларморовский радиус ионов.

Сепарация ионов по массе в криволинейном магнитном поле осуществлена в экспериментах [18–21], в которых сгустки водородной плазмы, загрязнённые тяжёлыми ионами примеси, пропускали через участок магнитного поля с изогнутыми силовыми линиями. В сгустках, генерируемых плазменными пушками, все ионы движутся вдоль магнитного поля с близкими между собой скоростями, поэтому кинетическая энергия тяжёлых ионов превышает энергию лёгких. Вследствие того что скорость дрейфа в криволинейном магнитном поле пропорциональна энергии, сгусток при определённых соотношениях между параметрами системы очищается от тяжёлых ионов, которые оседают на стенки вакуумной камеры.

Способы сепарации, обсуждаемые в настоящей статье, предполагают выход нагретых ионов ЯЗ из струи холодной плазмы ОЯТ. При этом вокруг струи образуется облако положительного заряда, а сама струя заряжается отрицательно. Избыточный отрицательный заряд может стечь на коллектор и торцы источника плазмы. Нейтрализация положительного заряда возможна посредством ионизации остаточного газа. Не исключено, что для этой цели необходимо будет зажечь газовый разряд.

По сути, та же самая проблема существует и в методе ИЦР-разделения изотопов, хотя там она выражена не столь ярко. Действительно, нагрев ионов целевого изотопа вызывает расширение его распределения по радиусу. При этом центральная часть плазменного шнура заряжается отрицательно, а его периферия — положительно. Данное обстоятельство не приводило к какимлибо затруднениям, и оно не отмечалось в описаниях результатов экспериментов. Возможно, в источнике плазмы и системе разделения самопроизвольно устанавливалось такое распределение потенциала, при котором удовлетворялось требование локальной квазинейтральности плазмы.

Заметим, что проблема поддержания нейтральности плазмы встаёт также при использовании криволинейного магнитного поля. Как известно, электрическая поляризация плазмы в неоднородном магнитном поле может приводить к выбросу в область меньшего магнитного поля, т.е. на стенку вакуумной камеры. Эта проблема рассмотрена в разделе 5.

Выделение нагретых ионов из струи холодной плазмы облегчается с уменьшением магнитного поля, что приводит к увеличению как ларморовского радиуса ионов, так и их смещения вдоль бинормали в криволинейном магнитном поле. Однако величина магнитного поля ограничена снизу требованиями селективности нагрева (см. выше) и замагниченности холодных ионов ЯТ. Последнее необходимо для изоляции коллекторов ионов ЯЗ от холодных отвальных ионов. Анализ диффузии последних поперёк магнитного поля показал, что для требуемой изоляции достаточно выполнения приближённого условия $\omega_i/v_{ii} \ge 3$, где v_{ii} — частота ион-ионных столкновений (см. раздел 6). Это условие можно представить в виде

$$\frac{nZ_{\rm f}^3}{BT_{\rm i}^{3/2}} \leqslant 1.15 \times 10^{11}, \qquad (1.4)$$

где n — средняя плотность [см⁻³] плазмы в струе, B — магнитное поле [кГс], T_i — температура [эВ] ионов, Z_f — зарядовое число ионов ЯТ. В (1.4) учтено, что $\omega_i \propto Z_f$, $\nu_{ii} \propto Z_f^4$.

1.5. Производительность системы переработки отработавшего ядерного топлива. Проблема многозарядных ионов

Обычный ядерный реактор электрической мощностью 1 ГВт потребляет в год около 20 т ЯТ. Если такое количество ОЯТ перерабатывать плазменным методом, то при непрерывном функционировании систем переработки мощность проходящего через них потока плазмы, измеряемая в эквивалентных амперах (эА), составит примерно $J \approx 250$ эА. Желательно, чтобы число систем переработки, сопряжённых с реактором, было минимальным. Оптимальной является схема: один реактор — одна система переработки ОЯТ.

Параметры плазменной струи, протекающей через систему, связаны с её производительностью соотношением

$$J \approx 10^{-14} nS(T_{\rm i} + T_{\rm e})^{1/2},$$
 (1.5)

где n — средняя плотность [см⁻³] плазмы в струе, S — площадь [см²] поперечного сечения струи, T_i и T_e — температуры [эВ] ионов и электронов, J — ток [эА] струи. В (1.5) предполагается, что скорость плазменной струи равна скорости ионного звука.

Если в (1.5), например, положить $n = 10^{12}$ см⁻³, r = 15 см $(S = \pi r^2)$, $T_i = T_e = 3$ эВ, то производительность системы окажется на порядок величины меньше требуемой. Принятые значения параметров близки к параметрам систем, рассматривавшихся в работах [24, 28]. Однако эти системы не были оптимизированы, а их параметры подбирались на основании оценок по порядку величины. Не исключено, что в результате более детального анализа удастся достигнуть оптимальной производительности единичной системы $J \approx 250$ эА.

Остановимся кратко на физических процессах, которые могут определять плотность плазменного потока, протекающего через систему переработки ОЯТ, а следовательно, и производительность системы. Изоляцию коллекторов ионов ЯЗ от потока холодной плазмы ЯТ нарушают кулоновские столкновения, приводящие к перемещениям заряженных частиц поперёк магнитного поля. Диффузия плазмы обязана своим существованием ион-электронным столкновениям, и коэффициент диффузии выражается как $D_{\perp} \approx \rho_i^2 v_{ie}$, где v_{ie} — частота столкновений ионов с электронами. Чем выше интенсивность ион-ионных столкновений, тем больше вязкость плазмы. Коэффициент вязкости даётся выражением $\eta_{\perp i} \approx nm_i \rho_i^2 v_{ii}$. При характерных значениях параметров

плазмы время диффузии, рассчитанное по средней плотности плазмы, $t_{\rm d} \approx r_0^2/(\rho_{\rm i}^2 v_{\rm ie})$ примерно на два порядка превышает время протекания плазмы через систему $t_0 \approx L/V_{\rm s}$, где $L \approx 3 \times 10^2$ см — длина системы, $V_{\rm s} = [(T_{\rm e} + T_{\rm i})/m_{\rm i}]^{1/2}$ — скорость ионного звука.

Следует отметить, что на "хвосте" радиального распределения плотности, который может дотянуться до коллекторов ЯЗ, интенсивность диффузии существенно уменьшается, $t_d \propto n^{-1}$. Что касается вязкости, то, как показано в [29] (см. также раздел 6), при указанных выше параметрах она слабо влияет на движение плазмы поперёк магнитного поля. Поэтому не исключено, что приведённое в разделе 1.4 условие замагниченности $\omega_i/v_{ii} \ge 3$ несколько занижает требуемую плотность плазмы.

Кулоновские столкновения ионов ЯЗ, нагреваемых ВЧ-полем, с холодными ионами ЯТ и электронами приводят к охлаждению ионов ЯЗ. Характерные времена охлаждения на электронах и ионах по порядку величины могут быть оценены как

$$t_{\rm ie} \approx \frac{m_{\rm i}}{m_{\rm e}} \frac{2}{v_{\rm ie}} \approx 10^{10} \frac{T_{\rm e}^{3/2}}{n}$$
 и $t_{\rm ii} \approx \frac{1}{v_{\rm ii}} \approx 3 \times 10^6 \frac{\varepsilon_{\rm i}^{3/2}}{n}$

соответственно. При температуре электронов в несколько электронвольт и энергии ионов ЯЗ $\varepsilon_i \approx \approx 3 \times 10^2 - 10^3$ эВ эти времена превышают время протекания плазменной струи через систему переработки $t_0 \approx L/V_s$.

Заметим, что при аккуратном анализе процесса охлаждения необходимо учитывать, что из-за неоднородности основного магнитного поля поперечная энергия, полученная от ВЧ-поля, частично переходит в продольную, а также то обстоятельство, что траектории нагретых ионов ЯЗ частично выходят из струи холодной плазмы ОЯТ. Эти эффекты ухудшают охлаждение.

Основные потери энергии ионов ЯЗ обусловлены так называемыми далёкими кулоновскими столкновениями. Более редкие "близкие" столкновения, происходящие при малых значениях прицельного параметра, приводят к значительной передаче энергии в единичном акте столкновения. В ЯЗ должно попадать не более 10^{-3} ЯТ, следовательно, относительная доля ЯТ в выделяемой ЯЗ не может превысить 10⁻². Последняя величина ограничивает сверху вероятность близких столкновений за время пролёта иона ЯЗ $w \approx (L/V_{\rm s})(v_{\rm ii}/\lambda_{\rm C}),$ где $\lambda_{\rm C}$ кулоновский логарифм. Условие $w \leq 10^{-2}$ удовлетворяется при параметрах системы, указанных выше. Разумеется, факторы, ослабляющие влияние кулоновских столкновений (увеличение продольной скорости ионов ЯЗ в неоднородном магнитном поле, выход их траекторий из потока холодной плазмы ОЯТ), уменьшают и величину w.

На процессе переработки ОЯТ негативно сказывается повторная ионизация ионов ЯТ. Действительно, для того чтобы с возрастанием Z_f удовлетворить условию замагниченности (1.4), необходимо или при заданной плотности увеличить магнитное поле $B \propto Z_f^3$, или при заданном магнитном поле уменьшить плотность плазмы $n \propto Z_f^{-3}$. (Температура ионов, по-видимому, будет определяться условиями в источнике плазмы.) Поскольку для успешной сепарации необходимо, чтобы ларморовский радиус ионов ЯЗ $\rho_i \propto \varepsilon_{\perp}^{1/2} B^{-1} Z_a^{-1}$ по крайней мере по порядку величины сравнялся с радиусом плазменной

струи, в первом случае резко возрастает энергия, до которой требуется нагреть ионы ЯЗ, $\varepsilon \propto Z_{\rm f}^6 Z_{\rm a}^2$ (где $Z_{\rm a}$ — зарядовое число ионов ЯЗ).

Расчёты показывают, что если при Z = 1 сепарация ОЯТ требует нагрева до энергии порядка $10^2 - 10^3$ эВ (см. [24, 28]), то в плазме с двухзарядными ионами энергия увеличится до неприемлемо высоких значений, $10^4 - 10^5$ эВ. Использование другой возможности (уменьшения плотности плазмы) заметно снижает производительность системы.

Следует отметить, что даже если на вход системы поступает плазма с однозарядными ионами ЯТ, то Z_f может существенно возрасти при движении плазмы по системе переработки. При аккуратном расчёте Z_f необходимо, по-видимому, учитывать, что под влиянием неупругих столкновений далёкий "хвост" распределения, ответственный за повторную ионизацию, может стать немаксвелловским. Сечение неупругих столкновений электронов с однозарядными ионами резко возрастает с увеличением атомного номера элемента. Согласно [30] эффективная сила осциллятора, определяющая эту величину, для урана достигает значений порядка 10³. Во столько же раз по порядку величины сечение неупругих столкновений должно превышать значение, соответствующее боровскому радиусу (см., например, [31]). В пользу этих соображений свидетельствуют результаты экспериментов [22] по ИЦР-разделению изотопов кальция и иттербия. Плазмы этих элементов могут имитировать плазму урана, так как их потенциалы первой и второй ионизации ($U_1 = 6,1$ эВ и $U_2 = 11,9$ эВ для кальция, $U_1 = 6,2$ эВ и $U_2 = 12$ эВ для иттербия) близки к потенциалам ионизации урана $U_1 = 6,3$ эВ и $U_2 = 11,2$ эВ. В кальции доля двухзарядных ионов составляла всего лишь $\xi = 0.02$ при $T_{\rm e} = 2.1$ эВ и $n \approx$ $\approx 1.6 \times 10^{11}~\text{см}^{-3},$ для иттербия соответствующая величина составляла $\xi=0{,}003$ при $T_{\rm e}=0{,}6$
эВ и $n\approx$ $\approx 1.5 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$.

Не исключено, что в плазме тяжёлых элементов неупругие столкновения определяют не только "хвост" функции распределения по скоростям, но и её основное "тело". Возможно, именно по этой причине в экспериментах [22] электронная температура в плазме иттербия, а вместе с ней и доля двухзарядных ионов оказались намного ниже, чем в плазме кальция.

2. Возбуждение высокочастотных полей в замагниченной плазме

2.1. Эффект усиления

высокочастотного электрического поля

Теория ИЦР-нагрева плазмы развивалась в основном в приложении к термоядерным системам. Термоядерная плазма по параметрам существенно отличается от плазмы в системах переработки ОЯТ и близких к ним системах ИЦР-разделения изотопов. В двух последних меньшую величину имеют плотность плазмы, радиус плазменного шнура и магнитное поле. Различие сказывается на характере ВЧ-полей, используемых для ИЦРнагрева.

В настоящее время ИЦР-нагрев термоядерной плазмы производится в основном по методу малой добавки посредством возбуждения магнитозвуковых колебаний (M3K) (см., например, [32]). На первых этапах термоядерных исследований использовался также метод магнитного берега, для которого необходимо возбуждать альвеновские колебания (АК) (см., например, [33]). Существенное влияние как на АК, так и на МЗК оказывает ионный компонент плазмы. Между тем в системах переработки ОЯТ в силу указанных выше особенностей плазмы должно выполняться условие $N_{\parallel}^2 \gg \varepsilon_{\perp}$, где N_{\parallel} продольная компонента показателя преломления, ε_{\perp} диэлектрический отклик плазмы на поперечное электрическое поле (см., например, [32, 33]). Это условие позволяет пренебречь влиянием ионов на колебания с $\omega \approx \omega_i$. При его выполнении АК и МЗК, характеризующиеся малой продольной компонентой электрического поля, переходят в так называемую ТЕ-моду вакуумных волноводов, в которой составляющая электрического поля, параллельная оси волновода, равна нулю. Если основное магнитное поле направлено вдоль оси, то в ТЕ-моде $E_{\parallel} = \mathbf{E}\mathbf{b} = 0$, где **b** — единичный вектор, направленный вдоль основного магнитного поля.

Во второй фундаментальной моде вакуумных волноводов (ТМ-моде) отличны от нуля все три компоненты электрического поля, в то время как продольная компонента магнитного поля равна нулю.

Подвижность электронов вдоль магнитного поля чрезвычайно высока. Поэтому даже при сравнительно низкой плотности плазмы, характерной для систем переработки ОЯТ, электроны поверхностного слоя плазменной струи, перераспределяясь вдоль магнитного поля, успевают за период колебаний уничтожить продольное электрическое поле ТМ-моды. В результате внутренние слои плазмы экранируются от этой моды.

Заметим, что электроны экранируют ТМ-моду, если их температура не слишком низка ($\omega \leq k_{\parallel} v_{T_e}$). Это условие, как правило, выполняется. В случае холодных электронов ($\omega \gg k_{\parallel} v_{T_e}$) амплитуда электрического поля в плазменном столбе может существенно возрасти за счёт трансформации ТМ-моды в собственные колебания плазменного столба в магнитном поле — моду Трайвелписа – Гоулда.

В типичных плазменных системах ионная циклотронная частота много меньше плазменных частот. Низкочастотные электростатические поля, создаваемые внешними источниками, хорошо экранируются плазмой, поэтому ИЦР-нагрев обычно производится с помощью индукционных полей, возбуждаемых токовыми антеннами, которые состоят из проводников, располагающихся вблизи плазмы. Вследствие низкой частоты электромагнитных колебаний вакуумная длина волны существенно превышает размеры системы. Такие колебания тесно связаны с возбуждающими их антеннами, поэтому анализ ВЧ-антенн составляет обязательную часть теории ИЦР-нагрева.

На рисунке 4 схематически показана винтовая токовая антенна, используемая в системе ИЦР-разделения изотопов. В этой антенне винтовые токовые проводники совершают половину оборота вокруг плазменного шнура. Такая антенна называется полуоборотной или полуволновой. Существуют винтовые антенны (одноволновые, двухволновые), в которых проводники поворачиваются на больший угол (см. раздел 2.3).

Токовые антенны возбуждают одновременно как ТМ-моду, так и ТЕ-моду. В обеих модах, рассматриваемых по отдельности, имеются сравнительно большие потенциальные электрические поля, создаваемые заря-



Рис. 4. Винтовая полуволновая антенна.

дами, выступающими на проводящих стенках вакуумной камеры. Если ВЧ-поля возбуждаются токовой антенной, то ТЕ- и ТМ-моды должны иметь такие фазы, при которых потенциальные составляющие электрических полей взаимно уничтожаются. В результате остаётся лишь сравнительно небольшое индукционное электрическое поле. Экранирование плазмой ТМ-моды "высвобождает" поля ТЕ-моды. При этом роль электрических зарядов на стенках вакуумной камеры играют заряды поверхностного слоя плазмы, посредством которых плазма экранируется от ТМ-моды. Эти соображения позволяют сравнительно просто рассчитать электрическое поле, возбуждаемое винтовыми токовыми антеннами в плазменном шнуре в продольном магнитном поле (см. раздел 2.2). Идея о возбуждении ВЧ-антенной двух различающихся радиальной длиной мод, одна из которых (коротковолновая) экранируется плазмой, предложена в [34].

Оценим коэффициент усиления поперечного электрического поля. Вследствие низкой частоты, $\omega \ll c/L_A$ (где L_A — длина антенны вдоль основного магнитного поля), магнитное поле токовых антенн квазистатично и в центре плазменного шнура оно может быть оценено как

$$B_1 \approx \frac{I}{cr_{\rm A}}$$
,

где I — ток в антенне, $r_{\rm A}$ — радиус антенны.

С помощью уравнения индукции находим

$$E \approx \frac{\omega r_{\rm A}}{c} B_1 \approx \frac{\omega}{c^2} I. \tag{2.1}$$

Индукционное электрическое поле отдельного прямого проводника параллельно ему, а так как винтовые проводники наклонены к магнитному полю под углом $\approx r_A/L_A$ (обычно $r_A \ll L_A$), поперечная компонента электрического поля имеет вид

$$E_{\perp} \approx \frac{\omega}{c^2} \frac{r_{\rm A}}{L_{\rm A}} I.$$
(2.2)

Вихревое электрическое поле создаётся отстоящими друг от друга по азимуту на угол $\theta = \pi$ проводниками, по которым текут противоположно направленные токи (см. рис. 4). Поэтому потенциальное поле электронов, экранирующее продольную компоненту вихревого поля, можно характеризовать волновыми числами $k_{\parallel} \approx L_A^{-1}$, $k_{\perp} \approx r_A^{-1}$. Следовательно, при экранировании продольного вихревого поля (2.1) должно возникнуть поперечное электрическое поле

$$E_{\perp} \approx \frac{\omega}{c^2} \frac{L_{\rm A}}{r_{\rm A}} I.$$

Это поле превышает поперечное поле винтовой антенны в вакууме (2.2) в $K \approx (L_A/r_A)^2$ раз.

На эффект усиления электрического поля плазмой указывалось уже в первых работах по ИЦР-разделению изотопов. Излагаемая трактовка этого эффекта, которая была предложена в [35–37], позволяет создать сравнительно простую аналитическую модель ВЧ-поля, возбуждаемого винтовой антенной.

2.2. Упрощённый расчёт высокочастотных полей

Изложим кратко основные положения модели, развитой в [35–37]. Используя уравнения Максвелла, а также уравнение Пуассона и условие бездивергентности магнитного поля, находим, что возбуждение электромагнитных полей в вакууме описывается уравнениями

$$\hat{L}\mathbf{B} = -\frac{4\pi}{\omega} \nabla \times \mathbf{j}_{\text{ex}}, \qquad (2.3)$$
$$\hat{L}\mathbf{E} = \frac{4\pi}{\omega} (c \nabla q_{\text{ex}} - \mathbf{i} \, \mathbf{j}_{\text{ex}}),$$

где $\hat{L} = \Delta_{\perp} - N_{\parallel}^2 + 1$, $N_{\parallel} = k_{\parallel}c/\omega$, используются безразмерные координаты $\mathbf{r} \to \mathbf{r}\omega/c$, \mathbf{j}_{ex} и q_{ex} — внешние ток и заряд соответственно. Рассматривается система с цилиндрической симметрией и магнитным полем, направленным вдоль оси симметрии. Предполагается, что пространственно-временная структура электромагнитных полей имеет вид $\propto \exp\left(-\mathrm{i}\omega t + \mathrm{i}m\theta + \mathrm{i}N_{\parallel}z\right)F(r)$.

Пространственная структура ТЕ- и ТМ-мод может быть определена с помощью продольных компонент первого и второго уравнений системы (2.3) соответственно.

Используя уравнения Максвелла, поперечные компоненты электрического поля можно выразить через B_{\parallel} и E_{\parallel} :

$$\mathbf{E}_{\perp} = \frac{\mathbf{i}}{1 - N_{\parallel}^2} (\nabla \times \mathbf{b} B_{\parallel} + N_{\parallel} \nabla_{\perp} E_{\parallel}), \qquad (2.4)$$

где **b** — единичный вектор, направленный вдоль основного магнитного поля.

ИЦР-нагрев вызывается взаимодействием ионов с ортогональной основному магнитному полю составляющей электрического поля, вращающейся в ту же сторону, что и ионы по ларморовской окружности (левополяризованное поле),

$$E_{+} = \frac{1}{\sqrt{2}} (E_{r} + iE_{\theta}) = \frac{1}{\sqrt{2} (1 - N_{\parallel}^{2})} \left(\frac{d}{dr} - \frac{m}{r} \right) (B_{\parallel} + iN_{\parallel}E_{\parallel}).$$
(2.5)

В случае низкочастотных электромагнитных полей, возбуждаемых антенной, вытянутой вдоль магнитного поля $(r_A \ll L_A \ll 1)$, радиальные зависимости B_{\parallel} , E_{\parallel} имеют вид $\propto r^{|m|}(1+O(r^2/L^2))$. Из выражения (2.5) следует, что моды с m < 0, бегущие по азимуту в ионную (левую) сторону, имеют существенно большие амплитуды левополяризованного электрического поля по сравнению с амплитудами мод, бегущих в обратном направлении. Это вполне естественно, так как в низкочастотном, квазистатическом, приближении электрическое поле потенциально (см. раздел 2.1), поэтому его поляризация определяется пространственной зависимостью рассматриваемых колебаний. Основной вклад в ИЦР-нагрев вносит мода с азимутальным волновым числом m = -1. Только у этой моды поперечное левополяризованное электрическое поле отлично от нуля на оси системы, где плотность плазмы максимальна.

Предположим, что по поверхности $r = r_A$ протекает винтовой ток $\mathbf{j}_{\text{ex}} = (0, J_{\theta}, J_{\parallel})(\omega/c) \, \delta(r - r_A)$ и на той же поверхности имеются электрические заряды

$$q_{\rm ex} = Q \, \frac{\omega}{c} \, \delta(r - r_{\rm A}) \, .$$

Примем также, что рассматриваемая система ограничена идеально проводящим цилиндром с радиусом $r_{\rm B} > r_{\rm A}$. Решения (2.3) выражаются через модифицированные функции Бесселя от аргумента $x = r(N_{\parallel}^2 - 1)^{1/2}$ (см. ниже). В области внутри антенного цилиндра $(r < r_{\rm A})$ при выполнении условия $x \ll 1$ для моды m = -1, используя [38] (см. также раздел 2.3), нетрудно получить

$$B_{\parallel} + \mathrm{i}N_{\parallel}E_{\parallel} \approx x \, \frac{2\pi}{c} \left\{ \left[1 - \left(\frac{x_{\mathrm{A}}}{x_{\mathrm{B}}}\right)^2 \right] \left(\frac{1}{x_{\mathrm{A}}} J_{\theta} - J_{\parallel} + cN_{\parallel}Q\right) + x_{\mathrm{A}} \left[\frac{1}{4} \left(1 - \left(\frac{x_{\mathrm{A}}}{x_{\mathrm{B}}}\right)^2 \right) + \ln\frac{x_{\mathrm{A}}}{x_{\mathrm{B}}} \right] J_{\theta} \right\}, \qquad (2.6)$$

где $x_{A,B} = r_{A,B} (N_{\parallel}^2 - 1)^{1/2}$.

Из (2.3) следует, что винтовая токовая антенна $(J_{\theta} \neq 0, J_{\parallel} \neq 0, Q = 0)$ возбуждает как ТЕ-моду, так и ТМ-моду. Причём в силу условия неразрывности тока

$$\frac{m}{r_{\rm A}}J_{\theta} + N_{\parallel}J_{\parallel} = 0 \tag{2.7}$$

для наибольших членов разложения поля E_+ по малому параметру $x_{A, B} \ll 1$ выполняется соотношение $B_{\parallel} + iN_{\parallel}E_{\parallel} = 0$ (см. (2.6)). В соответствии с (2.5) это означает, что основные составляющие левополяризованного электрического поля ТЕ- и ТМ-мод взаимно уничтожаются и суммарное поле E_+ винтовой антенны в вакууме оказывается в $(r_A N_{\parallel})^{-2} \ge 1$ раз меньше поля каждой из мод. Используя (2.4), нетрудно показать, что то же самое справедливо и для отдельных компонент поперечного электрического поля E_r , E_{θ} .

Однако потенциальные составляющие TE- и TM-мод "аннигилируют" липь в вакууме. Проектируемые системы переработки ОЯТ и системы ИЦР-разделения изотопов должны функционировать в режимах, при которых плазма существенно ослабляет продольное электрическое поле, что обусловлено взаимодействием с электронами, в то время как отклик плазмы на поперечное поле несуществен. Для этого должны выполняться условия $|\varepsilon_{\parallel}| \ge 1$, $|\varepsilon_{\perp}| \ll N_{\parallel}^2$, где ε_{\parallel} , ε_{\perp} — компоненты диэлектрической проницаемости плазмы, которые определяются движением электронов и ионов соответственно. В этом случае ТМ-мода, в которой $E_{\parallel} \neq 0$, экранируется плазмой в узком приграничном слое плазменного шнура, не доходя до его центра. В результате в центральной области присутствует только ТЕ-мода, на которую плазма практически не влияет.

ВЧ-электромагнитные поля в данной области не зависят от того, каким образом была устранена ТМмода — посредством экранирования плазмой или подбором такого значения q_{ex} , при котором правая часть второго уравнения системы (2.3) обращается в нуль,

$$\dot{q}_{\parallel,\mathrm{ex}} = c N_{\parallel} q_{\mathrm{ex}} \,. \tag{2.8}$$

Для поверхностных плотностей продольного тока и заряда из (2.8) получаем

$$J_{\parallel} = cN_{\parallel}Q \,. \tag{2.9}$$

В силу условия неразрывности тока (2.7) и соотношения (2.9) оказываются равными три величины: $-(m/x_A)J_{\theta}, J_{\parallel}, cN_{\parallel}Q$. Поэтому при наличии плазмы, экранирующей ТМ-моду, результирующее поперечное электрическое поле можно с равным успехом рассматривать и как поле экранирующего заряда (в правой части (2.6) в круглых скобках оставляется слагаемое $cN_{\parallel}Q$), и как поле ТЕ-моды (оставляется $(1/x_A)J_{\theta}$).

Первая трактовка позволяет предложить довольно простой способ расчёта поперечного ВЧ-поля. В простейшем варианте винтовая токовая антенна состоит из двух обвивающих плазменный шнур проводников, которые расположены на противоположных концах одного диаметра. По этим проводникам текут противоположно направленные токи

$$j_{\parallel,\text{ex}} = \left[\delta\left(\theta - \frac{\pi}{2} - A\pi \frac{z}{L_{\text{A}}}\right) - \delta\left(\theta + \frac{\pi}{2} - A\pi \frac{z}{L_{\text{A}}}\right)\right] \times \\ \times \cos\left(\omega t\right) \frac{1}{r_{\text{A}}} \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \delta(r - r_{\text{A}}) I, \quad |z| < L_{\text{A}}, \quad (2.10)$$

где *А* — число оборотов проводников антенны вокруг плазменного шнура.

Вблизи оси интересующая нас левополяризованная составляющая электрического поля создаётся только азимутальной гармоникой тока с номером m = -1:

$$j'_{\parallel,\text{ex}} = \sin\left(\theta + \omega t - A\pi \frac{z}{L_{\text{A}}}\right) \frac{1}{\pi r_{\text{A}}} \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \delta(r - r_{\text{A}}) I. \quad (2.11)$$

В принятой модели внешний заряд q_{ex} имитирует заряды, возникающие в приграничном слое плазмы при экранировании ТМ-моды. При такой замене необходимо сохранить характерные особенности процесса экранирования. Если эмиссия электронов с торцов отсутствует, то полное число электронов на каждой силовой линии магнитного поля сохраняется. Учитывая данное условие, условие непрерывности q'_{ex} и дифференциальное соотношение, эквивалентное (2.8),

$$\dot{j}_{\parallel, \text{ex}} = -i \frac{c^2}{\omega} \frac{\partial q_{\text{ex}}}{\partial z} , \qquad (2.12)$$

0,2

получаем

$$q'_{\rm ex} = Q' \,\delta(r - r_{\rm A})\,,\tag{2.13}$$

где

$$Q' = f(\theta, t, z) \frac{1}{A\pi^2} \frac{L_{\rm A}}{r_{\rm A}} \frac{\omega}{c^2} I,$$

$$f(\theta, t, z) = \sin(\theta + \omega t) f_{\text{even}}(z) - \cos(\theta + \omega t) f_{\text{odd}}(z),$$

$$f_{\text{even}} = \begin{cases} \cos\left(\alpha \frac{z}{L_{\text{A}}}\right) - \cos\alpha + \frac{L_{\text{A}}}{L}\left(\cos\alpha - \frac{1}{\alpha}\sin\alpha\right), & |z| < L_{\text{A}} \\ \frac{L_{\text{A}}}{L}\left(\cos\alpha - \frac{1}{\alpha}\sin\alpha\right), & |z| > L_{\text{A}} \end{cases}$$
$$f_{\text{odd}} = \begin{cases} \sin\left(\alpha \frac{z}{L_{\text{A}}}\right), & |z| < L_{\text{A}}, \\ \sin\alpha \operatorname{sgn} z, & |z| > L_{\text{A}}. \end{cases}$$

Здесь L — половина полной длины системы вдоль магнитного поля ($L \ge L_A$), $\alpha = A\pi$.

Для электромагнитных структур, вытянутых вдоль магнитного поля ($r \ll L$), с помощью уравнения Пуассона находим следующее выражение для левополяризованного поля в центре плазменного шнура:

$$E_{+}(t,\theta,z) = -2\sqrt{2}\pi Q'(t,\theta,z) \left[1 - \left(\frac{r_{\rm A}}{r_{\rm B}}\right)^{2}\right].$$
 (2.14)

В анализируемых системах переработки ОЯТ магнитное поле изменяется в продольном направлении. Соответственно, изменяются и радиус пучка силовых линий магнитного поля, вдоль которого движется поток плазмы, и радиус поверхности вблизи границы плазмы, на которой располагаются заряды, экранирующие ТМмоду. Эти вариации можно учесть, изменяя величину $r_A \propto B^{-1/2}$ в приведённом выше выражении для эффективного заряда Q'.

Результаты расчётов по формуле (2.14) для различных антенн представлены на рис. 5 пунктирными кривыми. Как видно из рисунка, симметричная и антисимметричная по координате z части электрического поля являются участками синусоид с равными амплитудами, сдвинутыми на 1/4 длины волны. Их временной сдвиг равен 1/4 периода. Таким образом, неоднородная по координате z составляющая электрического поля представляет собой волну, бегущую по оси z. Наряду с этим электрическое поле имеет однородную составляющую, входящую в симметричную часть. Эта составляющая соответствует стоячей волне.

Поле полуволновой антенны (рис. 5а) возрастает по модулю к её краям и остаётся на максимальном уровне вплоть до границ системы. В экспериментах по ИЦРразделению изотопов чаще использовались полуволновые антенны. Из одноволновой (один оборот проводников вокруг плазменного шнура) и двухволновой (два оборота) антенн в основном "вытекает" симметричная по координате z составляющая электрического поля, постоянная вне антенны (рис. 5б, в). Её можно уничтожить, если использовать комбинацию одноволновой и двухволновой антенн, причём в последней ток должен быть увеличен вдвое (рис. 6).

Вывод об отсутствии ВЧ-поля вне комбинированной антенны в области $|z| > L_{\rm A}$ справедлив при выполнении



Рис. 5. Зависимость левополяризованного электрического поля различных антенн от координаты *z*: (а) полуволновая антенна, (б) одноволновая антенна, (в) двухволновая антенна. Кривые *I* соответствуют симметричной части, *2* — антисимметричной. Сплошные кривые соответствуют точному расчёту поля ТЕ-моды в вакууме (см. раздел 2.3), пунктирные — расчёту по упрощённой модели (2.14).

двух условий: $r_A/L_A \rightarrow 0$ и $\delta L_A/L_A = \delta \rightarrow 0$, где δL_A — поперечный размер винтовых проводников.

С конечностью отношения r_A/L_A связано индукционное электрическое поле ТЕ-моды $E_{\perp 1} \approx E_{\perp} (r_A/L_A)^2$, которое, в отличие от его потенциальной составляющей, не локализовано в пределах одноволновой и двухволновой антенн (см. (2.10) и ниже).

Благодаря второму из указанных условий ($\delta \rightarrow 0$) антисимметричная по координате *z* составляющая заряда, экранирующего ТМ-моду, отсутствует вне одноволновой и двухволновой антенн. Действительно, только в пределе $\delta \rightarrow 0$ любая силовая линия магнитного

2

а



Рис. 6. Зависимость левополяризованного электрического поля комбинированной антенны от координаты *z*: (а) симметричная часть, (б) антисимметричная часть, (в) модуль полного поля. Сплошные кривые — точный расчёт поля ТЕ-моды в вакууме (см. раздел 2.3), пунктирные — расчёт по упрощённой модели (2.14).

поля на радиусе $r = r_A$ пересекается проводниками этих антенн чётное число раз (см. (2.10)). Суммарный ток в них равен нулю, а следовательно, в соответствии с (2.13) плотность экранирующего заряда должна принимать одно и то же значение в областях $z > L_A$ и $z < -L_A$. Чтобы обратить её в нуль в этих областях, необходимо сочетание одноволновой и двухволновой обмоток (комбинированная антенна) при определённом соотношении токов в них.

Рисунки 5 и 6 показывают, что комбинированная антенна, составленная из одноволновой и двухволновой антенн, действительно позволяет локализовать ВЧ-поле в её пределах. Тем самым устраняется возможность паразитного циклотронного резонанса, который, вообще говоря, может осуществляться вне системы ИЦРнагрева — в источнике плазмы или на участке криволинейного магнитного поля, используемом для выделения нагретых целевых ионов из струи холодной плазмы. В этих системах магнитное поле неоднородно, что не исключает возможности нагрева ионов ЯТ. Если такая опасность отсутствует, то радиус кривизны силовых линий магнитного поля на криволинейном участке, а вместе с ним и длина самого участка могут быть уменьшены. Это обстоятельство облегчает выполнение условий, необходимых для успешной переработки ОЯТ (см. раздел 1.5).

При учёте конечности поперечного размера проводников становится существенной геометрия замыкания винтовых токов на торцах антенны. В настоящей статье используется модель ВЧ-антенны, развитая в работах [35–37]. В этой модели (см. также раздел 2.3) линии ВЧ-тока оборачиваются вокруг плазменного шнура на угол $2\pi - \delta < \Delta\theta < 2\pi$ в случае одноволновой антенны и на угол $4\pi - \delta < \Delta\theta < 4\pi$ в случае двухволновой. При этом на малой части силовых линий, порядка δ , электрический ток оказывается нескомпенсированным. С этим обстоятельством связано наличие остаточного антисимметричного по координате *z* электрического поля $E_{\perp 2} \approx \delta E_{\perp}$ в областях $|z| > L_A$.

2.3. Уточнённый расчёт высокочастотных полей. Модель высокочастотной антенны

Применимость упрощённой модели ВЧ-антенн для описания ВЧ-электромагнитных полей в системах плазменной переработки ОЯТ методом ИЦР подтверждается результатами более точных расчётов электрического поля ТЕ-моды с использованием продольной компоненты первого уравнения системы (2.3) [35, 37]. На рисунках 5, 6 результаты таких расчётов показаны сплошными кривыми.

В расчётах [35, 37] устранялось ограничение $x \ll 1$, на котором основан анализ, проводившийся в разделе 2.2. Для величин B_{\parallel} и E_{\parallel} в (2.5) использовались выражения, являющиеся решениями уравнений (2.3) при произвольных значениях N_{\parallel} :

$$B_{\parallel} = -\frac{x_{\rm A}}{I'_m(x_{\rm B})} \, \Phi''(x_{\rm A}, x_{\rm B}) \, I_m(x) \, \frac{4\pi}{c} \, J_{\theta} \,, \tag{2.15}$$

$$E_{\parallel} = \frac{i}{\sqrt{N_{\parallel}^2 - 1}} \frac{x_{\rm A}}{I_m(x_{\rm B})} \, \Phi(x_{\rm A}, x_{\rm B}) \, I_m(x) \, \frac{4\pi}{c} \, J_{\parallel} \,, \qquad (2.16)$$

где $I_m(x)$, $K_m(x)$ — модифицированные функции Бесселя, $\Phi(x_A, x_B) = I_m(x_A) K_m(x_B) - I_m(x_B) K_m(x_A).$

Аккуратный учёт ВЧ-полей с произвольными значениями N_{\parallel} потребовал также создания модели ВЧ-антенны, отражающей особенности распределения тока в реальных антеннах. Такая модель должна удовлетворять условию div $\mathbf{j} = 0$. Нарушение этого условия эквивалентно введению фиктивных электрических зарядов, с которыми связаны потенциальные электрические поля. Такие поля могут в $[c/(\omega r_A)]^2$ раз превысить довольно слабые индукционные поля, в действительности возбуждаемые токовыми антеннами (см. (2.1)).

Для того чтобы пояснить модель ВЧ-антенны, используемую в [35, 37], развернём распределение тока в



Рис. 7. Модель винтовой антенны. (а) Развёртка полуволновой антенны на плоскость; стрелки указывают мгновенное направление тока. (б) Токи во вспомогательном элементе, используемом при моделировании антенны. (в) Токи в модели антенны, применяемой для расчётов. Область, по которой протекает ток, заштрихована.

антенне, представленной на рис. 4, на плоскость, как показано на рис. 7а. На этом рисунке крайний левый проводник должен быть отождествлён с крайним правым, ось системы вертикальна. Данное распределение тока можно получить как сумму двух распределений. Одно из этих распределений можно представить в виде двух параллелограммов, в которых направление замкнутого тока изменяется на диагоналях (рис. 76). Во втором распределении каждый из параллелограммов уменьшен с коэффициентом подобия $1 - \delta$, а направление тока изменено на встречное. Результат суммирования этих распределений показан на рис. 7в.

В соотношениях (2.15), (2.16) величины J_{θ} , J_{\parallel} являются коэффициентами разложения Фурье по продольной координате. Базисные функции, по которым проводится разложение, зависят от граничных условий. При отсутствии эмиссии электронов с торцов ($j_{\parallel}(\pm L) = 0$) границы следует считать непроницаемыми и, в соответствии с (2.12)–(2.14), на поверхности торцов производные тангенциальных компонент электрического поля $E_r(z)$, $E_{\theta}(z)$ должны обращаться в нуль. Отсюда следует, что чётные части как внешнего заряда, так и поперечного электрического поля целесообразно разлагать по набору функций sin [$(p - 1/2)\pi z/L$], где p— целое число, $1 \le p < \infty$. Коэффициенты разложения для винтовой токовой антенны получены в [35, 37]:

$$J_{\theta;p}^{(s,a)} = J_{\theta;p}^{(s,a)}(L') \bigg|_{L'=L_{\mathrm{A}}} - J_{\theta;p}^{(s,a)}(L') \bigg|_{L'=L_{\mathrm{A}}(1-\delta)}$$

где

$$\begin{split} J_{\theta;p}^{(s)}(L') &= \frac{2I}{\pi L} \frac{\omega}{c} \Biggl\{ (2A+1) \times \\ &\times \Biggl[\frac{\sin\left[(A_+ + p\pi/L)L' \right]}{A_+ + p\pi/L} + \frac{\sin\left[(A_+ - p\pi/L)L' \right]}{A_+ - p\pi/L} \Biggr] + \\ &+ (2A-1) \Biggl[\frac{\sin\left[(A_- + p\pi/L)L' \right]}{A_- + p\pi/L} + \frac{\sin\left[(A_- - p\pi/L)L' \right]}{A_- - p\pi/L} \Biggr] - \\ &- 4A \cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{L'}{L_A} \right) \Biggl[\frac{\sin\left[(A_0 + p\pi/L_1)L' \right]}{A_0 + p\pi/L} + \\ &+ \frac{\sin\left[(A_0 - p\pi/L_1)L' \right]}{A_0 - p\pi/L} \Biggr] \Biggr\}, \end{split}$$

$$\begin{split} J_{\theta;p}^{(a)}(L') &= \frac{2I}{\pi L} \frac{\omega}{c} \left\{ (2A+1) \left[\frac{\sin\left[(A_+ - (p-1/2)\pi/L)L' \right]}{A_+ - (p-1/2)\pi/L} - \right. \right. \\ &\left. - \frac{\sin\left[(A_+ + (p-1/2)\pi/L)L' \right]}{A_+ + (p-1/2)\pi/L} \right] + \\ &\left. + (2A-1) \left[\frac{\sin\left[(A_- - (p-1/2)\pi/L)L' \right]}{A_- - (p-1/2)\pi/L} - \right. \\ &\left. - \frac{\sin\left[(A_- + (p-1/2)\pi/L)L' \right]}{A_- + (p-1/2)\pi/L} \right] - \\ &\left. - 4A\cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{L'}{L_A} \right) \left[\frac{\sin\left[(A_0 - (p-1/2)\pi/L)L' \right]}{A_0 - (p-1/2)\pi/L} - \right. \\ &\left. - \frac{\sin\left[(A_0 + (p-1/2)\pi/L)L' \right]}{A_0 + (p-1/2)\pi/L} \right] \right\}, \end{split}$$

 $A_0 = A\pi/L_A, A_{\pm} = A_0 \pm \pi/(2L_A)$, относительная ширина проводников полагалась равной $\delta = 10^{-2}$, принималось также, что $r_A = L_A/10, r_B = 2r_A, L = 2L_A, L_A = 10^{-3}$. Напомним, что все длины нормированы на c/ω , при этом $N_{\parallel} = p\pi/L$ для симметричной части ВЧ-полей и $N_{\parallel} = (p - 1/2)\pi/L$ — для антисимметричной.

ВЧ-поля, генерируемые винтовой токовой антенной, характеризуются свойством, которое на первый взгляд может показаться парадоксальным. В условиях, представляющихся наиболее благоприятными для реализации ИЦР-взаимодействия (однородное магнитное поле, частота ВЧ-поля, равная ионной циклотронной), ионы, на самом деле, "выключаются из резонанса" (рис. 8). Дело в том, что в соответствии с резонансным условием (1.2) при $\omega = \omega_i$ ВЧ-поле должно быть однородным в продольном направлении $(k_{\parallel}=0)$. Между тем при бифилярном подводе электрического тока, используемом в винтовых антеннах, можно считать, что ток замыкается в пределах антенны. Следовательно, значения его компонент, усреднённые по координате z, равны нулю. В силу линейности уравнений для ВЧ-полей (2.3) вместе со средним током должны обращаться в нуль и постоянные по координате z составляющие ВЧ-полей. В описываемой упрощённой модели винтовой антенны указанная общая закономерность проявляется как следствие сохранения электронного заряда на каждой из силовых линий. При этом условии из уравнения (2.14) следует, что среднее по координате z электрическое поле обращается в нуль.

Благодаря отмеченной закономерности частота, при которой ВЧ-поле, возбуждаемое винтовой токовой ан-





Рис. 8. Приращение энергии ионов при ИЦР-взаимодействии в однородном магнитном поле в зависимости от величины поля. Параметры расчёта: $B_{\rm res} = 1,75$ кГс, массовое число ионов A = 100, ток в одноволновой антенне 25 А, $L_A = 1,5$ м, $r_A = 0,3$ м. Предполагалось, что ионы входят в систему нагрева с ионно-звуковой скоростью, соответствующей T = 2 эВ, при равной нулю поперечной энергии.

тенной, наиболее эффективно взаимодействует с ионами, смещается от определяемой условием $\omega = \omega_i$ на величину доплеровского сдвига (см. (1.2)). В выражении (1.2) следует положить $k_{\parallel} \approx \pi p/L_A$, где p — число оборотов винтовых проводников в пределах антенны (число "волн", укладывающихся на длине антенны).

Следует, однако, отметить, что, даже если токовые кольца на концах антенны соединены не винтовыми, а прямыми проводниками (p = 0), ВЧ-поле и этой антенны должно резонансно взаимодействовать с ионами. При такой геометрии проводников продольная неоднородность ВЧ-поля, приводящая к наличию в спектре ВЧ-поля составляющих с $k_{\parallel} \neq 0$, обусловлена ограниченностью антенны в продольном направлении ($k_{\parallel} \approx 1/L_A$). Если ВЧ-поле "вытекает" из антенны вдоль основного магнитного поля, то его действие на поток ионов ограничивается размером всей системы L ($k_{\parallel} \approx 1/L$). Данные факторы определяют эффективную ширину ВЧ-моно-хроматического поля, действующего на ионы: $\delta \omega \approx v_{\parallel}/L_A$ (доплеровское уширение) или $\delta \omega \approx v_{\parallel}/L$ (времяпролётное уширение).

Указанные эффекты особенно важны в случае однородного магнитного поля, которое обычно используется при ИЦР-разделении изотопов. В системах переработки ОЯТ гораздо более существен фактор неоднородности магнитного поля, в основном определяющий характер ИЦР-взаимодействия (см. раздел 3).

3. Ионно-циклотронное резонансное взаимодействие в системах переработки отработавшего ядерного топлива

3.1. Эффекты, ограничивающие интенсивность ионно-циклотронного резонансного взаимодействия

Явление циклотронного резонанса позволяет с помощью ВЧ-электромагнитного поля увеличить энергию ларморовского вращения заряженных частиц. Циклотронный нагрев особенно эффективен, если ВЧ-поле имеет левополяризованную составляющую. Под действием левополяризованного поля в системе отсчёта, вращающейся вместе с ионом, вектор скорости иона вытягивается вдоль ВЧ-электрического поля:

$$\mathbf{v}_{\perp} = \mathbf{v}_{\perp 0} + \frac{e}{m_{\rm i}} \mathbf{E}_+ t \,.$$

Каким бы ни был вектор начальной скорости иона, по прошествии достаточно большого времени его направление станет близким к направлению левополяризованного электрического поля, а энергия иона будет изменяться по закону

$$\varepsilon_{\perp} \approx \frac{\left(eE_{+}t\right)^{2}}{2m_{\mathrm{i}}} \,.$$

Для ансамбля ионов с изотропным распределением по начальной скорости разброс по энергиям даётся приближённым выражением

$$\delta \varepsilon_{\perp} \approx 4 (\varepsilon_{\perp 0} \varepsilon_{\perp})^{1/2} \,, \tag{3.1}$$

где $\varepsilon_{\perp 0}$ — средняя начальная энергия ларморовского вращения.

В интересующих нас системах переработки ОЯТ величина стационарного магнитного поля изменяется в продольном направлении (по координате z) — убывает по ходу плазменного потока. Двигаясь в таком поле, ионы получают приращение энергии от ВЧ-поля при прохождении через зону циклотронного резонанса z_s ($\omega = \omega_i(z_s)$). Длительность резонансного взаимодействия определяется условием расфазировки ларморовского вращения иона и ВЧ-поля, т.е. временем, за которое разность фаз

$$\Phi(t) = \int^{t} \omega_{i}(z(t)) dt - \omega t$$
(3.2)

становится примерно равной π.

В магнитном поле, изменяющемся по линейному закону

$$\omega(z) = \omega \left(1 - \frac{z - z_s}{L_B} \right), \tag{3.3}$$

длительность резонансного взаимодействия выражается как

$$\Delta t_{\rm s} = \left(\frac{2\pi L_B}{\omega v_{\parallel}}\right)^{1/2}$$

За время Δt_s ион получает приращение энергии (см., например, [39])

$$\Delta \varepsilon_{\perp} = \pi \, \frac{e^2 E_{\perp}^2 L_B}{m_i \omega_i v_{\parallel}} \,. \tag{3.4}$$

Выражение (3.4) является точным, если величины dB/dz и v_{\parallel} постоянны. Вследствие малого размера резонансной зоны первое условие обычно выполняется с хорошей точностью. В то же время имеется ряд факторов, вызывающих изменение v_{\parallel} .

Один из эффектов, приводящих к изменению продольной скорости, обусловлен действием диамагнитной силы $\mathbf{F} = -\mu \nabla B$, выталкивающей ионы в сторону меньшего магнитного поля ($\mu = \varepsilon_{\perp}/B$). ИЦР-взаимодействие увеличивает энергию ларморовского вращения, а вместе с ней диамагнитную силу. Если ВЧ-поле достаточно велико, то диамагнитная сила приведёт к существенному возрастанию продольной скорости. В результате сократится время резонансного взаимодействия и, следовательно, уменьшится приращение энергии иона. Данный эффект проявляется при резонансном циклотронном взаимодействии в неоднородном магнитном поле как ионов, так и электронов. На примере последних он и был выявлен [40].

Выясним, при каких условиях данный эффект становится существенным. Продифференцируем трижды выражение для фазы (3.2). Учитывая соотношения $\dot{z} = v_{\parallel}$, $\dot{v}_{\parallel} = -(\mu/m_{\rm i})(\partial B/\partial z)$ и выражение (3.3), получаем

$$\ddot{\Phi} \approx -\frac{\omega}{2} \left(\frac{eE_+t}{m_{\rm i}L_B}\right)^2.$$

Используя последнее выражение, находим, что набег фазы станет равным π за время

$$\Delta t_{\rm s1} \approx \left(\frac{5!\pi}{\omega}\right)^{1/5} \left(\frac{m_{\rm i}L_B}{eE_+}\right)^{2/5}.$$

Если электрическое поле достаточно велико,

$$\frac{E_+}{B_0} \geqslant \frac{(5!)^{1/2}}{2^{5/4} \pi^{3/4}} \frac{v_{||}}{c} \left(\frac{\rho_{i||}}{L_B}\right)^{1/4},$$

то будет выполнено условие $\Delta t_{s1} < \Delta t_s$ и, следовательно, само ВЧ-поле будет определять длительность резонансного взаимодействия. В этом случае приращение энергии при прохождении через резонансную зону примет вид

$$\Delta \varepsilon_{\perp} \approx \frac{(5!\pi)^{2/5}}{2} m_{\rm i} c^2 \left(\frac{L_B \omega}{c}\right)^{4/5} \left(\frac{E_+}{B_0}\right)^{6/5}.$$
 (3.5)

Описанные закономерности ИЦР-взаимодействия в неоднородном магнитном поле иллюстрирует рис. 9.



Рис. 9. Зависимость приращения энергии иона в результате ИЦРвзаимодействия с однородным ВЧ-полем: кривая 1 — решение уравнений движения, 2 — зависимость (3.4), 3 — зависимость (3.5). Параметры расчёта: массовое число ионов A = 100, $E_+ = 1$ В см⁻¹, $\omega = \omega_i(0)$. Предполагалось, что ионы входят в систему нагрева с ионно-звуковой скоростью, соответствующей T = 2 эВ, при равной нулю поперечной энергии. Магнитное поле задавалось в виде (1.1) с $B_0(0) = 1.75$ кГс, $\beta = 0.3$, $L_{B0} = 0.75$ м.

Предполагалось, что ион с массовым числом A = 100 вводится в систему ИЦР-нагрева с ионно-звуковой скоростью, соответствующей температуре T = 2 эВ, при равной нулю поперечной скорости. Зависимость основного магнитного поля от продольной координаты принималась в виде (1.1) при $\beta = 0,3$, $B_0(0) = 1,75$ кГс, $L_{B0} = 0,75$ м. Считалось, что ВЧ-электрическое поле не зависит от продольной координаты.

Из рисунка 9 видно, что при малых электрических полях зависимость $\Delta \varepsilon_{\perp}(E_+)$ соответствует (3.4). Однако с увеличением ВЧ-поля возрастание $\Delta \varepsilon_{\perp}$ замедляется и зависимость $\Delta \varepsilon_{\perp}(E_+)$ становится более близкой к (3.5). Осцилляции, заметные на рис. 9, по-видимому, связаны с тем обстоятельством, что, даже выходя из резонансной зоны, ион продолжает взаимодействовать с ВЧ-полем его энергия осциллирует с частотой $\omega - \omega_i$. Фаза осцилляций, с которой ион подходит к границе расчётной области, зависит от продольной скорости иона, а та в свою очередь зависит от поперечной энергии, поскольку в магнитном поле, убывающем по ходу потока плазмы, поперечная энергия переходит в продольную.

Ещё один эффект, вызывающий изменение продольной скорости иона при ИЦР-взаимодействии, обусловлен неоднородностью ВЧ-поля в продольном направлении. В этом случае, согласно уравнению индукции

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -c\mathbf{\nabla} \times \mathbf{E}\,,$$

с левополяризованным электрическим полем связано ВЧ-магнитное поле, также являющееся левополяризованным. Для фурье-компонент этих полей с продольным волновым числом k_{\parallel} и частотой ω справедливо соотношение

$$\mathbf{B} = N_{\parallel} \mathbf{b} \times \mathbf{E}$$

где $N_{\parallel} = k_{\parallel}c/\omega$.

Магнитное поле поворачивает вектор скорости иона, переводя поперечную скорость в продольную:

$$m_{\rm i}\dot{\mathbf{v}}_{\parallel} = \frac{e}{c}(\mathbf{v}\times\mathbf{B})_{\parallel}$$

Из этого уравнения находим следующее приближённое выражение для приращения продольной скорости при прохождении через резонансную зону:

$$\Delta v_{\parallel} pprox \Delta v_{\perp} \Delta t_{
m s} \omega_{
m i} N_{\parallel} \, rac{E_+}{B_0} \; .$$

Учитывая соотношения

$$\Delta v_{\perp} \approx \frac{eE_{+}}{m_{\rm i}} \Delta t_{\rm s} , \qquad \Delta t_{\rm s} \approx \frac{2\pi}{\omega_{\rm i}} \left(\frac{L_B}{
ho_{\rm i} \parallel} \right)^{1/2}$$

находим

$$\Delta v_{\parallel} \approx 2\pi k_{\parallel} L_B \frac{c^2}{v_{\parallel}} \left(\frac{E_+}{B_0}\right)^2.$$
(3.6)

Тот же самый результат можно получить из общего соотношения

$$\Delta \mathbf{p} = \frac{\mathbf{k}}{\omega} \,\Delta \varepsilon \,, \tag{3.7}$$

которое характеризует резонансный обмен энергией и импульсом электромагнитной волны с заряженной частицей.



Рис. 10. Зависимость приращения продольной скорости иона в результате ИЦР-взаимодействия с ВЧ-полем, имеющим вид волны, бегущей вдоль основного магнитного поля: кривая *1* — решение уравнений движения, *2* — зависимость с учётом (3.6), (3.7). Длина волны 1,5 м, амплитуда ВЧ-поля 1 В см⁻¹, остальные параметры те же, что и в случае рис. 9.

Приращения продольной скорости, определяемые формулами (3.6), (3.7), сравниваются на рис. 10 с результатом численного решения уравнений движения. Расчёты проводились в тех же условиях, что и в случае рис. 9, однако пространственно-временная зависимость полей выбиралась в виде волны, бегущей вдоль магнитного поля, $\propto \cos(k_{\parallel}z - \omega t)$ с $k_{\parallel} = 4\pi/L_B$. Зависимость, показанная кривой 2, учитывает изменение продольной скорости, обусловленное как ИЦР-взаимодействием, так и переходом поперечной энергии в продольную при движении ионов в спадающем магнитном поле,

$$\Delta v_{\parallel}' = \left[\left(\Delta v_{\parallel} \right)^2 + \left(\Delta v_{\perp} \right)^2 \frac{\Delta B}{B_{\min}} \right]^{1/2}, \qquad (3.8)$$

где приращение продольной скорости определяется формулами (3.6), (3.7), а приращение поперечной скорости берётся из расчётов, $\Delta B = B_{\rm res} - B_{\rm min}$, $B_{\rm res}$ — магнитное поле в точке циклотронного резонанса, $B_{\rm min}$ магнитное поле на границе расчётной области. Осцилляции кривой 2 обусловлены осцилляциями величин $\Delta v_{\parallel} = f(\Delta \varepsilon_{\perp})$ и Δv_{\perp} , входящих в выражение (3.8). Как указано выше в пояснении к рис. 9, эти величины осциллируют и после прохождения ионом резонансной зоны — в области, где магнитное поле однородно. На самом деле, как показывает численное решение уравнений движения, в этой области ВЧ-поле слабо влияет на продольную скорость (см. кривую *I* на рис. 10).

Отметим существенное различие кривых 1, 2 на рис. 10, 11 в области перехода от линейного режима к нелинейному. В этой области рассчитанная зависимость $\Delta \varepsilon(E_+)$ (кривая 1 на рис. 11) также заметно отличается от аппроксимационных зависимостей (кривые 2, 3). Влияние нелинейности, связанной с ВЧ-магнитным полем, приводит к тому, что при дальнейшем возрастании амплитуды ВЧ-поля приращение энергии иона оказывается существенно меньше приращения, определяемого формулой (3.5).

Изменение продольной скорости, обусловленное ВЧмагнитным полем, сказывается на интенсивности ИЦРвзаимодействия в неоднородном магнитном поле при



Рис. 11. Зависимость приращения энергии иона в результате ИЦРвзаимодействия с ВЧ-полем, имеющим вид волны, бегущей вдоль основного магнитного поля: кривая I — решение уравнений движения, 2 — зависимость (3.4), 3 — зависимость (3.5). Параметры расчёта те же, что и в случае рис 10.

 $\Delta v_{\parallel} \ge v_{\parallel}$, что имеет место при условии

$$\frac{E_+}{B_0} \ge \frac{v_{\parallel}}{c} \left(\frac{1}{2\pi k_{\parallel} L_B}\right)^{1/2}.$$

Если магнитное поле однородно, то вследствие зависимости условия циклотронного резонанса от продольной скорости (1.2) изменение продольной скорости приводит к выходу иона из состояния резонанса (ср. с известной задачей о резонансном взаимодействии электронов с потенциальными ленгмюровскими колебаниями, рассмотренной, например, в [41]). Однородное магнитное поле используется в системах по ИЦР-разделению изотопов. На важность обсуждаемого эффекта в таких системах было обращено внимание в [42], а сам эффект впервые был рассмотрен в [43].

3.2. Ионно-циклотронное резонансное взаимодействие ансамбля ионов

Хотя изменение продольной скорости в процессе ИЦРвзаимодействия может ограничить его интенсивность, практика плазменного эксперимента показывает, что ИЦР-взаимодействие позволяет с высокой эффективностью вкладывать ВЧ-энергию в ионный компонент плазмы. Точные аналитические выражения для приращения энергии, учитывающие изменение v_{\parallel} , отсутствуют. Между тем параметры, характеризующие ИЦР-нагрев в системах переработки ОЯТ, таковы, что изменение продольной скорости может оказаться существенным. По этой причине процесс ИЦР-нагрева в данных системах приходится анализировать, решая уравнения движения численно.

Метод расчётов описан в работах [24, 28]. Предполагалось, что на вход системы ИЦР-нагрева поступает поток плазмы с максвелловским распределением по скоростям, движущийся вдоль магнитного поля со скоростью ионного звука:

$$f_0(\mathbf{u}) = \frac{2u_{\parallel}}{\pi A_0} \exp\left[-(u_{\parallel} - U_0)^2 - u_{\perp}^2\right], \qquad (3.9)$$

где

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{v}}{v_{T_{i}}}, \quad v_{T_{i}} = \left(\frac{2T}{m_{i}}\right)^{1/2},$$

$$A_{0} = \exp\left(-U_{0}^{2}\right) + \sqrt{\pi} U_{0}\left(1 + \operatorname{erf}\left(U_{0}\right)\right),$$

$$\operatorname{erf}\left(U_{0}\right) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{U_{0}} du \exp\left(-u^{2}\right),$$

$$U_{0} = \frac{V_{s}}{v_{T_{i}}} = \left(\frac{T_{e} + T_{i}}{2T_{i}}\right)^{1/2}.$$

Данное распределение нормировано на единицу в области $0 < u_{\parallel} < \infty$, $0 < u_{\perp} < \infty$. При численных расчётах начальная функция распределения (3.9) аппроксимировалась дискретной функцией на довольно большом числе точек, $1,575 \times 10^3 = 35 \times 45$, равномерно распределённых в интервалах $0 \le u_{\perp} \le 3,5, 0 \le u_{\parallel} \le 4,5$. Распределение по фазе циклотронного вращения, с которой ионы подходят к зоне циклотронного резонанса, естественно считать равномерным. Вследствие большой длины системы, $L_{\parallel}/\rho_{\rm i} \approx 10^2 - 10^3$, набег фазы за время прохождения иона к резонансной зоне весьма велик, $\Delta \phi \gg 1$. Набег фазы является функцией v_{\perp}, v_{\parallel} , поэтому разброс в начальных значениях этих величин автоматически приводит к усреднению по фазе. Кроме того, предполагалось, что в ансамбле ионов, поступающем на вход системы переработки, равновероятны четыре значения фазы циклотронного вращения, различающиеся на $\pi/2$.

Пример распределения ионов по энергии, возникающего в результате ИЦР-взаимодействия потока (3.9), движущегося в неоднородном магнитном поле (1.1) системы переработки ОЯТ, показан на рис. 12. Расчёт производился в тех же условиях, что и в случае рис. 9. В соответствии с оценкой (3.1) ширина полученной функции распределения довольно значительна. Отметим изрезанность функции распределения, обусловленную дискретностью разбиения фазового пространства в начальном состоянии.

В состав ЯЗ, ионы которой подлежат ИЦР-нагреву, входят элементы, различающиеся по массовым числам (см. рис. 2). Точки циклотронного резонанса ионов с большей массой располагаются в области большего магнитного поля и, соответственно, меньших значений



Рис. 12. Распределение f ионов по энергии ансамбля (3.9) на выходе системы ИЦР-нагрева. Параметры расчёта: T = 2 эВ, $U_0 = 1, \beta = 0.5$, остальные параметры те же, что и в случае рис. 9.



Рис. 13. Зависимость приращения средней энергии ансамбля ионов, проходящих через систему ИЦР-нагрева, от массового числа A: T = 2 эВ, I = 0,39 кА, $r_A = 0,26$ м, $B_0(0) = 1,75$ кГс, $L_{B0} = 0,75$ м, $L_A = 1,5$ м.

радиуса плазменного потока, движущегося вдоль силовых линий магнитного поля. Согласно результатам, приведённым в разделе 2, уменьшение радиуса плазмы приводит к увеличению поперечного электрического поля, возбуждаемого винтовой токовой антенной. Возрастание массового числа сопровождается также уменьшением продольной скорости $v_{\parallel} \propto A^{-1/2}$. Оба эти фактора увеличивают интенсивность ИЦР-взаимодействия — величина $\Delta \varepsilon_{\perp}$ в пределах линий циклотронного резонанса возрастает (рис. 13). При расчёте $\Delta \varepsilon_{\perp}$, в соответствии с разделом 1.3, ИЦР-нагрев предполагался двухчастотным, значения частот и параметра β , характеризующего неоднородность магнитного поля, те же, что и в случае рис. 9.

В принятой модели магнитного поля (1.1) его пространственный масштаб, определяемый формулой $L_B =$ $= B |dB/dz|^{-1}$, возрастает от центра системы ИЦР-нагрева (точки z = 0) к её краям, соответственно, возрастает и размер резонансной зоны. Вдали от центра — в области, где магнитное поле близко к однородному, резонансная зона является наиболее протяжённой, ограничиваясь с внешней стороны коллектором или стенкой камеры. За пределами антенны ВЧ-электрическое поле остаётся отличным от нуля, хотя и уменьшается. Расчёты показывают, что ионы, испытывающие резонанс в этой области, набирают в ВЧ-поле большую энергию. С такими ионами связаны пички на краях кривых циклотронного резонанса (см. рис. 13). Пички чётко выделяются на правых краях этих кривых и гораздо слабее на левых. Различие, по-видимому, связано с тем, что энергия ионов, представленная на рис. 13, — это их энергия на выходе системы ИЦР-нагрева, где испытывают резонанс ионы с минимальными массами, соответствующие левым пичкам. Ионы, массы которых отличаются от резонансных на малую величину, взаимодействуют с ВЧ-полем в так называемом адиабатическом режиме. Их энергия осциллирует с разностной частотой $\Delta \omega = \omega - \omega_{\rm i}$. Эти осцилляции учитываются при вычислении $\Delta \varepsilon_{\perp}$. Осцилляционная энергия велика при малых $\Delta \omega$ $(\varepsilon_{\rm osc} \propto (\Delta \omega)^{-2})$. Вклад таких ионов в резонансные кривые (см. рис. 13) сглаживает пички на левых склонах этих кривых. У ионов с максимальными массами на правых

краях резонансных кривых осцилляционная энергия велика в области максимального магнитного поля — на входе в систему ИЦР-нагрева. Однако осцилляционная энергия адиабатически уменьшается при движении ионов в спадающем магнитном поле и оказывается довольно малой у коллекторов, что способствует выделению пичков на правых краях резонансных кривых. Следует отметить, что, в соответствии с рис. 2, число ионов в области пичков незначительно.

4. Выделение ионов ядерной золы

Ионы ЯТ и ЯЗ должны осаждаться на различные коллекторы. Это возможно ввиду того, что ионы ЯТ в значительной степени "привязаны" к силовым линиям магнитного поля, в то время как ионы ЯЗ вследствие увеличения их поперечной скорости могут смещаться поперёк магнитного поля на достаточно большие расстояния (см. раздел 1.3). Коллектор нагретых ионов ЯЗ можно установить непосредственно на выходе системы ИЦР-нагрева или в конце участка криволинейного магнитного поля, если оно используется для выделения ионов ЯЗ. Такой коллектор, захватывая ионы ЯЗ, должен в то же время пропускать холодные ионы ЯТ. Возможны два варианта коллекторов, которые будем называть поперечным и продольным коллекторами. Чтобы пояснить принцип действия коллекторов, рассмотрим цилиндрическую поверхность с радиусом rcl в однородном продольном магнитном поле. Траектории ионов, для которых выполняются условия $r_+ < r_{\rm cl}$ или $r_{-} > r_{\rm cl}$, полностью лежат внутри и вне цилиндрической поверхности соответственно. Здесь $r_{+} = r_{\rm L} + \rho_{\rm i}$ и $r_{-} =$ $= |r_{\rm L} - \rho_{\rm i}|$ — максимальное и минимальное расстояния от иона до оси, r_L — радиус центра ларморовской окружности. При выполнении условия $r_+ > r_{cl} > r_$ траектория иона пересекает рассматриваемую поверхность.

Поперечный коллектор представляет собой плоскую поверхность, ориентированную поперёк магнитного поля, с отверстием в виде круга радиусом r_{cl} . Этот коллектор захватывает все ионы, для которых выполняется условие $r_- > r_{cl}$, пропуская те, для которых $r_+ < r_{cl}$. Ионы с $r_+ > r_{cl} > r_-$, в зависимости от фазы ларморовского вращения, с которой они подходят к плоскости коллектора, могут как попасть на него, так и пройти мимо. При равномерном распределении по фазе поток ионов на поперечный коллектор пропорционален $\int_{r_{cl}}^{r_{max}} rn(r) dr$.

Все ионы с $r_+ > r_{cl}$ будут изъяты из потока, если коллектор выполнен в виде цилиндра с осью, параллельной магнитному полю, и длиной, превышающей шаг винтовой траектории иона в магнитном поле (продольный коллектор). Продольный коллектор, по существу, идентичен приёмным пластинам, применяемым в системах ИЦР-разделения изотопов (см. раздел 1.4). Заметим, что если среди нагретых ионов ЯЗ найдутся такие, у которых $r_- > r_{cl}$, то для их приёма придётся использовать дополнительный поперечный коллектор с $r'_{cl} > r_{cl}$.

Аналоги продольного и поперечного коллекторов могут использоваться и при разделении в криволинейном магнитном поле. Такие коллекторы характеризуются теми же соотношениями, что и описанные выше, с заменой $r_{\rm L} \rightarrow y_{\rm L}$, $r_{\pm} \rightarrow y_{\pm} = y_{\rm L} \pm \rho_{\rm i}$, $r_{\rm cl} \rightarrow y_{\rm cl}$. Здесь у — координата вдоль бинормали к силовым линиям криволинейного магнитного поля.

Продольный коллектор существенно более эффективен, чем поперечный, при разделении в аксиально-симметричном магнитном поле, для разделения в котором необходимо, чтобы ларморовский радиус ионов ЯЗ стал сравнимым с r_{cl}. Разделение в криволинейном магнитном поле возможно при более слабом нагреве и, соответственно, меньшем ларморовском радиусе ионов ЯЗ. Различия коллекторов в этом случае менее значимы.

ИЦР-взаимодействие вызывает увеличение ларморовского радиуса, в то время как центр ларморовской окружности осциллирует, оставаясь в среднем неподвижным. Поэтому при известном (заданном) распределении ларморовских центров расчёт распределения ионов по величине максимального отклонения их траектории от оси $r_+ = r_L + \rho_i$ или $y_+ = y_L + \rho_i$ сводится к усреднению по величине ларморовского радиуса.

Расчёт плотности ионов $n(\mathbf{r})$ более сложен. В работах [24, 28] такой расчёт производился для простейшего параболического — распределения ларморовских центров по радиусу:

$$n_{\rm L}(r) = \frac{2}{\pi r_0^2} \left[1 - \left(\frac{r}{r_0}\right)^2 \right], \quad 0 < r < r_0.$$
(4.1)

Данное распределение нормировано на единицу.

Совокупность ионов, ларморовские радиусы которых равны ρ_i , а центры ларморовских окружностей расположены на расстоянии r_L от оси и равномерно распределены по азимуту, создаёт распределение плотности

$$n(r, r_{\rm L}, \rho_{\rm i}) = \frac{1}{\pi^2} \frac{1}{\left[(r_{\rm L} + \rho_{\rm i})^2 - r^2 \right]^{1/2} \left[r^2 - (r_{\rm L} - \rho_{\rm i})^2 \right]^{1/2}},$$

$$|r_{\rm L} - \rho_{\rm i}| < r < r_{\rm L} + \rho_{\rm i}.$$
 (4.2)

Усредняя (4.2) по распределению ларморовских центров (4.1), получаем

$$n(r,\rho_{\rm i}) = \frac{2}{\pi r_0^2} \begin{cases} 1 - \frac{r^2 + \rho_{\rm i}^2}{r_0^2} , & r + \rho_{\rm i} < r_0 ,\\ \left(1 - \frac{r^2 + \rho_{\rm i}^2}{r_0^2}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arcsin\frac{r_0^2 - r^2 - \rho_{\rm i}^2}{2r\rho_{\rm i}}\right) + \\ + \frac{1}{\pi} \left[\left(\frac{2r\rho_{\rm i}}{r_0^2}\right)^2 - \left(1 - \frac{r^2 + \rho_{\rm i}^2}{r_0^2}\right)^2 \right]^{1/2} ,\\ & |r - \rho_{\rm i}| < r_0 < r + \rho_{\rm i} ,\\ 0 , & r_0 < |r - \rho_{\rm i}| . \end{cases}$$

Последнее выражение следует усреднить по распределению ларморовских радиусов, которое однозначно связано с распределением ионов по поперечным скоростям на выходе системы ИЦР-нагрева, определявшимся в [24, 28] численно.

При распределении ларморовских центров (4.1) доля ионов с данным ларморовским радиусом, на траекториях которых r_+ лежит в интервале $(r_+, r_+ + dr_+)$, даётся выражением

$$n(r_+, \rho_i) = \frac{2}{\pi r_0^2} \left[1 - \left(\frac{r_+ - \rho_i}{r_0} \right)^2 \right], \quad 0 < r_+ - \rho_i < r_0.$$

Если нагретые ионы ЯЗ выделяются посредством дрейфа в криволинейном магнитном поле, то аксиальную симметрию коллекторов следует заменить плоской. Начальное (на входе в участок криволинейного магнит-

ного поля) распределение центров ларморовских окружностей получаем интегрированием (4.1) по координате x, ортогональной направлению дрейфа y,

$$n_{\rm L}(y) = \frac{8}{3\pi r_0} \left[1 - \left(\frac{y - \Delta y_{\rm dr}}{r_0}\right)^2 \right]^{3/2}, \quad |y - \Delta y_{\rm dr}| < r_0, \quad (4.3)$$

где Δy_{dr} — смещение центра ларморовской окружности в результате дрейфа в криволинейном магнитном поле (см. (1.3)).

Ансамбль ионов, центры ларморовских окружностей которых расположены при $y = y_L$ и которые равномерно распределены по фазе ларморовского вращения, создаёт распределение плотности

$$n(y, y_{\rm L}, \rho_{\rm i}) = \frac{1}{\pi [\rho_{\rm i}^2 - (y - \Delta y_{\rm dr} - y_{\rm L})^2]^{1/2}},$$

$$|y - \Delta y_{\rm dr} - y_{\rm L}| < \rho_{\rm i}.$$

Это выражение является плоским пределом выражения (4.2).

Если известны $n_{\rm L}(y)$ и $n(y, y_{\rm L}, \rho_i)$, то можно найти распределение плотности ионов по координате *y*:

$$\begin{split} n(y,\rho_{\rm i}) &= \int_{\max(-r_0,y'_{-})}^{\min(r_0,y'_{+})} {\rm d}y' \, n_{\rm L}(y') \, n(y,y',\rho_{\rm i}) \,, \\ |y-\Delta y_{\rm dr}| &< r_0 + \rho_{\rm i} \,, \end{split}$$

где $y'_{\pm} = y_{\rm L} \pm \rho_{\rm i}$.

Распределение по $y_+ = y_L + \rho_i$, которое должно быть известно, для того чтобы определить долю ионов, оседающих на продольный коллектор, находится с помощью (4.3):

$$n(y_{+}) = \frac{8}{3\pi r_0} \left[1 - \left(\frac{y_{+} - \Delta y_{dr} - \rho_i}{r_0} \right)^2 \right]^{3/2},$$

$$|y_{+} - \Delta y_{dr} - \rho_i| < r_0.$$

Рисунок 14 даёт представление о состоянии ионного компонента плазмы ОЯТ при сепарации в аксиальносимметричном магнитном поле непосредственно на выходе системы ИЦР-нагрева. Результаты расчётов показывают, что для плазмы с параметрами, указанными в подписи к рис. 14, в случае использования продольного коллектора ионы ЯЗ необходимо нагреть до энергии (средней) $\varepsilon \approx 0,37$ кэВ. Вблизи коллектора циклотронная частота двухзарядных ионов ЯТ близка к частоте одного из ВЧ-полей — ω_2 (см. рис. 3). Из-за осцилляций в этом поле средняя энергия двухзарядных ионов ЯТ возрастает до $\varepsilon \approx 50$ эВ, в то время как энергия однозарядных остаётся близкой к начальной энергии $\varepsilon \approx 8$ эВ. Распределение ионов по энергии показано на рис. 14а.

При расчёте пространственных распределений ионов приходится проводить усреднение как по их скорости, так и по положению ларморовских центров (4.1), поэтому пространственные распределения оказываются более плавными, чем распределения по энергии (рис. 146, в). Осцилляции в ВЧ-поле несколько размывают пространственные распределения двухзарядных ионов. Увеличение ларморовского радиуса ионов ЯЗ в результате ИЦРнагрева приводит к существенно большему размытию пространственных распределений этих ионов, что и позволяет выделить их из струи холодной плазмы ОЯТ.



Рис. 14. Разделение ионов в аксиально-симметричном магнитном поле. Распределения (а) по энергии, (б) по радиусу, (в) по величине r_+ . Кривые l — однозарядные ионы ЯТ, 2 — двухзарядные ионы ЯТ, 3 — ионы ЯЗ. Положение продольного коллектора отмечено стрелкой. Параметры расчёта: T = 2 эВ, I = 1,6 кА, $r_A = 0,48$ м, $B_0(0) = 1,75$ кГс, $\beta = 0,11$, $L_{B0} = 0,75$ м, $L_A = 1,5$ м, $\omega_1 = \omega_{i,97}(0)$, $\omega_2 = \omega_{i,143}(0)$. Полная длина системы ИЦР-нагрева 3,75 м.

Распределения по величине максимального удаления иона от оси *r*₊ сдвинуты относительно распределений по радиусу на средний ларморовский радиус. Поскольку ларморовский радиус ионов ЯЗ существенно превышает таковой ионов ЯТ, сепарацию с помощью продольного коллектора осуществить легче — она требует меньшего нагрева ионов ЯЗ.

При использовании поперечного коллектора необходимо увеличить ВЧ-поле, что приводит к возрастанию амплитуды осцилляций двухзарядных ионов





Рис. 15. Разделение ионов в криволинейном магнитном поле. Распределения (а) по энергии, (б) по радиусу, (в) по величине r_+ , (г) вдоль бинормали, (д) по y_+ . Кривые l — однозарядные ионы ЯТ, 2 — двухзарядные ионы ЯТ, 3 — ионы ЯЗ. Положение продольного коллектора отмечено стрелкой. Параметры расчёта: I = 0,55 кА, $r_A = 0,29$ м, полная длина системы 9 м, радиус силовых линий магнитного поля на криволинейном участке 1,5 м, $\Delta \chi = \pi$, остальные параметры те же, что и в случае рис. 14.

 $\Delta r \approx e E / [m_i(\omega - \omega_i)^2]$. Причём эта величина возрастает быстрее, чем ларморовский радиус ионов ЯЗ при ИЦРнагреве в нелинейном режиме $\rho_i \propto E^{3/5}$ (см. (3.5)). В результате оказывается, что имеется некоторая критическая величина ВЧ-поля, начиная с которой его дальнейшее возрастание ухудшает качество сепарации. При значениях параметров, приведённых в подписи к рис. 14, этому ВЧ-полю соответствует средняя энергия ионов ЯЗ $\epsilon \approx 0,59$ кэВ и энергия двухзарядных ионов ЯТ $\epsilon \approx 80$ эВ. При этом доля ионов ЯЗ $\eta_1 \approx 0,15$, остающихся в ЯТ, несколько превышает желаемую долю $\eta_1 \approx 0,1$, которая может быть достигнута при использовании продольного коллектора (см. выше).

Процессы, происходящие с ионной компонентой плазмы ОЯТ при сепарации в криволинейном магнитном поле, иллюстрирует рис. 15. Ионы, проходя участок криволинейного магнитного поля, сдвигаются по бинормали на расстояние Δy_{dr} (1.3). Чтобы оценить питч-угол *θ*, входящий в выражение (1.3), учтём, что ИЦР-нагрев приводит к преимущественному увеличению поперечной энергии ионов, которая частично переходит в продольную при движении в спадающем магнитном поле системы ИЦР-нагрева. Предполагая, что циклотронный резонанс осуществляется в центре системы (z = 0), на её выходе получаем $\cos \theta = v_{\parallel}/v \approx \beta^{1/2}$, где β — параметр, характеризующий перепад магнитного поля в пределах системы ИЦР-нагрева (см. (1.1)). Если $\Delta \chi = \pi$, $\beta = 0,11$, то среднее смещение ионов $\Delta y_{\rm dr} \approx 5 \langle \rho_i \rangle$. Поскольку смещение существенно превышает средний ларморовский радиус, использование криволинейного магнитного поля позволяет заметно снизить энергию ионов ЯЗ. Естественно, что в этом случае менее значительными становятся различия между поперечным и продольным коллекторами, сепарирующими ионы в соответствии с распределениями n(y) и $n(y_{+})$. Эти распределения близки друг к другу, будучи сдвинутыми на расстояние порядка ларморовского радиуса (рис. 15г, д).

В случае сепарации в криволинейном магнитном поле требуется нагреть ионы ЯЗ до средней энергии $\varepsilon \approx 0,23$ кэВ при использовании поперечного коллектора и до средней энергии $\varepsilon \approx 0,2$ кэВ при использовании продольного коллектора. Эти значения энергии меньше требуемых для сепарации в аксиально-симметричном магнитном поле (см. выше, а также рис. 146, в, 156, в).

5. Струя ионов ядерной золы в криволинейном магнитном поле и "желобковый механизм"

Использованию криволинейного магнитного поля для выделения высокоэнергетичных ионов ЯЗ из струи холодной плазмы ОЯТ может помешать так называемый желобковый механизм, выбрасывающий плазму в область слабого магнитного поля. В неоднородном магнитном поле электроны и ионы дрейфуют навстречу друг другу, поэтому если плазма ограничена в направлении дрейфа, то должна происходить её электрическая поляризация. Возникающее электрическое поле направлено таким образом, что плазма как целое дрейфует в скрещённых полях в сторону слабого магнитного поля. Именно этот механизм приводит, в частности, к развитию желобковой неустойчивости в аксиально-симметричных открытых магнитных ловушках.

Магнитные ловушки предназначены для длительного удержания заряженных частиц, поэтому распределение плотности плазмы в них не должно зависеть от координаты, отсчитываемой вдоль скорости дрейфа частиц в неоднородном магнитном поле, а в случае аксиальносимметричных открытых магнитных ловушек — от азимута. В таких системах неустойчивость развивается из азимутально-несимметричных возмущений. Системы переработки ОЯТ являются проточными. В таких системах стационарное распределение плотности плазмы заведомо неоднородно в направлении дрейфа (бинормаль к силовым линиям магнитного поля) и всю плазменную струю можно считать возмущением с большой амплитудой. Б.Б. Кадомцев показал, что такие структуры эволюционируют аналогично плазменному столбу под действием первой моды желобковой неустойчивости, выбрасываясь как целое в область слабого магнитного поля [44]. В настоящее время указанные структуры принято называть блобами (см., например, [45]).

Механизм выброса может быть нейтрализован в системах с открытыми силовыми линиями магнитного поля, находящимися в электрическом контакте с торцами (явление line-tying). Такой контакт позволяет устранить электрическую поляризацию плазмы, запускающую желобковый механизм. В области, где выделяется избыточный отрицательный заряд, электроны могут уходить вдоль силовых линий магнитного поля на торцы. В принципе возможны два способа введения электронов в областях избыточного положительного заряда: посредством вытягивания с эмитирующих торцов и с помощью зажигания газового разряда. В газовом разряде автоматически устанавливаются такие потоки заряженных частиц на торцы, которые поддерживают квазинейтральность плазмы.

В системе переработки ОЯТ из-за дрейфа в неоднородном магнитном поле поток ионов ЯЗ занимает лишь часть области между торцами, поэтому при отсутствии холодной плазмы электроны с эмитирующих торцов будут вынуждены проходить через вакуумный промежуток. Оценки показывают, что для протекания тока, компенсирующего ионный заряд, должен поддерживаться чрезвычайно большой электрический потенциал, существенно искажающий движение ионов. Поэтому ниже будем рассматривать только процесс нейтрализации с помощью газоразрядной плазмы.

Механизм снятия зарядовой поляризации плазмы в газовом разряде, контактирующем с торцами, рассматривался, например, в [46]. Обычно в разряде плотности потоков электронов и ионов на торцы равны друг другу в каждой точке поверхности торцов. При различных тепловых скоростях электронов и ионов выравнивание потоков осуществляется за счёт пристеночного падения потенциала в ленгмюровском слое. Если силовые линии магнитного поля искривлены, а плотность плазмы неоднородна в направлении дрейфа заряженных частиц, то желобковый механизм будет приводить к появлению зарядов на силовых линиях. В этом случае квазинейтральность плазмы поддерживается за счёт изменения пристеночного скачка потенциала. На тех силовых линиях, на которых выделяется положительный заряд, скачок возрастает, что уменьшает электронный поток. На силовых линиях, на которых выделяется отрицательный заряд, скачок потенциала уменьшается, что приводит к сбросу лишних электронов. Пристеночный слой не влияет на величину потока ионов, которые подходят к стенке со скоростью порядка ионно-звуковой, поэтому в искривлённом магнитном поле через ленгмюровский слой будут протекать электрические токи, замыкающиеся на торце. При этом различные силовые линии приобретают разный потенциал и, следовательно, появляется электрическое поле, направленное поперёк магнитного. Это поле имеет тот же знак, что и электрическое поле, возникающее при изолированных торцах, и, значит, также будет приводить к дрейфу плазмы наружу. Однако движение плазмы приобретает вместо ускоренного выброса характер вязкого течения. Оценим его скорость.

В газоразрядной плазме обычно $T_e > T_i$, поэтому основным фактором, вызывающим зарядовую поляризацию плазмы в неоднородном магнитном поле, является дрейф электронов. В трубке с единичным сечением в результате дрейфа электронов в единицу времени выделяется заряд

$$\delta \dot{Q} \approx e \, \frac{\mathrm{d}n_{\mathrm{c}}}{\mathrm{d}y} \, V_{\mathrm{dr,e}} L_{\mathrm{l}} \,, \tag{5.1}$$

где $dn_c/dy \approx n_c/l_y$, n_c — плотность холодной (газоразрядной) плазмы, l_y — характерный масштаб изменения плотности плазмы в направлении дрейфа, $V_{dr,e} \approx v_{T_e}\rho_{T_e}/R$ — средняя скорость дрейфа в неоднородном магнитном поле, v_{T_e} — тепловая скорость электронов, ρ_{T_e} — их средний ларморовский радиус, R — радиус кривизны силовых линий магнитного поля, $L_1 = \Delta \theta R$ продольный размер участка криволинейного магнитного поля.

Если величина $\delta \dot{Q}$ мала по сравнению с электронным зарядом, стекающим вдоль магнитного поля, $\dot{Q} \approx en_c V_s$ (где V_s — ионно-звуковая скорость), то в неоднородном магнитном поле для поддержания квазинейтральности данной трубки пристеночный скачок потенциала должен измениться на

$$\delta \varphi \approx \frac{T_{\rm e}}{e} \frac{\delta \dot{Q}}{\dot{Q}} \,.$$
 (5.2)

С потенциалом $\delta \varphi$ связано поперечное электрическое поле $E \approx \delta \varphi / l_y$. В присутствии такого поля заряженные частицы дрейфуют со скоростью $c \mathbf{E} \times \mathbf{B} / B^2$. Дрейфовое смещение за время жизни холодных заряженных частиц в разряде $\tau_c \approx L_1 / V_s$ будет мало по сравнению с характерным масштабом плазмы l_0 в этом направлении при условии

$$\frac{(\Delta\theta\rho_{\rm ie})^2 R}{l_v^2 l_0} \ll 1\,,\tag{5.3}$$

где ρ_{ie} — ларморовский радиус ионов, рассчитанный по электронной температуре.

Электрический контакт с торцами можно улучшить (уменьшить пристеночный скачок потенциала), если с них эмитировать электроны. Однако при этом становится более интенсивным теплообмен плазмы с торцами, что приводит к снижению электронной температуры. Это затрудняет протекание электрического тока по плазме.

При получении приведённых выше оценок считалось, что потенциал постоянен вдоль силовых линий всюду, кроме пристеночного слоя. На самом деле в газовом разряде наряду с пристеночным скачком потенциала имеется его плавный перепад от центра к торцам порядка T_e/e . Чтобы обеспечить протекание электрического тока, необходимого для поддержания квазинейтральности, это распределение искажается. Для оценки искажений воспользуемся законом Ома

$$j_{\parallel} = \sigma E_{\parallel}$$

где $j_{\parallel} \approx \delta \dot{Q}$ (см. (5.1)), $\sigma = ne^2/(m_{\rm e}v_{\rm e})$ — проводимость плазмы, $v_{\rm e}$ — частота столкновений электронов.

Полагая $E_{\parallel} \approx \delta \varphi_1 / L_1$, находим

$$\delta \varphi_1 \approx (\Delta \theta)^2 \frac{R}{l_y} \frac{v_{\rm e}}{\omega_{\rm e}} \frac{T_{\rm e}}{e} \,.$$

Изложенные выше представления о процессах в газоразрядной плазме, находящейся в неоднородном магнитном поле, будут справедливы, если наряду с неравенством (5.3) выполняется условие $e \, \delta \varphi_1 / T_e \ll 1$.

Предполагаемые значения параметров анализируемых систем по порядку величины таковы: R = 1 м, $l_0 = 0,1$ м, $\Delta \theta = \pi$, B = 1 кГс. Ввиду малой доли ЯЗ в ОЯТ плотность газовой плазмы может быть на порядок меньше плотности плазмы ОЯТ $n_c \approx 10^{11}$ см⁻³. Распределение нагретых ионов ЯЗ по энергии характеризуется значительным разбросом (см. раздел 4). Поэтому из-за дрейфа в неоднородном магнитном поле характерный масштаб l_y в несколько раз превышает l_0 (см. рис. 15). При указанных значениях параметров условие $e \, \delta \varphi_1 / T_e \ll 1$ выполняется с хорошим запасом, в то время как в условии (5.3) такой запас отсутствует.

Процессы, обсуждавшиеся выше, можно рассматривать как проявление желобковой неустойчивости, вызываемой градиентом давления электронов. Проследим, как они описываются в стандартном формализме. Ввиду малого давления плазмы ($\beta \approx 10^{-3}$) считаем колебания электростатическими. Будем использовать простейшее, так называемое локальное, квазиклассическое приближение, выбирая пространственно-временную зависимость возмущённых величин в виде $\propto \exp(-i\omega t + ik_y y)$.

Желобковые колебания обычно характеризуют уравнениями и величинами, усреднёнными вдоль силовых линий магнитного поля. Как показано выше, в газоразрядной плазме квазинейтральность поддерживается благодаря автоматической подстройке потоков электронов вдоль магнитного поля на торцы. В соответствии с (5.2), чтобы учесть этот эффект, в усреднённое уравнение неразрывности электронов следует ввести слагаемое

$$\delta n_{1\mathrm{e}} \approx \mathrm{i} \, \frac{V_{\mathrm{s}}}{\omega L_1} \, n_{\mathrm{c}} \, \frac{e \varphi_1}{T_{\mathrm{e}}} \, .$$

Дисперсионное уравнение желобковых колебаний, получаемое стандартным способом (см., например, [24]), принимает вид

$$\omega^2 + i\omega \frac{V_s}{L_1 k_v^2 \rho_{ie}^2} + \frac{V_s^2}{l_0 R} = 0.$$

Характерный инкремент неустойчивости по порядку величины выражается как

$$\operatorname{Im} \omega \approx \frac{(k_y \rho_{\rm ie})^2 L_1 V_{\rm s}}{l_0 R} \,.$$

Вполне естественно, что для наиболее крупномасштабных возмущений, $k_y \approx l_y^{-1}$, условие Іт $\omega \tau_c \ll 1$, при выполнении которого данная неустойчивость не успеет развиться за характерное время жизни плазмы $\tau_c \approx \approx L_1/V_s$, по порядку величины совпадает с условием (5.3).

Что касается неустойчивости, вызываемой высокоэнергичными ионами ЯЗ, то она должна стабилизироваться эффектами конечного ларморовского радиуса, который у ионов ЯЗ сопоставим с поперечным размером струи. Эффекты конечного ларморовского радиуса не действуют на так называемую первую моду желобковой неустойчивости. В рассматриваемой системе первая мода проявилась бы как выброс струи наружу — в область слабого магнитного поля. Способы противодействия выбросу рассматривались выше.

Устойчивое прохождение потока плазмы через участок криволинейного магнитного поля возможно благодаря явлению line-tying. Анализ, проведённый без учёта этого явления, предсказывает выброс плазмы из области криволинейного магнитного поля при крайне низких значениях плотности [47]. Эти предсказания опровергаются результатами экспериментов, проводившихся в 1960-х годах, по очистке сгустков водородной плазмы, получаемых в плазменных пушках, от примесей тяжёлых ионов. В [17-21] наблюдалось устойчивое прохождение сгустков плазмы, плотность которой достигала ~ 10^{12} – 10¹³ см⁻³ при энергии порядка нескольких кэВ. В этих работах нейтрализация желобкового механизма связывалась с явлением line-tying, однако детали действия этого явления в условиях проводимых экспериментов не уточнялись, и если указанное явление и оказывало какоето воздействие, то оно было самопроизвольным, без приложения каких-либо усилий со стороны экспериментаторов.

В настоящее время криволинейное магнитное поле используется в низкотемпературной плазме дуговых разрядов для очистки от микрокапель металла, вылетающих с катода. Параметры плазмы в этих экспериментах (температура, плотность, степень ионизации вещества) существенно отличаются от параметров плазмы в системах переработки ОЯТ. Однако и в этом случае наблюдается подавление желобкового механизма, что также приписывается явлению line-tying [48, 49].

6. Влияние вязкости на диффузию плазмы поперёк магнитного поля

Этот раздел основывается на результатах работы [29]. Плазма считается замагниченной при выполнении условия $v_j \ll \omega_j$ (j = i, e). Неполной замагниченностью (конечностью отношения v_j/ω_j) обусловлены диффузия плазмы поперёк магнитного поля и так называемая поперечная вязкость. Влияние этих факторов на распределение плотности плазмы поперёк магнитного поля характеризуют частоты $\Omega_{dif} = v_{ie}(\rho_i/r_0)^2$ и $\Omega_{vis} = v_{ii}(\rho_i/r_0)^4$, где r_0 — радиус плазмы. Электронной вязкостью можно пренебречь, так как соответствующая характерная частота меньше ионной в $(m_e/m_i)^{3/2}$ раз.

Отношение

$$\frac{\Omega_{\rm dif}}{\Omega_{\rm vis}} = \frac{v_{\rm ie}}{v_{\rm ii}} \left(\frac{r_0}{\rho_{\rm i}}\right)^2$$

является произведением малого, $v_{ie}/v_{ii} \approx (m_e/m_i)^{1/2} \approx 1.5 \times 10^{-3}$ (для ионов урана), и большого, $(r_0/\rho_i)^2$, множителей. Поэтому при анализе эволюции поперечного распределения потока плазмы ОЯТ, движущегося вдоль магнитного поля, необходимо учитывать, вообще говоря, как диффузию, так и поперечную ионную вязкость. Диффузия плазмы поперёк магнитного поля амбиполярна, тогда как ионная вязкость действует

только на ионы. При этом квазинейтральность плазмы может поддерживаться благодаря явлению line-tying (см. раздел 5).

Как известно, вязкость стремится выровнять профиль скорости. Плазме в магнитном поле присущ особый вид движения — диамагнитный (ларморовский, обтекающий, градиентный) дрейф со скоростью $\mathbf{V} =$ $= c/(eB^2) \mathbf{B} \times \nabla p/n$. Из этого выражения следует, что при однородном распределении температуры, когда $\nabla p = T \nabla n$, вязкость стремится приблизить профиль плотности в направлении поперёк магнитного поля к экспоненциальному в плоском случае, $n \propto \exp(-x/a)$, и к гауссову, $n \propto \exp(-(r/a)^2)$, в аксиально-симметричном. Последнему соответствует твердотельное вращение плазмы по азимуту.

Уравнение диффузии плазмы в аксиально-симметричных системах, учитывающее влияние вязкости, получено в [28]. Несмотря на аксиальную симметрию задачи, в промежуточных вычислениях оказалось удобнее использовать декартовы координаты. В качестве исходного было взято уравнение движения в виде

$$-T_{i} \frac{\partial n}{\partial x_{\alpha}} - \frac{\partial \pi_{\alpha\beta}}{\partial x_{\beta}} + \frac{en}{c} \mathbf{V} \times \mathbf{B} \Big|_{\alpha} = 0.$$
(6.1)

Пренебрегая сначала вязкостью, из (6.1) получаем $\mathbf{V}_0 = (-y, x, 0) V_0 / r$, где $V_0 = [cT/(eB)] \partial \ln n / \partial r$. В тензоре вязкости [50] учтём составляющие, пропорциональные коэффициенту вязкости $\eta_1 = 0.3(v_{ii}/\omega_i^2)nT_i$:

$$\pi_{xx} = -\pi_{yy} = 2xy \frac{\eta_1}{r} \frac{d}{dr} \frac{V_0}{r} ,$$

$$\pi_{xy} = \pi_{yx} = (y^2 - x^2) \frac{\eta_1}{r} \frac{d}{dr} \frac{V_0}{r} .$$

Затем, действуя по методу последовательных приближений, находим

$$\mathbf{V}_{1} = \frac{c}{enB} \frac{\partial}{\partial x_{\alpha}} (-\pi_{y\alpha}, \pi_{x\alpha}, 0) .$$
(6.2)

Выражение (6.2) даёт следующий вклад в уравнение неразрывности:

$$G_{\chi} = \chi \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left(\xi^2 n^2 \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial \xi} \right), \tag{6.3}$$

при учёте которого уравнение неразрывности принимает вид

$$\frac{\partial n}{\partial t} - \mu \frac{\partial}{\partial \xi} \,\xi n \,\frac{\partial n}{\partial \xi} + \chi \,\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left(\xi^2 n^2 \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial \xi}\right) = S(\xi) \,, \tag{6.4}$$

где $\xi = (r/r_0)^2/2$, $S(\xi)$ — источник плазмы,

$$\mu = \frac{2v_{ie}\rho_i^2(1+\tau_e)}{r_0^2 n} \approx 3.2 \times 10^{-8} \frac{(1+\tau_e)\rho_H^2}{r_0^2 T_e^{3/2}}$$
$$\chi = \frac{0.3v_{ii}\rho_i^4}{r_0^4 n} \approx 0.55 \times 10^{-6} \frac{A^{3/2}\rho_H^4}{r_0^4 T_i^{3/2}},$$

 $\tau_{\rm e}=T_{\rm e}/T_{\rm i},~\rho_{\rm i}=(T_{\rm i}/m_{\rm i})^{1/2}/\omega_{\rm i}$ — средний ларморовский радиус ионов, $\rho_{\rm H}$ — ларморовский радиус, рассчитанный

для ионов водорода. Второе слагаемое в левой части (6.4) учитывает диффузию плазмы (см., например, [51]).

Уравнение (6.4) должно быть дополнено граничными условиями. Точка $\xi = 0$ является особой точкой этого уравнения. Для уравнения четвёртого порядка требование аналитичности позволяет исключить два решения, имеющие особенность в этой точке. Два других решения в окрестности точки $\xi = 0$ могут быть представлены в виде ряда

$$n(t,\xi) = \sum_{p=0}^{\infty} n_p(t)\xi^p.$$

Нетрудно показать, что, задавая два первых коэффициента (n_0, n_1) в этом разложении и приравнивая коэффициенты при возрастающих степенях ξ в уравнении (6.4) нулю, можно последовательно определить все остальные $n_{p \ge 2}$. Для доказательства этого утверждения достаточно учесть, что при действии оператора $(\partial^2/\partial\xi^2)\xi^2$, входящего в "вязкое" слагаемое в (6.4), на степенную функцию $f(\xi) = \xi^p$ показатель степени остаётся неизменным.

Так как плазма "гибнет" на стенке вакуумной камеры, необходимо положить n(1/2) = 0. Поэтому граничная точка, как следует из уравнения (6.4), также является особой точкой этого уравнения. Второе граничное условие на стенке можно получить, анализируя выражение для потока плазмы в пристеночной области:

$$J = -\mu\xi n \frac{\partial n}{\partial \xi} + \chi \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ \xi^2 \left[n \frac{\partial^2 n}{\partial \xi^2} - \left(\frac{\partial n}{\partial \xi} \right)^2 \right] \right\}$$

Как легко убедиться, зависимость плотности от координаты вида

$$n(\xi) \underset{\xi \to 1/2}{\approx} \gamma \xi'^{3/2}$$

где $\xi' = 1/2 - \xi$, обеспечивает постоянство потока плазмы $J \approx (3/2)\chi\gamma^2$ в окрестности границы ($\xi \approx 1/2$). Величина потока определяется совместным действием диффузии и вязкости на весь плазменный шнур.

В соответствии с приведённым выше представлением решения в пристеночной области следует считать, что на границе обращается в нуль и n'_{z} .

Заметим, что задача о диффузии "невязкой" плазмы $(\chi = 0)$ рассматривалась в [51]. В этом случае условие постоянства потока в пристеночной области выполняется при

$$n(\xi) \underset{\xi \to 1/2}{\approx} \gamma \xi'^{1/2}$$

Предваряя численное решение уравнения (6.4), проанализируем свойства "вязкого" слагаемого в этом уравнении. Гауссово распределение плотности плазмы по радиусу $n(\xi) = (N/\pi a^2) \exp(-\xi/a^2)$ соответствует твердотельному вращению плазмы. В соответствии со сказанным выше, при таком распределении величина $F(n) = nn_{\xi\xi}^{"} - n_{\xi}^{"2}$ обращается в нуль, а вместе с ней и выражение $G_{\chi}(n)$.

Оператор, входящий в выражение G_{χ} , сохраняет полное (погонное) число частиц $N = 2\pi r_0^2 \int n(\xi) d\xi$. Другим интегралом является величина азимутального момента обобщённого импульса, которая при $\rho_i \ll r_0$ совпадает с $L = 2\pi m_i \omega_i r_0^4 \int \xi n(\xi) d\xi$. Действительно, плотность



Рис. 16. Стационарное состояние плазменного столба в магнитном поле: (a) зависимость плотности от радиуса, (б) зависимость $\beta_1 = n_{\xi}^{\prime}/n$ от радиуса ($\xi = (r/r_0)^2/2$), (в) зависимость $\beta_2 = (1/2 - \xi)n_{\xi}^{\prime}/n$ от радиуса, (г) зависимость погонного числа частиц *N* от α . Кривые $I - \alpha = 0, 1, 2 - \alpha = 0, 3, 3 - \alpha = 1, 4 - \alpha = 3, 5 - \alpha = 10$.

момента выражается как

$$l_{\theta} = r \left(\frac{e}{c} A_{\theta} + m_{\rm i} V_{\theta} \right) n \,, \tag{6.5}$$

где $A_{\theta} = (r/2)B_0$, $V_{\theta} = \omega_i \rho_i^2 (1/n) \partial n/\partial r$ — скорость диамагнитного (ларморовского) дрейфа.

Используя (6.5), находим полный (погонный) обобщённый момент количества движения:

$$L_{\theta} = 2\pi \int r l_{\theta} \, \mathrm{d}r = 2\pi m_{\mathrm{i}} \omega_{\mathrm{i}} r_{0}^{4} \int \xi \left(n + \frac{1}{2} \left(\frac{\rho_{\mathrm{i}}}{r_{0}} \right)^{2} \frac{\partial n}{\partial \xi} \right) \mathrm{d}\xi \,. \tag{6.6}$$

С помощью интегрирования по частям подынтегральное выражение в (6.6) можно представить в виде $(\xi - 2\rho_i^2)n$. Первое слагаемое в скобках в подынтегральном выражении в (6.6) определяется магнитной частью обобщённого момента, второе — механической. Каждая из них сохраняется по отдельности. Поскольку в гидродинамическом приближении ларморовский радиус ионов считается малым по сравнению с характерным пространственным масштабом, механическую часть можно опустить:

$$L_{\theta} \approx L = m_{\rm i} \omega_{\rm i} \langle \xi \rangle r_0^2 N$$

где $\langle \xi \rangle$ — среднее значение ξ .

Указанные выше свойства "вязкого слагаемого" позволяют составить общее представление о влиянии вязкости на эволюцию плазменного шнура. Вязкость стремится преобразовать начальное распределение плотности плазмы по радиусу в гауссово распределение, которое, по аналогии с профилем плазмы, возникающим при её эволюции в токамаке, можно назвать "согласованным" — оптимальным (см., например, [52]). Из-за ограниченности плазмы по радиусу данный процесс будет сопровождаться уходом частиц плазмы на стенку. Вследствие того что под действием вязкости сохраняются как полное число частиц, так и величина $\langle \xi \rangle$, остающиеся частицы должны стягиваться к центру шнура. В результате характерный масштаб гауссоподобного распределения *a* (см. выше) должен уменьшаться. Этому процессу противодействует диффузия плазмы, стремящаяся уширить радиальное распределение.

В [29] закономерности, характеризующие влияние вязкости на диффузию плазмы поперёк магнитного поля, иллюстрировались на основе анализа стационарного состояния, устанавливающегося при наличии источника плазмы. Функция источника в [29] бралась в виде

$$S(\xi) = \begin{cases} S_0(1 - 16\xi^2), & \xi < \frac{1}{4}, \\ 0, & \xi > \frac{1}{4}. \end{cases}$$

Для характеристики относительной интенсивности диффузии и вязкости использовался параметр $\alpha = \chi/\mu$. Рисунок 16а показывает, что, хотя зависимость источника от координаты далека от гауссовой, с возрастанием α распределение плотности по радиусу стремится к гауссову. Гауссово распределение характеризуется постоян-



Рис. 17. Распад начального распределения $n(0, \xi) = n_0 \exp(-2\xi)(1-2\xi)$. Зависимость плотности от радиуса при (а) $\alpha = 1$ и (б) $\alpha = 10$. Пунктирные кривые -t = 0, кривые $l - t = 2 \times 10^{-2} t_d$, $2 - t = 10^{-1} t_d$, $3 - t = 0.5 t_d$, $4 - t = t_d$, $5 - t = 2t_d$ ($t_d = (\mu n_0)^{-1}$). (в) Зависимость погонного числа частиц от времени: кривая $l - \alpha = 1$, $2 - \alpha = 10$.



Рис. 18. Распад начального распределения $n(0,\xi) = n_0 \exp(-10\xi)(1-2\xi)$. Зависимость плотности от радиуса при (а) $\alpha = 1$ и (б) $\alpha = 10$. Пунктирные кривые -t = 0, кривые $l - t = 2 \times 10^{-2} t_d$, $2 - t = 10^{-1} t_d$, $3 - t = 0.5 t_d$, $4 - t = t_d$, $5 - t = 2t_d$. (в) Зависимость погонного числа частиц от времени: кривая $l - \alpha = 1$, $2 - \alpha = 10$.

ством величины $n'(\xi)/n(\xi)$. Из рисунка 16а, б видно, что область, в которой данное условие не выполняется, с возрастанием α стягивается к границе. Выше было найдено, что в окрестности границы зависимость плотности от координаты имеет вид $n(\xi) \approx C(1-2\xi)^{3/2}$, где C некоторая константа. Данный вывод подтверждается результатами, приведёнными на рис. 16в.

Хотя действие вязкости может влиять на профиль плотности, оно слабо сказывается на интенсивности потерь плазмы (рис. 16г).

В [29] анализировался также распад начальных распределений при различных значениях а. Рассматривалось как распределение $n(0,\xi) = n_0 \exp(-2\xi)(1-2\xi)$, размытое на весь интервал $(0, r_0)$, так и стянутое к центру распределение $n(0,\xi) = n_0 \exp(-10\xi)(1-2\xi)$. При малой вязкости ($\alpha = 1$) первое распределение мало изменяется по мере распада (рис. 17а). В случае большой вязкости $(\alpha = 10)$ деформации более существенны. В центре шнура плотность плазмы вначале возрастает, а её профиль приближается к гауссову. По мере распада профиль плотности остаётся близким к гауссову (рис. 17б). В то же время, как видно из рис. 17в, вязкость довольно слабо влияет на скорость распада. Данный вывод справедлив и в случае начального распределения, сосредоточенного к центру шнура (рис. 18). Если вязкость невелика ($\alpha = 1$), то под действием диффузии распределение довольно быстро расплывается на весь интервал $(0, r_0)$. После этого плотность плазмы уменьшается со временем без существенных изменений радиального распределения. Начальное распределение $n(0, \xi) = n_0 \exp(-10\xi)(1-2\xi)$

в центральной области слабо отличается от гауссова. Естественно, что при большой вязкости ($\alpha = 10$) оно сохраняет свой вид.

При характерных значениях параметров плазменного потока, проходящего через систему переработки ОЯТ, T = 2 эВ, B = 1,75 кГс, $r_0 = 10$ см (см. раздел 5) справедливо приближённое равенство $\alpha \approx 2$. Проведённое рассмотрение показывает, что при таких значениях α вязкость может оказать некоторое влияние на вид радиального распределения плотности плазмы, но скорость распада плазмы в большей степени определяется диффузией, чем вязкостью.

Интересующие нас системы переработки ОЯТ плазменный поток проходит за время t, малое по сравнению с диффузионным временем t_d , $t \approx 0.5 \times 10^{-2} t_d$, при сепарации в аксиально-симметричном магнитном поле $(L_{\parallel} \approx 3.75 \text{ м})$ и за $t \approx 1.2 \times 10^{-2} t_d$ при сепарации в магнитном поле с искривлёнными силовыми линиями $(L_{\parallel} \approx 8.75 \text{ м})$. За такие времена ни диффузия, ни вязкость не успеют оказать существенного влияния на пространственное распределение ионов ЯТ.

7. Пространственные неустойчивости потоков плазмы, движущихся вдоль магнитного поля

7.1. Поперечная стратификация дозвуковых потоков

В этом разделе мы будем следовать работе [53].

7.1.1. Эффективная масса и эффективная теплоёмкость плазменных потоков. Скорость потока плазмы в систе-

мах переработки ОЯТ является важной характеристикой, влияющей, в частности, на производительность системы. На первый взгляд, нет никаких препятствий для движения потока со скоростью, задаваемой перепадом электрического потенциала $\Delta \varphi$ в источнике плазмы. Обычно считается, что величина $e\Delta \phi$ равняется нескольким электронным температурам и, соответственно, скорость плазмы по порядку величины совпадает со скоростью ионного звука. Однако ниже мы увидим, что движение плазменного потока сопровождается довольно сложными процессами. Их анализ даёт доводы в пользу того, что в системах с достаточно большой длиной ламинарное движение плазмы оказывается возможным лишь тогда, когда скорость потока плазмы близка к скорости распространения звукового сигнала $c_{\rm s} = \left[(T_{\rm e} + 5T_{\rm i}/3)/m_{\rm i} \right]^{1/2}$. В последнем выражении учтено, что в интересующих нас условиях ввиду большой электронной и малой ионной теплопроводностей звук следует считать изотермическим по электронам, но адиабатическим по ионам. Интересно, что именно такое значение скорости плазменного потока приводится в работе [22], где экспериментально исследовалось ИЦРразделение изотопов в плазме ряда металлов.

Необратимые явления переноса, обусловленные вязкостью и теплопроводностью, существенно влияют на пространственную эволюцию потоков плазмы, движущихся вдоль магнитного поля. В случае дозвуковых потоков — это переносы поперёк магнитного поля. При анализе динамики дозвуковых потоков полезно, полагая плазму идеальной, рассматривать в гидродинамической системе уравнений слагаемые, учитывающие вязкость и теплопроводность, как обусловленные внешними факторами, действующими на плазму, — силой и источником (стоком) тепла:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\,nV = 0\,,\tag{7.1}$$

$$m_{\rm i}nV\frac{\rm d}{{\rm d}x}V + \frac{\rm d}{{\rm d}x}n(T_{\rm i}+T_{\rm e}) = F_{\rm ex}, \qquad (7.2)$$

$$\frac{3}{2}n_iV\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}T_i + n_iT_i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}V = Q_{\mathrm{ex}}.$$
(7.3)

Предположим сначала, что $F_{\rm ex} \neq 0$, $Q_{\rm ex} = 0$. В этом случае из (7.3) находим $T_{\rm i} = T_{\rm i0} (V_0/V)^{2/3}$. Учитывая высокую электронную теплопроводность (см. также раздел 7.1.2), считаем, что $T_{\rm e} = {\rm const.}$ Учитывая соотношение $n = n_0 V_0/V$, следующее из (7.1), и выражая силу давления в (7.2) через производную от скорости, получаем

$$m_{\rm i} \left[1 - \left(\frac{c_{\rm s}}{V}\right)^2 \right] n V \frac{\rm d}{{\rm d}x} V = F_{\rm ex} \,. \tag{7.4}$$

Выражение (7.4) показывает, что влияние давления на реакцию потока на внешнюю силу можно учесть, перенормировав массу ионов: $m_i \rightarrow m_{i,eff} = m_i [1 - (c_s/V)^2]$. Эффективная масса $m_{i,eff}$ отрицательна при $V < c_s$ и положительна при $V > c_s$.

В дозвуковом потоке относительно велика плотность тепловой энергии, поэтому основным эффектом, к которому приводит действие внешней силы, является перераспределение давления. Градиент давления, компенсирующий внешнюю силу, ускоряет плазму навстречу этой силе, что можно трактовать как следствие отрицательно-



Рис. 19. Сопло Лаваля: тонкие стрелки — сила реакции стенок на давление потока, жирная стрелка показывает направление движения потока.

сти эффективной массы. В сверхзвуковом потоке влияние тепловой энергии заряженных частиц на динамику плазмы менее значительно — эффективная масса положительна.

Введение эффективной массы позволяет дать простую интерпретацию действия сопла Лаваля. Для потока в этом сопле внешней силой является реакция стенок сопла на давление плазмы (газа). Вследствие аксиальной симметрии сопла усреднённая по сечению сила, действующая на поток, направлена против движения в дозвуковой части сопла и по движению в сверхзвуковой (рис. 19). Поскольку вместе с изменением знака внешней силы меняется и знак эффективной массы, поток ускоряется как в дозвуковой, так и в сверхзвуковой частях сопла.

Предположим теперь, что $F_{\rm ex} = 0$, $Q_{\rm ex} \neq 0$. Выражая с помощью (7.1), (7.2) плотность плазмы и скорость через ионную температуру, приводим (7.3) к виду

$$\frac{3}{2} n \frac{1 - (c_{\rm s}/V)^2}{1 - (V_T'/V)^2} \frac{\rm d}{\rm d}x T_{\rm i} = Q_{\rm ex} \,,$$

где $V'_T = [(T_i + T_e)/m_i]^{1/2}$. Эффективная теплопроводность

$$C_{\rm eff} = \frac{3}{2} n \frac{1 - (c_{\rm s}/V)^2}{1 - (V_T'/V)^2}$$

отрицательна в интервале скоростей потока $V'_T < V < c_s$. Данная особенность, как и отрицательность эффективной массы в дозвуковом потоке, обусловлена влиянием давления плазмы. Перераспределение этой величины под действием источника (стока) тепла приводит к тому, что при $V'_T < V < c_s$ адиабатическое изменение температуры оказывается более существенным, чем прямой нагрев (охлаждение) плазмы.

7.1.2. Пространственная неустойчивость дозвуковых потоков плазмы. Рассмотрим теперь пространственную эволюцию возмущений скорости и температуры под действием вязкости и теплопроводности при движении потока плазмы вдоль магнитного поля. Предположим, что на однородный поток плазмы наложены возмущения, зависящие от координаты, поперечной магнитному полю, и учтём перенос в данном направлении. В этом случае уравнения (7.2), (7.3) принимают вид

$$\rho V \frac{\partial}{\partial z} V + \frac{\partial}{\partial z} \left[n(T_{\rm e} + T_{\rm i}) \right] = {\rm div}_{\perp}(\eta_{\perp i} \nabla_{\perp} V) \,, \tag{7.5}$$

$$\frac{3}{2}nV\frac{\partial T_{i}}{\partial z} + nT_{i}\frac{\partial V}{\partial z} = \operatorname{div}_{\perp}(\kappa_{\perp i}\nabla_{\perp}T_{i}) + \eta_{\perp i}(\nabla_{\perp}V)^{2}.$$
 (7.6)

Здесь $\eta_{\perp i} = 1,2nm_i\rho_i^2 v_{ii}$ — коэффициент ионной вязкости, $\kappa_{\perp i} = 2n\rho_i^2 v_{ii}$ — коэффициент ионной теплопроводности, $\rho_i = (T_i/m_i)^{1/2}/\omega_i$ — средний ларморовский радиус ионов, ω_i — ионная циклотронная частота; используется декартова система координат с осью *z*, направленной вдоль магнитного поля. Распределение температуры электронов считаем однородным (см. раздел 7.1.1). Диффузию плазмы поперёк магнитного поля не учитываем, так как она обусловлена слабыми электрон-ионными столкновениями.

Линеаризуя систему уравнений (7.1), (7.5), (7.6) по малым возмущениям вида $\exp(\lambda x + ik_{\perp}y)$, приходим к следующему условию разрешимости линеаризованной системы:

$$\Lambda^{2} \left[1 - \left(\frac{c_{s}}{V}\right)^{2} \right] + \frac{4}{3} \Lambda \left[1,9 - \left(\frac{V_{T}}{V}\right)^{2} \right] + 1,6 = 0, \quad (7.7)$$

где $\Lambda = \lambda V / [(k_{\perp} \rho_{\rm i})^2 v_{\rm ii}], V'_T = [(T_{\rm e} + T_{\rm i})/m_{\rm i}]^{1/2}.$

Уравнение (7.7) имеет два решения, одно из которых положительно при $V < c_s$, что соответствует возрастанию возмущений вниз по течению. Если $V < V'_T$, то отрицательна только эффективная масса, а эффективная теплоёмкость положительна (см. раздел 7.1.1). В этом случае вариации температуры оказывают незначительное влияние на эволюцию возмущений. Если $V \ll V'_T$, то при приближённом вычислении инкремента пространственного возрастания возмущений λ можно считать, что температура ионов не возмущается. Опуская также в уравнении движения инерционное слагаемое, находим

$$\lambda \approx k_{\perp}^2 \, \frac{\eta_{\perp i}}{m_i n} \frac{V}{V_T'^2} = 1.2 (k_{\perp} \rho_i)^2 v_{ii} \, \frac{V}{V_T'^2} \, .$$

Последнее выражение, разумеется, можно получить и из (7.7).

В другом предельном случае, $V \rightarrow c_s$, инкремент неограниченно возрастает:

$$\lambda \approx \frac{4}{3} \frac{(k_{\perp} \rho_{\rm i})^2 v_{\rm ii}}{c_{\rm s}} \frac{1.9 - (V_T'/c_{\rm s})^2}{(c_{\rm s}/V)^2 - 1} \,.$$

Инкремент неустойчивости увеличивается с уменьшением пространственного масштаба возмущения $\propto k_{\perp}^2$. Его величина ограничена условием применимости гидродинамического приближения $k_{\perp} \ll \rho_i^{-1}$. Заметим, что это условие позволяет также пренебречь продольной вязкостью и продольной теплопроводностью ионов в уравнениях (7.5), (7.6).

Рассматриваемая пространственная неустойчивость является следствием отрицательности эффективной массы и эффективной теплопроводности дозвуковых потоков. В потоке, скорость которого изменяется в поперечном направлении, вязкость стремится замедлить более быструю часть потока и ускорить более медленную. Однако вследствие отрицательности эффективной массы результат действия вязкости будет обратным. К таким же следствиям приводит изменение знака не только массы, но и коэффициента вязкости. Действительно, если в уравнение (7.4) в качестве внешней силы подставить силу вязкости, которая для малых возмущений однородного потока имеет вид $F_{\rm ex} = \eta_{\perp i} \Delta V$, и поделить это уравнение на $1 - (c_{\rm s}/V)^2$, то получим уравнение движения среды, частицы которой при $V < c_{\rm s}$

имеют положительную массу, но отрицательный коэффициент вязкости $\eta_{\text{eff}} = \eta_{\perp i} [1 - (c_s/V)^2]^{-1}$.

Аналогичным образом в потоках, скорость которых лежит в интервале $V'_T < V < c_s$, отрицательный эффективный коэффициент теплоёмкости или, что эквивалентно, отрицательный коэффициент поперечной теплопроводности вызывают не сглаживание, а обострение неоднородностей профиля ионной температуры.

Часто экспоненциальное возрастание параметров, характеризующих состояние среды, свидетельствует о её неустойчивости. Обсудим, насколько оправданно введение нового термина "пространственная неустойчивость" по отношению к рассматриваемой структуре. Не подлежит сомнению, что неустойчивость может развиваться лишь в неравновесных средах. Обычно неустойчивой называют среду, собственные колебания которой возрастают со временем. Если на границе такой среды внешний источник генерирует собственные колебания с постоянной амплитудой, то такие колебания будут возрастать по мере их распространения в пространстве. Данная ситуация отличается от рассматриваемой в настоящей статье. Мы предполагаем, что на границе плазменного потока имеют место статические возмущения. Это подразумевает присутствие внешних тел, покоящихся в лабораторной системе отсчёта, относительно которой плазма движется. Неравновесность системы проявляется только вследствие наличия внешних тел источников возмущений. Однородный поток, предоставленный самому себе, разумеется, устойчив в общепринятом значении этого термина — все собственные колебания такого потока затухают со временем.

Существенным условием рассматриваемой пространственной неустойчивости является одномерность движения частиц плазмы, обусловленная наличием достаточно сильного магнитного поля. Для обычного газа роль силовых линий магнитного поля может играть набор тонких соприкасающихся между собой трубочек. Стенки трубочек препятствуют перетеканию импульса, однако тепло может переноситься в поперечном направлении. Поэтому в предлагаемой системе имеются условия для развития пространственной неустойчивости, обусловленной отрицательностью эффективной теплоёмкости (эффективного коэффициента теплопроводности). Разумеется, при анализе вопроса о реализации такой системы необходимо учесть как трение газа о стенки трубочек, так и проникновение через них тепловых потоков.

7.1.3. Пространственная эволюция гауссовых возмущений. Если форма возмущений на входе в систему отличается от гармонической, то она будет изменяться вниз по течению. В [53] проведён численный анализ пространственной эволюции гауссовых возмущений. Отметим, что специфика рассматриваемой пространственной неустойчивости позволяет исследовать её лишь на ограниченном интервале изменения координаты. Действительно, как следует из полученных в разделе 7.1.2 выражений, инкремент возрастает с уменьшением характерного пространственного масштаба возмущений, $\lambda \propto k_{\perp}^2$. Однако при любых численных расчётах вводятся неконтролируемые мелкомасштабные возмущения, обусловленные дискретизацией пространства и ограниченной точностью вычислений.

Рассматриваемой неустойчивости могут быть подвержены интересующие нас системы ИЦР-плазменной переработки ОЯТ. В этих системах ИЦР-нагрев плазменного потока должен осуществляться при прохождении потока по довольно протяжённому участку однородного или слабонеоднородного магнитного поля. Плазменный поток имеет сложный ионный состав, причём нагреву подлежат ионы, доля которых невелика, так что основная часть ионов остаётся холодной. Поведение последних может быть рассмотрено в рамках гидродинамики.

В [53] рассматривался поток плазмы урана в магнитном поле $B_0 = 15$ кГс при плотности плазмы $n_0 =$ $= 10^{13}$ см⁻³ и температурах $T_i = 1$ эВ, $T_e = 3$ эВ. На выбор параметров расчёта влияла необходимость удовлетворить условиям применимости гидродинамического приближения.

В связи с изменением знака эффективной теплоёмкости при $V = V'_T$ рассматривались потоки со скоростями, как бо́льшими, так и меньшими этого значения. Расчёты проводились для трёх значений начальной скорости: $V_0 = [(T_e + 2T_i/3)/m_i]^{1/2}$, $V_0 = [(T_e + T_i)/m_i]^{1/2}$, $V_0 = [(T_e + 4T_i/3)/m_i]^{1/2}$ — меньших скорости распространения звукового сигнала $c_s = [(T_e + 5T_i/3)/m_i]^{1/2}$.

Рисунок 20 иллюстрирует пространственную эволюцию начальных возмущений скорости $V_1(y) = 10^{-2}V_0 \times$ $\times \exp(-v^2/a^2)$ (пунктирная кривая на рис. 20а), плотность плазмы и температура ионов полагались невозмущёнными при x = 0. Расстояние, на котором указанная выше численная неустойчивость не успевает проявиться, невелико. В расчётах рассматривался интервал (0, 0, 5 см). На таких расстояниях изменения параметров плазмы малы. Чтобы сделать их более наглядными, на рис. 20, 21 показаны не сами параметры, а их изменения $\Delta V = V - V_0, \ \Delta T_i = T_i - T_{i0}$. Из рисунка 20а видно, что при движении потока возмущение скорости стягивается к центру, где за счёт замедления периферийных областей поток ускоряется. Обострение профиля скорости усиливает обмен импульсом между различными областями возмущения из-за вязкости, что ускоряет возрастание возмущения — инкремент пространственной неустойчивости увеличивается с уменьшением поперечного масштаба возмущения (см. раздел 7.1.2). Заметим, что в соответствии с результатами, приведёнными в разделе 7.1.2, темп эволюции возмущений возрастает с увеличением скорости потока.

Хотя предполагается, что на входе температура ионов и плотность плазмы не возмущены, изменение скорости вдоль течения влечёт за собой изменение указанных параметров, причём в силу зависимостей $n = C_1/V$, $T \approx C_2/V^{2/3}$ (см. раздел 7.1.1) плотность и ионная температура изменяются разнонаправлено со скоростью. Относительные возмущения плотности плазмы примерно в полтора раза превышают относительные возмущения ионной температуры, но форма этих возмущений практически одинакова. Поэтому мы показываем лишь изменение ионной температуры (рис. 206).

Как отмечено в разделе 7.1.1, при анализе динамики дозвукового потока эффективную теплоёмкость или, что эквивалентно, эффективный коэффициент теплопроводности можно считать отрицательными при $c_s > V > V'_T$. Поэтому если на входе в систему возмущена ионная температура, то профиль возмущения будет обостряться при $V > V'_T$ и сглаживаться при $V < V'_T$. Этот вывод



подтверждается рис. 21а, на котором приведены зависимости ионной температуры от поперечной координаты при $T_{i1}(y,0) = 10^{-2}T_{i0} \exp(-y^2/a^2)$, $V_1(y,0) = n_1(y,0) = 0$ на том же расстоянии от входа в систему (x = 0,5 см), что и в случае, иллюстрируемом рис. 20.

Следует отметить, что в рамках принятого нами гидродинамического приближения дозвуковой поток из-за влияния вязкости неустойчив к гармоническим возмущениям как при $V > V'_T$, так и при $V < V'_T$, вне зависимости от значения поперечного волнового числа (рис. 21б). Поэтому расплывание температурных возмущений на малых расстояниях при $V < V'_T$ следует считать обусловленным интерференцией определённым образом скоррелированных гармонических составляющих. Однако на достаточном удалении от входа в систему из начального возмущения выделятся наиболее быстро возрастающие составляющие, которые и будут определять эволюцию возмущения. К сожалению, вычислительные трудности, упомянутые в разделе 7.1.3, препятствуют проведению анализа этого процесса.

Вопрос о том, к чему может привести развитие пространственной неустойчивости, достаточно сложен. Из уравнения тепла для ионов следует, что из-за наличия вязкости тепловая энергия ионов возрастает вниз по





Рис. 21. Изменение параметров плазменного потока при возмущении ионной температуры $T_{i1}(0, y) = 10^{-2}T_{i0} \exp(-y^2/a^2)$: (а) скорость, (б) ионная температура. Кривые $1 - V_0 = [(T_e + 2T_i/3)/m_i]^{1/2}$, кривые $2 - V_0 = [(T_e + T_i)/m_i]^{1/2}$, кривые $3 - V_0 = [(T_e + 4T_i/3)/m_i]^{1/2}$, пунктирная кривая — возмущение ионной температуры на входе в систему. Расстояние от входа в систему x = 0,5 см.

течению (см. последнее слагаемое в правой части уравнения (7.6)). Возрастание ионной температуры должно уменьшать инкремент, а возрастание давления (p = $= n(T_{i} + T_{e}))$ — скорость потока. Не исключено, что в системах с малой длиной будет достигнуто стационарное состояние. С другой стороны, в протяжённых системах увеличение неоднородности параметров потока, вызванное пространственной неустойчивостью, может привести к раскачке собственных колебаний плазмы. Возникающие при этом флуктуирующие электрические поля, проникая в источник плазмы, могут изменить его состояние таким образом, что скорость плазмы на выходе из источника превысит скорость звука. Такой поток был бы устойчивым к поперечной стратификации. Пространственная эволюция сверхзвуковых потоков анализируется в разделе 7.2.2.

7.2. Ударные волны в сверхзвуковых потоках плазмы 7.2.1. Основные уравнения и граничные условия. Для сверхзвуковых потоков плазмы, движущихся вдоль магнитного поля, характерна не поперечная, как для дозвуковых потоков, а продольная стратификация. Поэтому состояние таких потоков будем описывать системой одномерных гидродинамических уравнений (см., например, [50]):

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} nV = 0\,,\tag{7.8}$$

$$m_{\rm i}nV\frac{\rm d}{{\rm d}x}V + \frac{\rm d}{{\rm d}x}n(T_{\rm i}+T_{\rm e}) = \frac{4}{3}\frac{\rm d}{{\rm d}x}\eta_{\rm i}\frac{\rm d}{{\rm d}x}V, \qquad (7.9)$$

$$\frac{3}{2}nV\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}T_{\mathrm{i}} + nT_{\mathrm{i}}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}V = \frac{4}{3}\eta_{\mathrm{i}}\left(\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x}\right)^{2} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\kappa_{\mathrm{i}}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}T_{\mathrm{i}}, \quad (7.10)$$

$$\frac{3}{2}nV\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}T_{\mathrm{e}} + nT_{\mathrm{e}}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}V = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\kappa_{\mathrm{e}}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}T_{\mathrm{e}}.$$
(7.11)

Здесь $\eta_i = 1.5 \times 10^{-12} n T_i / v_{ii}$, $\kappa_i = 6.2 \times 10^{-12} n T_i / (m_i v_{ii})$, $\kappa_e = 5.1 \times 10^{-12} n T_e / (m_e v_{ei})$ — коэффициенты ионной вязкости, ионной теплопроводности и электронной теплопроводности соответственно, $v_{ii} = 1.8 \times 10^{-6} n / (A^{1/2} T_i^{3/2})$, $v_{ei} = 2.9 \times 10^{-5} n / T_e^{3/2}$, температура выражается в электронвольтах, остальные величины даны в единицах СГСЭ (абсолютная электростатическая система единиц).

Простейшее состояние, описываемое системой уравнений (7.8)–(7.11), — однородный поток, все параметры которого постоянны вдоль течения. При численном анализе этого состояния или близких к нему возникают трудности, обусловленные неустойчивостью соответствующего решения (пространственная неустойчивость). Для исследования пространственной неустойчивости рассмотрим возмущения однородного потока вида $\propto \exp(\lambda x)$. Линеаризация системы (7.8)–(7.10) приводит к следующему уравнению для λ :

$$\frac{4}{3} \alpha \beta \lambda^2 - V \left[2\alpha + \left(1 - \frac{V_{T_i}^2}{c_s^2} \right) \beta \right] \lambda + \frac{3}{2} (V^2 - c_s^2) = 0, \quad (7.12)$$

где $\alpha = \eta_i/(m_i n)$, $\beta = \kappa_i/n$, $V_{T_i}^2 = (T_i + T_e)/m_i$, $c_s^2 = (5T_i/3 + T_e)/m_i$. Уравнение (7.11) исключено из рассмотрения, поскольку ввиду большой электронной теплопроводности в практически интересных случаях температура электронов может считаться постоянной (см. раздел 7.2.2).

Ограничимся рассмотрением потоков, скорость V которых близка к скорости звука, $V \approx c_s$. В этом случае из (7.12) получаем

$$\lambda_1 \approx \frac{3}{2} \frac{V - c_{\rm s}}{\alpha + \beta v_{T_i}^2 / (3c_{\rm s}^2)} , \qquad \lambda_2 \approx \frac{3}{2} \frac{\alpha + \beta v_{T_i}^2 / (3c_{\rm s}^2)}{\alpha \beta} ,$$

где $v_{T_i}^2 = T_i/m_i$. Положительные значения λ_1 при $V > c_s$ и λ_2 , вне зависимости от соотношения между V и c_s , свидетельствуют о возрастании возмущений вниз по течению (пространственная неустойчивость). Выражение для λ₁, которое не выходит за рамки гидродинамического приближения ($\lambda_1 l_i \ll 1$, где l_i — длина свободного пробега ионов), описывает, как мы увидим в разделе 7.2.2, предвестник УВ. В то же время гидродинамическое приближение нарушается для второго решения $(\lambda_2 l_i \approx 1)$. Для исключения этой фиктивной неустойчивости воспользуемся тем обстоятельством, что в гидродинамическом приближении при скорости плазмы порядка тепловой скорости ионов правая часть уравнения (7.10), учитывающая диссипативные эффекты, много меньше левой, поэтому она может рассматриваться как малая поправка в рамках метода последовательных приближений. Такой поход к уравнению (7.9) был бы некорректным, поскольку в приближении идеальной гидродинамики левая часть (7.9) обращается в нуль, если скорость плазмы оказывается равной скорости звука.

Полагая в правой части уравнения (7.10)

$$\frac{\mathrm{d}T_{\mathrm{i}}}{\mathrm{d}x} = -\frac{2}{3} \frac{T_{\mathrm{i}}}{V} \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x} \,,$$

приводим его к виду

$$\frac{\mathrm{d}T_{\mathrm{i}}}{\mathrm{d}x} + \frac{2}{3} \frac{T_{\mathrm{i}}}{V} \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x} \approx \\ \approx \frac{4}{9} \frac{\kappa_{\mathrm{i}} T_{\mathrm{i}}}{nV^2} \left(\frac{10}{3} \frac{1}{V} \left(\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x}\right)^2 - \frac{\mathrm{d}^2 V}{\mathrm{d}x^2}\right) + \frac{8}{9} \frac{\eta_{\mathrm{i}}}{nV} \left(\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x}\right)^2. \quad (7.13)$$

Система уравнений (7.8), (7.9), (7.11), (7.13) эквивалентна шести уравнениям первого порядка для величин $n, V, dV/dx, T_i, T_e, dT_e/dx$. Для однозначного решения этой системы уравнений требуется столько же граничных условий. В последовательной теории значения основных параметров потока плазмы (плотность, скорость, температуры электронов и ионов) на входе в систему переработки ОЯТ должны определяться при анализе ионизации вещества ОЯТ в источнике плазмы. Такой анализ не проводился, однако источник плазмы ОЯТ, по-видимому, будет сходен с источниками плазмы металлов в системах ИЦР-разделения изотопов. В последних создавалась плазма со следующими значениями параметров (по порядку величины): $n \approx 10^{12}$ см⁻³, $T_{\rm e} \approx 3$ эВ, $T_{\rm i} \approx T_{\rm e}/2$, $V \approx c_{\rm s}$ [22]. Именно такая плазма будет рассматриваться ниже.

Ещё одно граничное условие можно получить, анализируя процесс выхода электронов на приёмную пластину. Как известно, вблизи поверхности, на которой гибнет плазма, возникает так называемый ленгмюровский слой. Скачок потенциала в этом слое выравнивает потоки электронов и ионов на поглощающую поверхность, что необходимо для поддержания квазинейтральности плазмы. Величина скачка даётся выражением (см., например, [54])

$$\Delta \varphi = \frac{T_{\rm e}}{2e} \ln \left(\frac{1}{2\pi} \frac{m_{\rm i}}{m_{\rm e}} \frac{T_{\rm e}}{m_{\rm i} V^2} \right).$$

Если скорость плазмы равна скорости распространения ионно-звукового сигнала (см. раздел 7.2.2), то

$$\Delta \varphi = \frac{T_{\rm e}}{2e} \ln \left[\frac{1}{2\pi} \frac{m_{\rm i}}{m_{\rm e}} \, \tau_{\rm e} \left(1 + \frac{3}{5} \, \tau_{\rm e} \right)^{-1} \right], \tag{7.14}$$

где $\tau_e = T_e/T_i$. Полагая массовое число ионов A = 240, $\tau_e = 2$, получаем $\Delta \varphi \approx 5,3T_e/e$.

Выйти из плазмы на приёмную пластину могут лишь наиболее энергичные электроны из "хвоста" максвелловского распределения по продольным скоростям. Энергия для преодоления барьера электрического потенциала подводится к ленгмюровскому слою благодаря теплопроводности и конвективному потоку тепла.

Поток энергии частиц сорта j = e, i даётся выражением (см., например, [50])

$$S_j = \frac{1}{2} m_j n V^3 + \frac{5}{2} n V T_j - \kappa_j \frac{dT_j}{dx} - \frac{4}{3} \eta_j V \frac{dV}{dx}.$$
 (7.15)

Для электронного потока тепла можно опустить первое и последнее слагаемые в правой части (7.15). Приравнивая поток энергии электронов S_e потоку энергии, теряемой при выходе электронов на приёмную пластину, $S'_e = 8 \text{ УФH. т. } 184. \mathbb{N} 10$

$$= nV(e\Delta \phi + T_e)$$
, получаем второе граничное условие:

$$\kappa_{\rm e} \, \frac{\mathrm{d}T_{\rm e}}{\mathrm{d}x} + nV \left(e\Delta\varphi - \frac{3}{2} \, T_{\rm e} \right) = 0 \,, \tag{7.16}$$

где $\Delta \phi$ даётся выражением (7.14).

В разделе 7.2.2 мы увидим, что остающееся граничное условие для скорости или её производной оказывает решающее влияние на характер решения.

7.2.2. Ударные волны и пространственная неустойчивость сверхзвуковых потоков плазмы. Поведение плазменного потока, движущегося вдоль сильного магнитного поля, подобно поведению одномерного потока сжимаемого газа. Об этом свидетельствует сходство рассматриваемой системы уравнений с системой уравнений, описывающих поведение потока газа (см., например, [55]). Как известно, скорость сверхзвукового потока газа самопроизвольно уменьшается до дозвуковой вследствие образования ударных волн. Точно так же УВ возникают в потоках плазмы, если их скорость превышает скорость ионного звука. Результаты расчётов, приведённые на рис. 22, показывают, что скорость ионного звука действительно является пороговой для возникновения УВ. При $V_0 < c_s$ вариации dV_0/dx крайне слабо влияют на профиль V(x). Так, зависимости, полученные при разных знаках dV_0/dx , но при одном и том же значении этой величины по модулю, на рис. 22 неразличимы (см. кривую 1). Если $V_0 > c_s$, то изменение знака dV_0/dx кардинально меняет характер зависимости V(x). Так, при $dV_0/dx < 0$ возникает УВ (кривая 2), в то время как при $dV_0/dx > 0$ скорость резко возрастает (кривая 3) и решение выходит за пределы применимости гидродинамического приближения. Этот случай будет анализироваться ниже.

Следует отметить, что при умеренных значениях скорости набегающего потока, $V - c_s \leq c_s$, характерный пространственный масштаб УВ Δx выражается как $\Delta x \approx l_i c_s / (V - c_s)$, где l_i — длина свободного пробега ионов (см., например, [55], а также ниже). Если $V - c_s \ll c_s$, то Δx существенно превышает l_i . В этом случае довольно плавный переход сверхзвукового потока

Рис. 22. Профили скорости потока плазмы при $V \approx c_s$: кривая $1 - V_0/c_{s0} = 0.9$, $|dV_0/dx| = 10^{-2}V_{00}/L$, кривая $2 - V_0/c_{s0} = 1.1$, $dV_0/dx = -10^{-2}V_{00}/L$, кривая $3 - V_0/c_{s0} = 1.1$, $dV_0/dx = 10^{-2}V_{00}/L$. $V_{00} = (2T_e/m_i)^{1/2}$, L = 3 м.



плазмы в дозвуковой можно лишь условно назвать УВ, однако только такой переход может быть описан уравнениями гидродинамики.

Параметры потока, прошедшего через VB, могут быть связаны, так же как и в случае обычного газа, с параметрами набегающего потока с помощью законов сохранения массы, импульса и энергии ионов:

$$n_0 V_0 = n_1 V_1 \,, \tag{7.17}$$

$$n_0 \left(V_0^2 + \frac{T_{i0} + T_e}{m_i} \right) = n_1 \left(V_1^2 + \frac{T_{i1} + T_e}{m_i} \right),$$
(7.18)

$$V_0^2 + 5 \frac{T_{i0}}{m_i} - 2 \frac{T_e}{m_i} \ln V_0 = V_1^2 + 5 \frac{T_{i1}}{m_i} - 2 \frac{T_e}{m_i} \ln V_1. \quad (7.19)$$

Здесь учтено, что по обе стороны от УВ на достаточно большом расстоянии от неё поток однороден, нижним индексом 0 отмечены значения величин перед УВ, индексом 1 — за УВ. Ввиду высокой электронной теплопроводности температура электронов считается неизменной в пределах УВ. Полагаем также, что функция распределения электронов близка к равновесной больцмановской. В этом случае скачок плотности плазмы в УВ будет сопровождаться скачком электрического потенциала $\Delta \phi \approx (T_e/e) \ln (n_1/n_0)$. Энергия, затрачиваемая ионами на преодоление барьера электрического потенциала, даётся выражением (см. последние слагаемые в обеих частях (7.19))

$$A = T_{\rm e} \int^x \mathrm{d}x \, V \, \frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}x} = T_{\rm e} n V \ln \frac{V_0}{V_1} \,.$$

Соотношения (7.17)–(7.19) справедливы вне зависимости от значений $V_0 > c_s$, тогда как система гидродинамических уравнений справедлива лишь при $V_0 - c_s \ll c_s$. Рисунок 23 показывает, что гидродинамическое приближение обеспечивает хорошую точность при значениях V_0 вплоть до $V_0 \approx (1,5-2,0)c_s$.

Зависимости, полученные в этом приближении при $V_0 = 1,5c_{\rm s}$, представлены на рис. 24. На рисунке 24а выделяется область резкого перехода сверхзвукового потока в дозвуковой — УВ. Рисунок 24б показывает, что, как и предполагалось выше, температура электронов в пределах системы изменяется на малую величину, а в пределах УВ является практически постоянной. Зависимости, показанные на рис. 24, получены при $dV_0/dx = -10^2 V_{00}/L$.



Рис. 23. Скорость потока плазмы, уходящего от УВ, в зависимости от скорости набегающего потока: кривая *1* — расчёт с помощью законов сохранения, кривая *2* — расчёт с использованием гидродинамических уравнений.

Если $dV_0/dx > 0$, то пространственная структура решений гидродинамических уравнений разительно отличается от структуры, представленной кривыми 2 на рис. 22 и 24в. При $dV_0/dx > 0$ как скорость плазмы, так и температура ионов возрастают вниз по течению (см. кривую 3 на рис. 22). В том же направлении сокращается характерный пространственный масштаб решения. В результате на сравнительно небольшом расстоянии от входа гидродинамическое приближение нарушается.

Постараемся прояснить смысл полученных результатов. Интегрируя уравнение (7.15) по *x*, получаем

$$m_{\rm i}nV^2 + p - \frac{4}{3}\eta_{\rm i}\frac{{\rm d}V}{{\rm d}x} = {\rm const}\,.$$
 (7.20)

В соответствии с условием применимости гидродинамического приближения разность $V - c_s = \delta V$ будем считать малой по сравнению со скоростью звука c_s . С помощью уравнений (7.8), (7.13) представим давление плазмы в виде

$$p = p_0 - m_i n_0 c_{s0}^2 \frac{\delta V}{V_0} + \frac{20}{9} \left(1 + \frac{9}{20} \tau_e\right) n_0 T_{i0} \left(\frac{\delta V}{V_0}\right)^2 - \frac{4}{9} \frac{\kappa_{i0} T_{i0}}{V_0^2} \frac{d}{dx} \delta V, \qquad (7.21)$$

где $\tau_{\rm e} = T_{\rm e}/T_{\rm i0}$.



Рис. 24. Профили параметров потока плазмы при $V_0/c_{s0} = 1,5$: (а) плотность плазмы, (б) скорость, (в) температура электронов (кривая *l*) и ионов (кривая *2*).

В (7.21) учтены слагаемые, квадратичные по малой величине $\delta V/V_0$, так как при малой разности $V_0 - c_s$ становятся существенными слабые диссипативные и нелинейные эффекты. Величина T_e считается постоянной (см. выше). Предполагается, что источник расположен при $x = -\infty$, где поток плазмы однороден. При этом условии уравнение (7.20) сводится к виду

$$\left(\delta V\right)^{2} + \alpha (V_{0} - c_{\rm s}) \,\delta V - \beta \,\frac{\rm d}{{\rm d}x} \,\delta V = 0\,, \qquad (7.22)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{3}{2} \, \gamma \,, \qquad \beta = \frac{\eta_{i, \, \text{eff}} \, \gamma}{m_{i} n_{0}} \,, \qquad \gamma = \frac{1 + 3\tau_{e}/5}{1 + 9\tau_{e}/20} \\ \eta_{i, \, \text{eff}} &= \eta_{i0} + \frac{1}{5} \, \frac{m_{i} \kappa_{i0}}{1 + 3\tau_{e}/5} \,. \end{aligned}$$

Уравнение (7.22) имеет решение, описывающее стационарную УВ на неограниченном пространственном интервале (см., например, [55]):

$$\delta V = -\frac{\Delta V}{2} \left(1 + \tanh \frac{x}{\Delta x} \right), \qquad (7.23)$$

где координата x отсчитывается от центра УВ (точки, в которой величина |dV/dx| максимальна),

$$\Delta V = \frac{3}{2} (V_0 - c_s) \gamma, \qquad \Delta x = \frac{4}{3} \frac{\eta_{i, \text{eff}}}{m_i n_0} \frac{1}{V_0 - c_s}$$

Выражение $V(x) = V_0 + \delta V(x)$, где $\delta V(x)$ определяется выражением (7.23), описывает переход скорости от начального значения V_0 к конечному значению $V_1 = V_0 - \Delta V$:

$$V \approx \begin{cases} V_0 - \Delta V \exp \frac{2x}{\Delta x}, & x \to -\infty, \\ V_1 + \Delta V \exp \left(-\frac{2x}{\Delta x}\right), & x \to \infty. \end{cases}$$
(7.24)

Согласно (7.23), (7.24) в области x < 0 имеется однородный поток, на который наложено малое возмущение, возрастающее вниз по течению. Когда амплитуда возмущения становится сравнимой с разностью $V - c_s$, в игру вступают нелинейные эффекты, ограничивающие возмущение, — возникает УВ.

Чтобы данное решение можно было использовать для систем с конечной длиной, необходимо, чтобы на входе в систему поток плазмы замедлялся ($d\delta V/dx < 0$). Замедление может вызываться трением о нейтральные атомы. Для этой цели можно также использовать проволочную решётку. Расстояние между источником возмущения на входе и УВ (областью наибольшего градиента скорости) логарифмически зависит от амплитуды начального возмущения, $\propto \ln (V_0/|\delta V_0|)$ (рис. 25). Чем меньше значение |dV/dx| на входе в систему, тем дальше от входа будет расположена УВ. В достаточно коротких системах УВ не успеет сформироваться и возмущение будет зависеть от координаты по экспоненциальному закону.

Пространственная зависимость δV при её малых значениях может быть определена из линеаризованных по малым возмущениям уравнений (7.20), (7.22). Такой подход приводит к следующему результату (ср. с (7.24) в



Рис. 25. Положение УВ в зависимости от условия на границе.

области *x* < 0):

$$V(x) \approx V_0 + C \exp \frac{2x}{\Delta x},$$
 (7.25)

где C — произвольная константа, $\Delta x = 2\lambda_1$ (см. раздел 7.2.1).

При $C = -\Delta V$ выражение (7.25) совпадает с решением уравнения (7.22), описывающим УВ в области x < 0, $|x| \ge \Delta x$.

Выясним теперь смысл решения (7.25) при C > 0. Оно описывает поток плазмы, скорость которого возрастает вниз по течению (см. кривую 3 на рис. 22). При условии применимости гидродинамического приближения рассматриваемое течение плазмы близко к адиабатическому (см. выше) и ускорение в основном обеспечивается падением давления плазмы вниз по течению. Однако в этом процессе влияние вязкости оказывается решающим — именно благодаря вязкости поддерживается постоянство потока энергии. В выражении (7.15) слагаемое, учитывающее вязкость, является отрицательным при dV/dx > 0 и описывает перенос энергии навстречу потоку. В том же направлении вязкость переносит и импульс. Такое движение, соответствующее знаку C > 0 в (7.25), требует поддержания специфических условий на приёмной пластине, и его, повидимому, сложно осуществить. Более реалистичен случай С < 0, при котором (7.25) описывает экспоненциально возрастающий предвестник УВ. Заметим также, что при dV/dx > 0 по мере ускорения потока характерный масштаб изменения скорости уменьшается (см. рис. 22) и решение быстро выходит за рамки гидродинамического приближения.

В физике имеется множество примеров, показывающих, что стационарные возмущения экспоненциально убывают при удалении от некоторого тела, являющегося их источником. В этом случае термин "пространственная неустойчивость" неуместен, несмотря на экспоненциальное возрастание возмущений при приближении к их источнику. В интересующей нас задаче такая ситуация возникает при $dV/dx|_{x=0} > 0$, когда экспоненциальное возрастание возмущений по течению обусловлено накачкой энергии в плазму на приёмной пластине (см. выше). Однако при $dV/dx|_{x=0} < 0$ приёмная пластина пассивна, а область экспоненциального возраста

ния возмущений ограничена УВ, которая сама "привязана" к источнику возмущений на входе в систему.

Проведённое рассмотрение показывает, что если скорость плазмы на входе в систему существенно превышает скорость звука, то поток, пройдя небольшое расстояние, становится дозвуковым вследствие образования УВ. Между тем, как показано в разделе 7.1, пространственная неустойчивость дозвуковых потоков приводит к их поперечной стратификации. Хорошо известно, что стратифицированные потоки неустойчивы к раскачке собственных колебаний.

Таким образом, приходим к заключению, что поток плазмы будет ламинарным, если его скорость на входе в систему будет лишь ненамного превышать скорость звука. Тогда УВ в пределах системы не успеет развиться и скорость потока под действием продольных вязкости и теплопроводности изменится незначительно.

8. Заключение

Для плазменной переработки ОЯТ необходимо его ионизовать, отделить ионы ЯЗ от ионов ЯТ и, наконец, принять их на отдельные коллекторы. Из экспериментов по ИЦР-разделению изотопов следует, что задачи создания плазмы металлов, к которым относится основная доля вещества ОЯТ, и сбора ионов в принципе могут быть решены.

В настоящей статье показано, как особенности распределения элементов ОЯТ по массам влияют на процесс отделения ионов ЯЗ от ионов ЯТ. Параметры требуемых для этого устройств являются обычными для современного плазменного эксперимента. Данный вывод сделан в предположении о достаточно малой доле двухзарядных ионов в плазме ОЯТ, что согласуется с результатами экспериментов по ИЦР-разделению изотопов. Разумеется, опора на результаты этих экспериментов не избавляет от необходимости теоретического и экспериментального изучения процессов создания плазмы ОЯТ, включая контроль за зарядностью ионов и их сбором. Экспериментального подтверждения требуют и теоретические результаты, изложенные в настоящей статье. Вещество ОЯТ радиоактивно, поэтому все манипуляции с ним должны быть дистанционными. Несмотря на то что осуществление идеи плазменной переработки требует большого объёма технических разработок и физических исследований, стимулом к реализации этой идеи является возможность значительно уменьшить количество вредных отходов по сравнению с таковым при химической переработке.

Автор благодарен В.П. Смирнову, инициировавшему исследование проблемы переработки ОЯТ, а также В.А. Жильцову и А.А. Сковороде за полезные обсуждения.

Работа выполнена при поддержке грантом НШ-4361.2012.2 Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ.

Список литературы

- Лопаткин А В и др., в сб. Ядерный топливный цикл. Научная конф. Минатома РФ, Москва, шонь 2000 (М.: Министерство Российской Федерации по атомной энергии, 2001) с. 65
- 2. Ohkawa T, Miller R L Phys. Plasmas 9 5116 (2002)
- 3. Cluggish B P et al. *Phys. Plasmas* **12** 057101 (2005)
- 4. Fetterman A J, Fisch N J Phys. Plasmas 18 103503 (2011)

- Ковтун Ю В, Скибенко Е И, Юферов В Б Вопр. атом. науки и техн. Сер. Физика радиационных повреждений и радиационное материаловедение (1-2) 149 (2008)
- Скибенко Е И и др. ЖТФ 79 (9) 138 (2009); Skibenko E I et al. Tech. Phys. 54 1380 (2009)
- 7. Fetterman A J, Fisch N J Phys. Plasmas 18 094503 (2011)
- Волосов В И Физика плазмы 23 811 (1997); Volosov V I Plasma Phys. Rep. 23 751 (1997)
- 9. Fetterman A J, Fisch N J *Plasma Sources Sci. Technol.* **18** 045003 (2009)
- Смирнов В П и др., в сб. Физико-химические процессы при селекции атомов и молекул: Сб. докладов IX Всерос. (Междунар.) науч. конф., 4–8 окт. 2004 г., Звенигород (Под ред. Ю А Колесникова) (М.: ЦНИИатоминформ, ТРОВАНТ, 2004) с. 7
- 11. Смирнов В П и др. Физика плазмы **39** 523 (2013); Smirnov V P et al. *Plasma Phys. Rep.* **39** 456 (2013)
- 12. Морозов А И Введение в плазмодинамику (М.: Физматлит, 2006)
- 13. Жильцов В А и др. *Атомная энергия* **101** 302 (2006); Zhil'tsov V A et al. *Atom. Energy* **101** 755 (2006)
- Тимофеев А В Физика плазмы 26 667 (2000); Timofeev A V Plasma Phys. Rep. 26 626 (2000)
- Карчевский А И, Муромкин Ю А, в кн. Изотопы: свойства, получение, применение (Под ред. В Ю Баранова) Т. 1 (М.: Физматлит, 2005) с. 307
- Долголенко Д А, Муромкин Ю А УФН 179 369 (2009);
 Dolgolenko D A, Muromkin Yu A Phys. Usp. 52 345 (2009)
- 17. Eubank H P, Wilkerson T D Phys. Fluids 4 1407 (1961)
- 18. Eubank H P, Wilkerson T D Phys. Fluids 6 914 (1963)
- Сафронов Б Г, Войценя В С, Коновалов И И ЖТФ 32 678 (1962); Safronov B G, Voitsenya V S, Konovalov I I Sov. Phys. Tech. Phys. 7 495 (1962)
- 20. Войценя В С и др. ЖТФ **34** 280 (1964); Voitsenya V S et al. Sov. *Phys. Tech. Phys.* **9** 221 (1964)
- Войценя В С и др., в сб. Физика плазмы и проблемы управляемого термоядерного синтеза Вып. 1 Исследование плазменных сгустков (Харьков: Изд-во АН УкрССР, 1965) с. 119
- 22. Compant La Fontaine A et al. J. Phys. D Appl. Phys. **31** 847 (1998)
- Compant La Fontaine A, Louvet P Plasma Sources Sci. Technol. 8 125 (1999)
- Тимофеев А В Физика плазмы 35 989 (2009); Timofeev A V Plasma Phys. Rep. 35 912 (2009)
- IAEA. Nuclear Data for Safeguards, http://www-nds.iaea.org/ sgnucdat/c1.htm#92-Pu-239
- Михайловский А Б *Теория плазменных неустойчивостей* Т. 2 (М.: Атомиздат, 1971); Mikhailovskii A B *Theory of Plasma Instabilities* Vol. 2 (New York: Consultants Bureau, 1974)
- Белавин М И, Звонков А В, Тимофеев А В, Патент РФ № 742900 от 5.07.1993
- Тимофеев А В Физика плазмы 33 971 (2007); Timofeev A V Plasma Phys. Rep. 33 890 (2007)
- Тимофеев А В, Куянов А Ю Физика плазмы 36 991 (2010);
 Timofeev A V, Kuyanov A Yu Plasma Phys. Rep. 36 931 (2010)
- 30. Mack J M, Radziemski L J *Physica B* + *C* **102** 66 (1980)
- Фортов В Е (Гл. ред.) Энциклопедия низкотемпературной плазмы Вводный том, Кн. 1 (М.: Наука, 2000)
- 32. Лонгинов А В, Степанов К Н, в сб. Высокочастотный нагрев плазмы: Материалы Всесоюз. совещания, Горький, 21–25 июня 1982 г. (Отв ред. А Г Литвак) (Горький: ИПФ АН СССР, 1983) с. 105; Longinov A V, Stepanov K N, in High-Frequency Plasma Heating (Ed. A G Litvak) (New York: American Institute of Physics, 1992) p. 93
- Stix T H The Theory of Plasma Waves (New York: McGraw-Hill, 1962); Стикс Т Теория плазменных волн (М.: Атомиздат, 1965)
- Compant La Fontaine A, Pashkovsky V G Phys. Plasmas 2 4641 (1995)
- Тимофеев А В Физика плазмы 31 1087 (2005); Timofeev A V Plasma Phys. Rep. 31 1012 (2005)
- Тимофеев А В УФН 176 1227 (2006); Timofeev A V Phys. Usp. 49 1197 (2006)
- Тимофеев А В Физика плазмы 37 60 (2011); Timofeev A V Plasma Phys. Rep. 37 56 (2011)

- Abramowitz M, Stegun I A (Eds) Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables (New York: Dover Publ., 1972); Абрамовиц М, Стиган И (Ред.) Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами (М.: Наука, 1979)
- Тимофеев А В Резонансные явления в колебаниях плазмы (М.: Физматлит, 2009)
- 40. Canobbio E Nucl. Fusion 9 27 (1969)
- Кадомцев Б Б Коллективные явления в плазме (М.: Наука, 1976); Kadomtsev B B, in Reviews of Plasma Physics Vol. 22 (Ed. V D Shafranov) (New York: Kluwer Acad./Plenum Publ., 2001) p. 1
- 42. Лазько В С *Физика плазмы* **20** 523 (1994); Laz'ko V S *Plasma Phys. Rep.* **20** 470 (1994)
- 43. Palmadesso P, Schmidt G Phys. Fluids 14 1411 (1971)
- Кадомцев Б Б, в сб. Вопросы теории плазмы Вып. 4 (Под ред. М А Леонтовича) (М.: Госатомиздат, 1964) с. 188; Kadomtsev B B Plasma Turbulence (London: Academic Press, 1965)
- 45. Krasheninnikov S I, D'Ippolito D A, Myra J R J. Plasma Phys. 74 679 (2008)
- Тимофеев А В Физика плазмы 19 940 (1993); Timofeev A V Plasma Phys. Rep. 19 488 (1993)
- 47. Schmidt G Phys. Fluids 3 961 (1960)
- 48. Alterkop B et al. J. Appl. Phys. 79 6791 (1996)

- Паперный В Л, Красов В И Физика плазмы 37 1057 (2011); Papernyi V L, Krasov V I Plasma Phys. Rep. 37 988 (2011)
- Брагинский С И, в сб. Вопросы теории плазмы Вып. 1 (Под ред. М А Леонтовича) (М.: Госатомиздат, 1963) с. 183; Braginskii S I, in Reviews in Plasma Physics Vol. 1 (Ed. M A Leontovich) (New York: Consultants Bureau, 1965) p. 205
- Longmire C L Elementary Plasma Physics (New York: Interscience Publ., 1963); Лонгмайр К Физика плазмы. Элементарный курс (М.: Атомиздат, 1966)
- 52. Кадомцев Б Б Основы физики плазмы токамака (Итоги науки и техники. Сер. Физика плазмы, Т. 10, Ч. 1, Под ред. В Д Шафранова) (М.: ВИНИТИ, 1991) с. 3; Kadomtsev B B Tokamak Plasma: A Complex Physical System (Bristol: Institute of Physics Publ., 1992)
- Тимофеев А В *Письма в ЖЭТФ* 97 7 (2013); Timofeev A V JETP Lett. 97 5 (2013)
- 54. Chen F F, in *Plasma Diagnostic Techniques* (Eds R H Huddlestone, S L Leonard) (New York: Academic Press, 1965) p. 113; Чен Ф, в сб. *Диаеностика плазмы* (Под ред. Р Хаддлстоуна, С Леонарда) (М.: Мир, 1967) с. 94
- Ландау Л Д, Лифшиц Е М Гидродинамика (М.: Наука, 1986); Landau L D, Lifshitz E M Fluid Mechanics (Oxford: Pergamon Press, 1987)

On the theory of plasma processing of spent nuclear fuel

A.V. Timofeev

National Research Centre "Kurchatov Institute", pl. Akademika Kurchatova 1, 123182 Moscow, Russian Federation E-mail: avtim@nfi.kiae.ru, timofeev_av@nrcki.ru

This paper reviews the current theory of the processing of spent nuclear fuel by a plasma method using ion cyclotron heating. The method consists of selectively heating ash ions followed by extracting them from the cold plasma flow. It is shown that these processes are realizable for moderate values of system parameters. Through the analysis of spent fuel processing data, the paper yields results useful for other applications. A theory of helical wire antennas that are often used in plasma research is developed. A new interpretation is offered for the amplification of a HF electric field excited by such antennas. The concept of spatial instability is introduced for the stationary flow of a continuous medium, a phenomenon that leads to the downstream enhancement of perturbations due to nonmoving objects and can occur, for example, in a subsonic plasma flow along the magnetic field.

PACS numbers: 28.41.Kw, 52.30.-q, 52.35.Tc, 52.40.Fd, 52.50.-b

Bibliography — 55 references

Uspekhi Fizicheskikh Nauk 184 (10) 1101-1133 (2014)

Received 2 October 2013, revised 7 November 2013

DOI: 10.3367/UFNr.0184.201410g.1101

Physics-Uspekhi 57 (10) (2014)