

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ**Чёрные дыры в присутствии тёмной энергии**

Е.О. Бабичев, В.И. Докучаев, Ю.Н. Ерошенко

Представлен обзор новой активно развивающейся области теоретических исследований — взаимодействия тёмной энергии с чёрными дырами, включая аккрецию тёмной энергии на чёрные дыры. Под тёмной энергией понимается широкий класс полевых моделей, а также идеальная жидкость с различными уравнениями состояния, в том числе космологическая тёмная энергия. Анализируются различные модели аккреции как в простейшем приближении пробной жидкости, так и с учётом обратной реакции на метрику чёрной дыры. Рассматривается поведение различных типов тёмной энергии вблизи шварцшильдовских и заряженных чёрных дыр. Обсуждаются различные нетривиальные эффекты, связанные с присутствием тёмной энергии вблизи чёрных дыр. В частности, объясняются физические причины уменьшения массы чёрной дыры в случае аккреции фантомной энергии, когда нарушаются исходные энергетические требования знаменитой теоремы о неуменьшении площади горизонта классических чёрных дыр. Обсуждается принципиальная возможность выхода сигналов из-под горизонта чёрной дыры для некоторых моделей тёмной энергии и нарушение законов термодинамики для чёрных дыр в присутствии неканонических полей.

PACS numbers: 04.70.Bw, 04.70.Dy, 95.36.+x, 98.80.Cq

DOI: 10.3367/UFNr.0183.201312a.1257

Содержание

1. Введение (1257).
2. Стационарная аккреция (1260).
 - 2.1. Аккреция в ньютоновском приближении.
 - 2.2. Релятивистская аккреция идеальной жидкости.
 - 2.3. Аккреция жидкости с линейным уравнением состояния.
3. Аккреция фантомной энергии и судьба чёрных дыр (1264).
 - 3.1. Нарушение энергетических условий и фантомная энергия.
 - 3.2. Аккреция фантомной энергии.
 - 3.3. Термодинамика фантомной энергии.
 - 3.4. Судьба чёрных дыр во Вселенной, приближающейся к Большому разрыву.
4. Неканонические скалярные поля и чёрные дыры (1267).
 - 4.1. Идеальная жидкость как скалярное поле.
 - 4.2. Индуцированная метрика и причинная структура.
 - 4.3. Можно ли заглянуть за горизонт чёрной дыры?
 - 4.4. Духовой конденсат в поле чёрной дыры.
 - 4.5. Аккреция галилеона.
5. Аккреция с учётом обратного влияния (1274).
 - 5.1. Приближение к экстремальному состоянию и недостаточность модели пробной жидкости.
 - 5.2. Теория возмущений и поправки к метрике.
 - 5.3. Аккреция тонких оболочек.
6. Заключение (1277).

Список литературы (1277).**1. Введение**

Одним из наиболее важных открытий в космологии на рубеже XX и XXI вв. стало обнаружение ускоренного расширения Вселенной [1–3]. Помимо данных об ускоренном расширении, следующих из наблюдений далёких сверхновых типа Ia, получены независимые подтверждения на основе измерений флуктуаций реликтового излучения (интегрального эффекта Сакса – Вольфа) крупномасштабного распределения галактик и гравитационного линзирования. Согласно интерпретации ускоренного расширения в рамках общей теории относительности (ОТО) Эйнштейна и космологии Фридмана, существует некая форма материи с отрицательным давлением, приблизительно равным по абсолютной величине её плотности (в единицах, в которых скорость света $c = 1$) [4–7]. Эта материя, называемая тёмной энергией, стала доминировать во Вселенной начиная с красных смещений $z \sim 0,5–1,0$, и сейчас её вклад в космологическую плотность составляет $\approx 70\%$. Современное состояние проблемы тёмной энергии представлено, в частности, в обзора [8–12].

Важно отметить, что носитель тёмной энергии пока неизвестен. Термин "тёмная энергия" отражает лишь наблюдательно установленные свойства этого вещества: слово "тёмная" отражает его невидимость при любых методах наблюдений, кроме гравитационных, а "энергия" означает, что это вещество обладает тензором энергии-импульса, обнаруживаемым посредством уравнений Фридмана. Важным свойством носителя, которое не отражено в термине "тёмная энергия", является отрицательное давление, сравнимое по величине с плотностью.

Е.О. Бабичев. Laboratoire de Physique Théorique d'Orsay CNRS UMR 8627, Université Paris-Sud 11 91405 Orsay Cedex, France
E-mail: eugeny.babichev@th.u-psud.fr

В.И. Докучаев, Ю.Н. Ерошенко. Институт ядерных исследований РАН, просп. 60-летия Октября 7а, 117312 Москва, Российская Федерация
E-mail: dokuchaev@inr.ac.ru, eroщенко@inr.ac.ru

Статья поступила 25 марта 2013 г., после доработки 7 июня 2013 г.

Какова бы ни была природа тёмной энергии, эффективно ей можно приписать давление и плотность, а также ввести их отношение, называемое параметром уравнения состояния $w \equiv p/\rho$. Введённая Эйнштейном космологическая постоянная (Λ -член) [13], и им же вследствии отвергнутая после знакомства (см. [14, 15]) с работой Александра Фридмана [16] (см. также [17]) и ввиду наблюдательных данных о нестационарности Вселенной [18], вновь возродилась в результате прогресса наблюдательной физики, приведшего к обнаружению тёмной энергии.

В настоящее время список предложенных моделей тёмной энергии достаточно велик, очень разнообразен по идеям, и он постоянно обновляется (см., например, обзор теоретических моделей в [19]). Введение космологического Λ -члена требует, чтобы плотность энергии вакуума имела очень малую (наблюдаемую сейчас) величину, что требует невероятно тонкой настройки (fine-tuning) параметров теории поля [20]. По этой причине вместо введения Λ -члена были предложены модели динамической тёмной энергии с $w \neq -1$. В качестве примеров можно упомянуть популярные модели скалярного поля с пологим потенциалом ("квантэссенция") [21–27] и модели с нетривиальным кинетическим членом (" k -эссенция") [28–30], конденсат дубров [31], галилеоны [32–35]. Обсуждались также разнообразные обобщения и модификации ОТО, в которых тёмная энергия возникает эффективно (так называемая геометрическая тёмная энергия) [36, 37]. В связи с этим можно упомянуть скалярно-тензорные теории [38–41], в том числе $f(R)$ -гравитацию (см., например, обзор [42]), многомерные модели (см. обзор [43]), массивную гравитацию [44, 45]. Предлагались модели материи, которая на больших масштабах имела бы свойства тёмной энергии, а на малых масштабах имитировала бы тёмную материю (скрытую массу) [46]. Рассматривались также модели, в которых видимое ускоренное расширение Вселенной является следствием усреднения мелкомасштабных неоднородностей плотности, оказывающих обратное влияние на фоновую метрику [47]. Также предлагалось объяснение тёмной энергии в виде фона гравитационных волн [48].

Интересно отметить, что современные данные не исключают варианта, в котором тёмная энергия во Вселенной является так называемой фантомной энергией [49, 50] — веществом с эффективным параметром уравнения состояния $w < -1$. Действительно, недавние результаты космической обсерватории Planck в сочетании с данными по поляризации, полученными космическим аппаратом WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe), а также данными по акустическим осцилляциям дают параметр $w = -1,13^{+0,23}_{-0,25}$ [51], для которого среднее измеренное значение немного сдвинуто в отрицательную сторону.

Различные аспекты фантомной космологии рассмотрены во многих работах (см., например, [12, 36]). Одним из экстравагантных космологических сценариев с доминирующей фантомной тёмной энергией является возможность Большого разрыва (Big Rip) [49, 50]. В таком сценарии космологическая плотность фантомной энергии и масштабный фактор Вселенной стремятся к бесконечности за конечное время, поэтому разрушаются все связанные объекты на масштабах применимости эффективного описания фантомной энергии.

Следует, однако, отметить что простейшие модели фантомной энергии неустойчивы, в частности из-за присутствия дубров, приводящих к неустойчивости вакуума. Бесконечно быструю неустойчивость можно свести к конечной по времени неустойчивости введением ультрафиолетового (УФ) обрезания [52, 53], что, однако, требует нарушения лоренц-инвариантности теории. В более сложных полевых моделях удаётся достичь устойчивости, по крайней мере, на протяжении ограниченного периода космологической эволюции [54, 55]. В модели галилеона фантомное уравнение состояния не является чем-то специальным, а именно, благодаря присущему модели "цеплению" гравитона и скалярного поля (перемешивание кинетических членов) довольно просто получить устойчивый фантомный режим [56].

Эволюция тёмной энергии чаще всего рассматривается в контексте космологических задач, в которых однородная тёмная энергия определяет динамику космологического расширения. Но интересно также изучить поведение тёмной энергии и вообще различных видов материи в сильных гравитационных полях, в частности вблизи чёрных дыр (ЧД). Согласно данным современных наблюдений космическими и гигантскими наземными телескопами, сверхмассивные чёрные дыры существуют практически в каждой массивной (структурированной) галактике [57]. Не исключено, что затравками ЧД в ядрах галактик служили первичные ЧД, образовавшиеся на докосмической стадии. Предлагается также вариант, в котором даже сам хаббловский поток во Вселенной можно рассматривать как обращённый по времени гравитационный коллапс вещества в чёрную дыру, т.е. Вселенная в этой модели является внутренностью белой дыры [58]. Уже практически нет сомнений в существовании сверхмассивных ЧД в ядрах галактик и ЧД звёздных масс — остатков звёздной эволюции, и на повестке дня стоят выяснение свойств ЧД и исследование взаимодействия с ними различных веществ и полей, в частности тёмной энергии.

В данном обзоре мы уделяем большое внимание проблеме акреции тёмной энергии (и, вообще, различных типов материи) на ЧД. Необходимо отметить, что темп акреции тёмной энергии на астрофизические ЧД в большинстве случаев пренебрежимо мал по сравнению с темпом акреции окружающей барионной материи. Следовательно, задача об акреции тёмной энергии с точки зрения астрофизики является чисто академической. С другой стороны, ЧД — это чрезвычайно ценные объекты для изучения с фундаментальной точки зрения, поскольку они представляют собой в некотором роде "полигон" для испытания разных типов материи. В связи с этим задача об акреции становится актуальной, так как позволяет в некоторых случаях получить точные решения и, что более важно, исследовать различные физические эффекты, порождаемые материей того или иного типа в поле ЧД.

История исследований акреции идеальной жидкости на компактный объект начинается с работ Хойла и Литтлтона [59] и Бонди и Хойла [60], в которых рассматривались области вдали от горизонта событий, так что задача могла считаться нерелятивистской. Затем вопросы акреции в ньютонаевском пределе были разобраны в классической работе Бонди [61]. Устойчивость акреции Бонди относительно малых возмущений исследована в [62]. Обобщения для случая акреции релятиви-

вистского газа выполнено Мишелом [63] (см. также дополнения к решению Мишеля в [64–68] и подробности об истории развития теории акреции в [69]).

Надо отметить, что в упомянутых выше работах по акреции падающее вещество обычно предполагается пробным, т.е. обратное влияние жидкости на метрику считается малым. Однако при рассмотрении, например, образования первичных ЧД во Вселенной такое приближение недостаточно хорошо работает, поэтому необходимо решать полную систему уравнений. Впервые задача о формировании и эволюции первичных ЧД была сформулирована Зельдовичем и Новиковым [70]. Позднее Кэрр и Хокинг [71] решали задачу об акреции пыли и излучения на первичную ЧД сразу после её рождения и на последующих стадиях. Кэрр и Хокинг решали полную систему уравнений Эйнштейна, принимая во внимание обратную реакцию окружающей жидкости. Эта идея получила дальнейшее развитие во многих работах (см., например, [72–79]). В частности, динамика горизонта событий при коллапсе и акреции исследована в [80].

Модели акреции на астрофизические ЧД, в том числе акреция из акреционных дисков с учётом магнитных полей и реалистичной термодинамики вещества, интенсивно развивались во многих работах (см., например, обзоры [81–83] и монографию [84]).

В данном обзоре мы не касаемся задач с магнитной гидродинамикой. Мы рассматриваем класс задач, в которых уравнение состояния несколько упрощено и идеализировано. Более того, практически во всех наших расчётах мы полагаем акрецию сферически-симметричной. Подобное упрощение позволяет получать точные решения и исследовать принципиальные вопросы о внутренней структуре и судьбе чёрных дыр.

Обобщение задачи об акреции Бонди–Мишела в приложении к тёмной энергии было предложено в [85, 86]. В этих работах тёмная энергия моделируется идеальной жидкостью с общим уравнением состояния $p = p(\rho)$ и решается проблема сферически-симметричной акреции на чёрные дыры. В частности, в [85] рассмотрена акреция на ЧД Шварцшильда во Вселенной, заполненной фантомной эволюционирующей энергией, когда тёмная энергия одновременно определяет динамику расширения Вселенной и эволюцию акрецирующей ЧД.

В [76, 87] обсуждаются автомодельные решения для ЧД на космологическом фоне и ставится вопрос о том, может ли ЧД расти со скоростью расширения космологического горизонта.

Акреция тёмной энергии на реальные астрофизические ЧД (ЧД с промежуточными массами в шаровых звёздных скоплениях) обсуждалась в [88], и был сделан вывод, что в данной ситуации акреция тёмной энергии не приводит к наблюдательным следствиям.

Отметим, что задача об акреции идеальной жидкости может быть переформулирована (при некоторых предположениях) в терминах скалярного поля, обладающего сдвиговой симметрией. Однако скалярное поле с нетривиальным потенциалом не может быть представлено в терминах идеальной жидкости. Поэтому имеет смысл ставить задачу об акреции скалярного поля, так как различные скалярные поля являются кандидатами на роль тёмной энергии.

В [89–95] изучалось поведение скалярного поля с каноническим кинетическим членом вблизи ЧД для различных потенциалов $V(\phi)$ и были получены некото-

рые аналитические решения для эволюции масс ЧД. В [96] показано, что акреция конденсата дубов (полей специального вида) на ЧД может идти чрезвычайно эффективно (см., однако, критику этого подхода в [97]).

Именно изучение различных видов материи вблизи ЧД — а в большинстве случаев такая материя появляется вначале как модель тёмной энергии — часто даёт интересные и неожиданные результаты, которые мы обсудим в настоящем обзоре. Одним из первых таких результатов явилось уменьшение массы ЧД в процессе акреции фантомной энергии [85, 86, 98] (см. также [99]). Уменьшение массы ЧД происходит потому, что поток энергии идеальной жидкости пропорционален величине $\rho + p$, которая для фантомной энергии отрицательна по определению (см., например, [100]). Массы всех ЧД постепенно стремятся к нулю в заполненной фантомной энергией Вселенной, приближающейся к Большому разрыву [85]. Подобное уменьшение масс ЧД связано с нарушением слабого энергетического условия $\rho + p \geq 0$, которое лежит в основе теорем о неуменьшении площади поверхности классических (без учёта квантовых эффектов) ЧД [101]. Вывод о том, что акреция скалярного поля с неминимальной связью, нарушающего энергетические условия, приведёт к уменьшению массы ЧД, ранее был сформулирован в [98] (см. также более позднюю работу [102] на эту тему). Уменьшение площади горизонта ЧД при акреции фантомного скалярного поля подтверждено численными расчётами в [103, 104], где также показано, что это уменьшение не является артефактом выбора координат.

В последнее время обсуждается даже акреция экзотической жидкости с отрицательной плотностью, возможность которой в ОТО формально не исключается [105–108]. В реальном мире такой жидкости могут соответствовать некоторые квантовые системы, например плотность энергии Казимира.

Другим предельным случаем, противоположным случаю сверхмассивных ЧД в ядрах галактик, можно назвать гипотетические микроскопические ЧД, которые могут возникать из-за эффектов квантовой гравитации. Микроскопические ЧД обсуждались также и с практической точки зрения в связи с гипотезами о их возможном рождении на крупнейших ускорителях, согласно моделям с дополнительными измерениями.

Для микроскопических ЧД большую роль может играть их заряд. Исследование заряженных ЧД важно для прояснения принципиальных моментов теории гравитации. В частности, интересно выяснить свойства акреции на заряженные ЧД и характер изменения пространства-времени ЧД в процессе акреции. Исследование заряженных ЧД представляет интерес также с точки зрения существования экстремальных ЧД, являющихся в некотором роде пограничным состоянием между чёрными дырами и "голыми сингулярностями". Отметим, что экстремальное состояние заряженной ЧД формально может быть достигнуто за конечное время при акреции фантомной энергии при условии, что жидкость остаётся пробной [109–111]. Однако обратная реакция гравитации тёмной энергии на метрику может воспрепятствовать превращению ЧД в голую сингулярность — в соответствии с третьим законом термодинамики чёрных дыр [112].

Акреция фантомного поля на заряженные ЧД в теории с 5-мерным (5D) пространством-временем исследо-

дovана в [113] и в результате сделан вывод, что в 5D-случае ЧД не может перейти через экстремальное состояние и голая сингулярность при аккреции не образуется. В 4D-случае такой однозначный вывод сделать нельзя.

Если в каком-нибудь физическом процессе голая сингулярность каким-то образом всё же смогла образоваться, то представляет интерес исследование тёмной энергии вблизи этой сингулярности. При некоторых предположениях аккреция для определённых типов материи возможна и на голую сингулярность. Однако при консервативных физических предположениях идеальная жидкость не аккрецируется на голую сингулярность Рейснера–Нордстрёма [111, 114], вместо этого вокруг голой сингулярности возникает статическая атмосфера. Аналогичный результат для керровской (с угловым моментом) голой сингулярности получен в [115] численным методом.

Ещё один интересный эффект, связанный с аккрецией, — это возможность заглянуть внутрь "обычного" горизонта ЧД при аккреции некоторых неканонических скалярных полей [116, 117]. Дело в том, что даже лоренц-инвариантные теории скалярного поля, вообще говоря, допускают сверхсветовое распространение возмущений на нетривиальных конфигурациях, когда световой конус лежит внутри "звукового". Этот эффект может найти интересные приложения в космологии [118, 119]. Заметим, что в таких теориях свойство причинности становится очень нетривиальным и требует сложного исследования. Например, задача Коши может быть решена не при любых начальных данных [120–123]. Благодаря наличию таких "сверхсветовых" полей в гравитационном поле ЧД появляется возможность "заглянуть" внутрь ЧД.

Как мы упоминали выше, обычно в аналитических исследованиях проблемы аккреции делается предположение о пробной жидкости. Представляет, однако, большой интерес аналитическое исследование роли обратного влияния жидкости на метрику. Но эта проблема очень сложна, известно лишь несколько аналитических решений, в которых учитывается обратная реакция. К таким решениям относятся, в частности, знаменитое решение Толмена об аккреции пыли на ЧД [124, 125], а также решение Вайды [126–129], которое описывает ЧД, окружённую радиально движущимся излучением. Существует также обобщение решения Вайды, которое включает в себя тензор энергии-импульса более общего вида (см., например, [130]).

Возможен также иной подход к проблеме: вместо решения точной задачи об обратном влиянии использовать метод теории возмущений. Например, таким путём в [131] найдены поправки к метрике ЧД, испаряющейся по Хокингу, связанные с гравитационным полем исходящего излучения. В [132, 133] для случая аккреции вещества с произвольным уравнением состояния найдены малые поправки к метрике, обусловленные обратным влиянием. Хотя этот метод не позволяет найти поправки большой величины, он даёт довольно общие результаты и позволяет получить условия, при которых из-за обратного влияния перестаёт действовать формализм последовательных приближений. Другой полезный аналитический подход заключается в использовании формализма тонких самогравитирующих оболочек. Этот метод был сформулирован в работах Израэля [134, 135] и затем получил развитие во многих работах (см. обзор

проблемы и ссылки в [136]). Как оказалось, этим методом можно моделировать также аккрецию на ЧД фантомной энергии.

2. Стационарная аккреция

В этом разделе мы рассмотрим наиболее простой случай сферически-симметричной стационарной аккреции тёмной энергии, моделируемой идеальной жидкостью. При этом жидкость предполагается пробной, т.е. она движется в заданном внешнем гравитационном поле, а её собственным полем гравитации можно пренебречь. Это условие выполняется для достаточно лёгких жидкостей. Условие стационарности предполагает, что масса ЧД возрастает медленно, так что распределение жидкости на рассматриваемых пространственно-временных масштабах успевает перестроиться в соответствии с изменяющейся метрикой ЧД.

2.1. Аккреция в ньютоновском приближении

Ранние расчёты процессов аккреции на центральную массу проводились в ньютоновском приближении. Задавался гравитационный потенциал $V = -GM/r$, в котором двигалось пробное вещество. Если частицы вещества слабо взаимодействуют между собой, т.е. длина их свободного пробега много больше характерных масштабов, то аккреция описывается режимом пылевидной материи. Темп аккреции при этом определяется геометрическими размерами аккрецирующего тела с учётом гравитационной фокусировки. Если частицы принадлежат какой-либо устойчивой системе, например представляют собой звёзды в шаровом скоплении, то за динамическое время (время одного пролёта через систему) на ЧД упадут частицы с малыми угловыми моментами (или, как говорят, из "конуса потерь"), а затем темп аккреции уменьшится.

Темп аккреции для сплошной среды может быть значительно больше, чем в случае невзаимодействующих частиц, поскольку взаимодействие частиц среды приводит к изменению направлений их импульсов и непрерывному заполнению конуса потерь. В расчётах аккреции важную роль играет коллективная скорость среды v на бесконечности. В случае невзаимодействующих частиц эта скорость вместе с прицельным параметром определяют возможность падения частицы на ЧД [59] и темп аккреции $\dot{M} \propto v^{-3}$. Если среда является сплошной, то в результатах расчётов наряду с v войдёт скорость звука в среде, что впервые было показано в классической работе Бонди [61] (поэтому данный случай обычно называют "аккрецией Бонди").

Темп сферически-симметричной стационарной аккреции сплошной среды с политропным уравнением состояния рассчитывается посредством решения уравнения Бернулли

$$-\frac{GM}{r} + \frac{v^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p}{\rho} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \frac{p_\infty}{\rho_\infty} \quad (1)$$

и уравнения неразрывности

$$v = \frac{\dot{M}}{4\pi\rho r^2}, \quad (2)$$

где константа \dot{M} определяет темп возрастания массы ЧД, γ — показатель политропы. Скорость звука для рассматриваемого политропного уравнения состояния

$c_s = \sqrt{rp/\rho}$. В координатах (c_s, v) уравнения (1) и (2) представляют собой эллипс и гиперболу соответственно. Они могут или не иметь точек пересечения, или пересекаться в одной либо двух точках. Касание этих кривых всегда происходит на биссектрисе, где скорость течения вещества становится равной скорости звука и дозвуковой режим течения сменяется сверхзвуковым. Мы здесь не будем подробно описывать свойства акреции в ньютоновском приближении, так как этот случай детально разобран во множестве обзоров и монографий (см., например, очень ясное изложение в [137]).

2.2. Релятивистская акреция идеальной жидкости

Рассмотрим релятивистскую акрецию жидкости с ненулевым давлением. Метрика Шварцшильда, соответствующая незаряженной невращающейся ЧД с массой M , имеет вид

$$ds^2 = f dt^2 - f^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2), \quad (3)$$

где

$$f = 1 - \frac{2M}{r}.$$

Используются единицы измерения, в которых $c = G = 1$. Будем рассматривать акрецию идеальной жидкости с тензором энергии-импульса

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p) u_\mu u_\nu - pg_{\mu\nu}, \quad (4)$$

где ρ и p — соответственно плотность и давление жидкости в её системе покоя, $u^\mu = dx^\mu/ds$ — 4-скорость жидкости, нормируемая условием $u^\mu u_\mu = 1$. Мы предполагаем, что давление зависит только от плотности, $p = p(\rho)$, и пока считаем эту зависимость произвольной. Достаточно широкий класс веществ можно точно или в некотором приближении представлять идеальной жидкостью (4).

Мишель [63] нашёл общерелятивистское решение для сферически-симметричной акреции обычного (барионного) вещества, рассматриваемого как пробная жидкость без учёта обратного влияния на метрику, из уравнений сохранения потоков массы и энергии в метрике Шварцшильда. Сохранение потока массы совпадает с требованием сохранения числа частиц в случае газа. При описании тёмной энергии идеальной жидкостью наличия частиц не предполагается вовсе. В этом случае для описания акреции надо несколько видоизменить расчёты, так чтобы сохранения числа частиц вообще не требовалось [85]. Можно также формально ввести функцию n , выражаемую через уравнение состояния тёмной энергии $p(\rho)$ по формуле $dn/n = dp/(\rho + p(\rho))$, при этом, если среда состоит из сохраняющихся частиц, n совпадёт с их концентрацией [86].

Возьмём проекцию закона сохранения тензора энергии-импульса $T^{\mu\nu}_{;\nu} = 0$ на направление 4-скорости, $u_\mu T^{\mu\nu}_{;\nu} = 0$. Это даёт уравнение непрерывности для идеальной жидкости

$$u^\mu \rho_{,\mu} + (\rho + p) u^\mu_{;\mu} = 0. \quad (5)$$

Из (5) находим следующий интеграл движения (аналог закона сохранения энергии):

$$ux^2 \frac{n}{n_\infty} = -A, \quad (6)$$

где безразмерный радиус $x \equiv r/M$,

$$\frac{n}{n_\infty} \equiv \exp \left(\int_{\rho_\infty}^{\rho} \frac{d\rho'}{\rho' + p(\rho')} \right), \quad (7)$$

$u = dr/ds < 0$ в случае потока к центру (акреция), $A > 0$ — безразмерная постоянная, которая будет найдена в разделе 2.3.

Интегрирование временной компоненты закона сохранения $T^{0v}_{;\nu} = 0$ даёт другой интеграл движения:

$$(\rho + p)(f + u^2)^{1/2} x^2 u = C_1, \quad (8)$$

где $u \equiv dr/ds$, $C_1 = \text{const}$. Из (6) и (8) легко получаем

$$\frac{\rho + p}{n}(f + u^2)^{1/2} = C_2, \quad (9)$$

где

$$C_2 \equiv \frac{-C_1}{A} = \frac{\rho_\infty + p(\rho_\infty)}{n(\rho_\infty)},$$

ρ_∞ — плотность энергии на бесконечности. Уравнения (6) и (9) вместе с уравнением состояния жидкости $p = p(\rho)$ составляют замкнутую систему, описывающую акрецию тёмной энергии на ЧД.

В процессе акреции масса чёрной дыры изменяется по закону $\dot{M} = -4\pi r^2 T_0^r$, следующему из интерпретации компоненты T_0^r как потока энергии. С учётом (6) и (9) последнее выражение может быть преобразовано в следующее:

$$\dot{M} = 4\pi A M^2 (\rho_\infty + p_\infty). \quad (10)$$

Этот важный результат далее будет использоваться в разных разделах обзора. Забегая вперёд, отметим, что из (10) следует уменьшение массы ЧД при акреции фантомной энергии, характеризующейся условием $\rho_\infty + p(\rho_\infty) < 0$.

Константа C_2 определяется граничным условием на бесконечности. Из уравнений (6), (9) и (10) можно найти плотность и скорость жидкости на горизонте событий. Для вычисления A в (6) и, соответственно, потока энергии на ЧД делается физическое предположение, что поток испытывает гладкий переход через критическую точку (см. подробности в [63, 82, 83, 138]). А именно, дифференцируя уравнения (6) и (9), получаем соотношение

$$\frac{du}{u} \left[V^2 - \frac{u^2}{1 - 2/x + u^2} \right] + \frac{dx}{x} \left[2V^2 - \frac{1}{x(1 - 2/x + u^2)} \right] = 0. \quad (11)$$

В процессе вычислений сначала возникает параметр с размерностью скорости

$$V^2 = \frac{n}{\rho + p} \frac{d(\rho + p)}{dn} - 1, \quad (12)$$

который с учётом (7) оказывается равным квадрату скорости звука в среде:

$$V^2 = c_s^2(\rho) = \frac{\partial p}{\partial \rho}. \quad (13)$$

Для однозначности решения обе квадратные скобки в (11) необходимо приравнять нулю, и тогда получившиеся уравнения определят критическую точку. Таким образом из (11) находим параметры критической точки:

$$u_*^2 = \frac{1}{2x_*}, \quad V_*^2 = \frac{u_*^2}{1 - 3u_*^2}, \quad (14)$$

где индексом * отмечены величины, взятые в критической точке.

Из уравнений (9), (10), (13) и (14) получаем следующее соотношение:

$$\frac{\rho_* + p(\rho_*)}{n(\rho_*)} = (1 + 3c_s^2(\rho_*))^{1/2} \frac{\rho_\infty + p(\rho_\infty)}{n(\rho_\infty)}, \quad (15)$$

которое даёт ρ_* для любого $p = p(\rho)$. Из выписанных уравнений можно найти и все остальные величины задачи, в том числе константу A . Заметим, что в случаях $c_s^2 < 0$ или $c_s^2 > 1$ критической точки вне горизонта ($x_* > 1$) не существует. Это имеет простую интерпретацию: решение имеет критическую точку, если скорость жидкости возрастает от дозвуковых значений до сверхзвуковых. В случае $c_s^2 < 0$ скорость жидкости никогда не пересекает такую точку. Если $c_s^2 > 1$, то критическая точка может возникнуть внутри ($x_* < 1$) горизонта событий (см. раздел 4).

На рисунке 1 показано несколько решений с различными потоками вместе с единственным корректным решением, проходящим через критическую точку.

Рассматриваемая здесь проблема акреции на ЧД является самосогласованной, если: 1) аккрецируемая жидкость является лёгкой; 2) масса ЧД возрастает медленно (стационарный предел). Для того чтобы удовлетворить этим условиям, необходима малость двух параметров. Первый малый параметр — это отношение

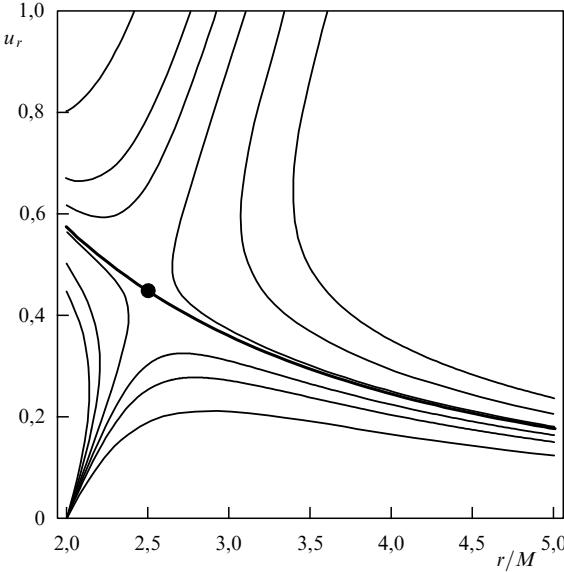


Рис. 1. Возможные типы решений для радиальной компоненты скорости жидкости как функции от радиуса для случая уравнения состояния аккрецируемой жидкости $p = \rho/2$ при акреции на ЧД Шварцшильда. Различные кривые соответствуют различным величинам потока. Однозначное решение (жирная кривая) проходит через критическую точку, показанную тёмным кружком.

массы жидкости $M_{\text{fluid}} \sim \rho_\infty M^3$ в сферическом объёме с радиусом, равным гравитационному радиусу ЧД, к массе ЧД M : $\rho_\infty M^3/M = \rho_\infty M^2 \ll 1$. С этим малым параметром приближение пробной жидкости в фоновой метрике справедливо при радиусах до $r \ll R_{\max} = M(\rho_\infty M^2)^{-1/3}$. Второй малый параметр характеризует медленность изменения массы ЧД по отношению к характерному гидродинамическому времени, $\dot{M}/M \ll c_s/M$, где c_s — скорость звука в аккрецируемом веществе. Согласно (10), оба параметра становятся одинаковыми, $\dot{M} \sim \rho_\infty M^2 \ll 1$, в случае акреции идеальной жидкости, для которой величина $|w - 1|$ не слишком близка к нулю, и при условии, что c_s порядка единицы.

Рассмотрим теперь акрецию на ЧД Рейснера – Нордстрёма, имеющую электрический заряд Q . Метрика Рейснера – Нордстрёма выражается в виде (3), но теперь

$$f = 1 - \frac{2M}{r} + \frac{Q^2}{r^2}.$$

Обозначим $e \equiv Q/M$. В случае $e^2 < 1$ уравнение $f(x) = 0$ имеет два корня:

$$x_\pm = 1 \pm \sqrt{1 - e^2}.$$

Больший корень $x = x_+$ соответствует горизонту событий ЧД Рейснера – Нордстрёма, а $x = x_-$ — так называемый горизонт Коши, или внутренний горизонт. В противоположном случае, $e^2 > 1$, метрика (3) описывает так называемую голую сингулярность, не скрытую от внешнего наблюдателя горизонтом событий. Вырожденный случай $e^2 = 1$ соответствует экстремальной ЧД.

Описаным выше методом находим соотношения в критической точке:

$$u_*^2 = \frac{x_* - e^2}{2x_*^2}, \quad c_s^2(\rho_*) = \frac{x_* - e^2}{2x_*^2 - 3x_* + e^2}. \quad (16)$$

Из (16) получаем

$$x_*^\pm = \frac{1 + 3c_*^2}{4c_*^2} \left\{ 1 \pm \left[1 - \frac{8c_*^2(1 + c_*^2)}{(1 + 3c_*^2)^2} e^2 \right]^{1/2} \right\}, \quad (17)$$

где $c_* \equiv c_s(x_*)$. Критические точки существуют, если

$$e^2 \leq \frac{(1 + 3c_*^2)^2}{8c_*^2(1 + c_*^2)}.$$

Отметим, что, в отличие от единственной критической точки в случае ЧД Шварцшильда, здесь формально существуют две критические точки, соответствующие знакам плюс и минус в (17), причём $x_*^- \rightarrow 0$ при $e \rightarrow 0$.

В зависимости от величин e и c_s могут реализоваться пять различных случаев взаимного расположения горизонтов и критических точек [111]. На рисунке 2 критический радиус показан как функция скорости звука для нескольких значений e .

2.3. Акреция жидкости

с линейным уравнением состояния

Уравнение состояния для тёмной энергии, моделируемой идеальной жидкостью, часто задаётся в виде $p = w\rho$, где $w = \text{const} < 0$. В этом случае, однако, среда гидродинамически неустойчива, так как квадрат скорости звука для

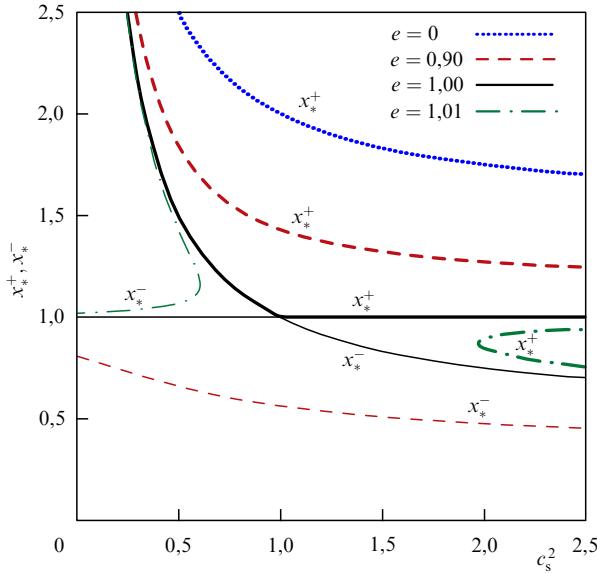


Рис. 2. Внешний критический радиус x_*^+ (жирные линии) и внутренний критический радиус x_*^- (тонкие линии) как функции скорости звука c_s при различных значениях электрического заряда $e = Q/M$. Отметим, что внешняя критическая точка совпадает с горизонтом событий, $x_*^+ = 1$, для экстремальной ЧД ($e = 1$) в случае $c_s \geq 1$.

ней отрицателен: $c_s^2 = \partial p / \partial \rho = w < 0$. В полевых моделях уравнение состояния и квадрат скорости звука, вообще говоря, не связаны между собой таким образом. Однако в приближении идеальной жидкости решать задачи акреции гораздо удобнее, поэтому хотелось бы обойти указанную выше трудность. Для этого с самого начала целесообразно рассмотреть идеальную жидкость с линейным уравнением состояния более общего вида:

$$p = \alpha(\rho - \rho_0), \quad (18)$$

где α и ρ_0 — параметры. Это простое обобщение линейного уравнения состояния позволяет рассматривать тёмную энергию, в том числе фантомную, с положительным квадратом скорости звука, $c_s^2 = \alpha \geq 0$, хотя w при этом может быть отрицательным. Интересно, что для случая $\alpha = -1/3$ Дж. Вайтекером найдено точное статическое решение — устойчивая сферически-симметричная конфигурация поля [139]. Значение $\alpha = -1/3$ выделяется тем, что для него комбинация $\rho + 3p = \rho_0$, которая входит в уравнения гравитационного поля как источник, имеет постоянное значение.

Эволюция Вселенной, заполненной тёмной энергией с уравнением состояния (18), исследована в [140]. В предположении, что это уравнение состояния справедливо, возникают такие интересные решения, как, например, анти-Большой разрыв или отскок (смена сжатия расширением).

Уравнение состояния (18) может быть сведено к "эффективной" космологической постоянной и динамически эволюционирующей тёмной энергии следующим переопределением плотности и давления:

$$\rho = \rho_A + \rho_\alpha, \quad p = p_A + p_\alpha, \quad (19)$$

где $p_A = -\rho_A$, $p_\alpha = \alpha\rho_\alpha$,

$$\rho_A = \frac{\alpha\rho_0}{1+\alpha}, \quad \rho_\alpha = \rho - \frac{\alpha\rho_0}{1+\alpha}. \quad (20)$$

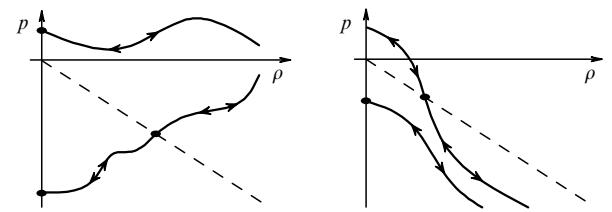


Рис. 3. Схематически показана эволюция тёмной энергии с произвольным уравнением состояния $p(\rho)$. Кривая $p = p(\rho)$ около каждой точки может быть аппроксимирована линейной зависимостью (18).

Необходимо отметить, что такое разделение на две эффективные жидкости может быть проведено только для строгого линейного уравнения состояния.

Вместо (18) можно рассмотреть произвольную гладкую кривую $p = p(\rho)$ (рис. 3). Поскольку любая гладкая кривая в локальной окрестности $p = p(\rho)$ своей точки может быть аппроксимирована линейной зависимостью, (18) может рассматриваться как линейная аппроксимация общего нелинейного уравнения состояния $p = p(\rho)$ вблизи некоторой точки $\rho = \rho_1$ при условии, что величина $|\rho - \rho_1|$ достаточно мала. В частности, если кривая $p = p(\rho)$ пересекается с линией A -члена, то Вселенная с тёмной энергией всегда приближается к состоянию аттрактора де Ситтера [140].

Рассмотрим акрецию идеальной жидкости с уравнением состояния (18) на ЧД Рейнера–Нордстрёма. Используя (14) и (17), из (6) можно найти бесразмерную константу A для линейного уравнения состояния,

$$A = \alpha^{1/2} x_*^2 \left(\frac{2\alpha x_*^2}{x_* - e^2} \right)^{(1-\alpha)/2\alpha}. \quad (21)$$

Скорость и плотность энергии как функции радиуса определяются из решений (9) и (96) с помощью соотношений

$$f + u^2 = \left(-\frac{ux^2}{A} \right)^{2\alpha}, \quad \frac{\rho + p}{\rho_\infty + p_\infty} = \left(-\frac{A}{ux^2} \right)^{1+\alpha}. \quad (22)$$

Решения этих уравнений можно выразить через аналитические функции в частных случаях, когда $\alpha = 1/4, 1/3, 1/2, 2/3, 1, 3/2$ и 2. Например, при $\alpha = 1/3$ (термализованный фотонный газ)

$$\rho = \frac{\rho_0}{4} + \left(\rho_\infty - \frac{\rho_0}{4} \right) \left(\frac{1+2z}{3f} \right)^2,$$

где

$$z = \begin{cases} \cos \frac{2\pi - \beta}{3}, & x_+ \leq x \leq x_*, \\ \cos \frac{\beta}{3}, & x > x_*, \end{cases}$$

$$\beta = \arccos \left(1 - \frac{27}{2} A^2 \frac{f^2}{x^4} \right).$$

В случае ЧД Шварцшильда полученные выражения упрощаются. Так, параметры критической точки будут выражаться как $x_* = (1+3\alpha)/(2\alpha)$, $u_*^2 = \alpha/(1+3\alpha)$. Константа, определяющая поток на ЧД, принимает вид

$$A = \frac{(1+3\alpha)^{(1+3\alpha)/2\alpha}}{4\alpha^{3/2}}. \quad (23)$$

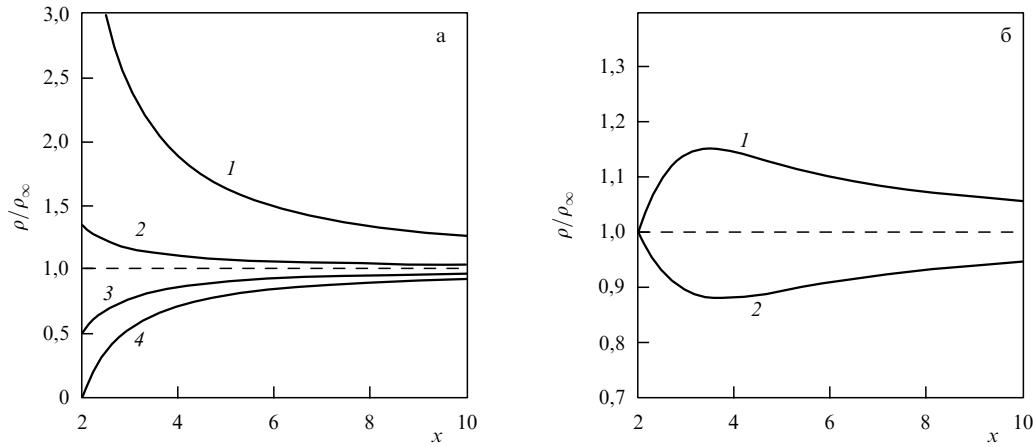


Рис. 4. Плотность, нормированная на плотность на бесконечности, ρ/ρ_∞ как функция координаты для линейной модели (18). (а) Плотность ρ/ρ_∞ гидродинамически устойчивой жидкости с $\alpha = 1$: кривая 1 — $\rho_0 = 0$ (модель вещества нейтронной звезды); кривая 2 — $\rho_0/\rho_\infty = 16/9$ (линейная модель нефантомной тёмной энергии); кривая 3 — $\rho_0/\rho_\infty = 7/3$ (линейная модель фантомной энергии); кривая 4 — $\rho_0/\rho_\infty = 7/3$ (линейная модель фантомной энергии с плотностью на горизонте $\rho_h = 0$). (б) Плотность ρ/ρ_∞ при $\alpha < 0$: $\alpha = -2$, $\rho_0 = 0$, $A = 4$ (линейная модель фантомной энергии) — кривая 1; при $\alpha = -1/2$, $\rho_0 = 0$, $A = 4$ (линейная модель нефантомной энергии) — кривая 2.

Легко увидеть, что $A \geq 4$ при $0 < \alpha < 1$, тогда как для $\alpha > 1$ можно показать, что $A < 4$. При $\alpha = 1$ имеем $A = 4$. Отсюда можно сделать вывод, что для типичных скоростей звука константа A порядка 1. На рисунке 4 показана плотность жидкости в зависимости от x [86].

Для ЧД Рейснера–Нордстрёма интересен случай сверхсветовой жидкости. Более подробно "сверхсветовую" тёмную энергию в окрестности ЧД мы обсудим в разделе 4. Здесь лишь упомянем, что поведение сверхсветовой жидкости ($c_s > 1$) довольно необычно. Имеется бесконечное семейство регулярных при $r > 0$ решений, параметризуемых через A . Каждое решение состоит из одной гидродинамической ветви, а звуковой горизонт отсутствует.

Для дозвуковой жидкости решение существует только вне области с некоторым минимальным радиусом, $r > r_{\min}$, где $0 < r_{\min} < r_-$, и аккрецируемая жидкость не

достигает центральной сингулярности, а её плотность имеет максимум при r_{\min} (рис. 5). Похожее поведение было обнаружено для движения по геодезическим пробных частиц с ненулевой массой [141, 142] в метрике Рейснера–Нордстрёма, которые отскакивают на радиусе $r_{\min} = Q^2/(2M)$. Соответствующие решения для акреции субсветовой жидкости сингулярны при $r = r_{\min}$, а именно $u'(r_{\min}) = \infty$ и $\rho'(r_{\min}) = -\infty$ (хотя 4-скорость и плотность на $r = r_{\min}$ конечны). В результате уравнение непрерывности (5) плохо определено при $r = r_{\min}$.

3. Акреция фантомной энергии и судьба чёрных дыр

В разделе 2 показано, что при акреции идеальной жидкости с $\rho + p > 0$ массы ЧД возрастают, как и в случае акреции обычного вещества. Однако качественно новый результат имеет место для фантомной энергии — среди с $\rho + p < 0$. Из (10) следует, что в этом случае массы ЧД уменьшаются. В разделе 3.1 мы обсудим понятие фантомной энергии и её свойства и затем в разделе 3.2 рассмотрим акрецию фантомной энергии на ЧД.

3.1. Нарушение энергетических условий и фантомная энергия

В исследованиях общих свойств решений уравнений Эйнштейна до появления концепции фантомной энергии обычно предполагалось выполнение энергетических условий [101], соответствующих, как считалось, физически приемлемому веществу. Эти условия лежат в основе общих теорем о сингулярностях и горизонтах. Однако сейчас во многих работах исследуются более экзотические случаи, в которых энергетические условия нарушаются. Даже если реальная космологическая тёмная энергия не является фантомной, изучение моделей с нарушенными энергетическими условиями представляет теоретический интерес и, как оказалось, приводит к нетривиальным результатам.

Слабое энергетическое условие формулируется в следующем виде: для любого времениподобного вектора v^a выполняется неравенство $T_{ab}v^av^b \geq 0$. Для

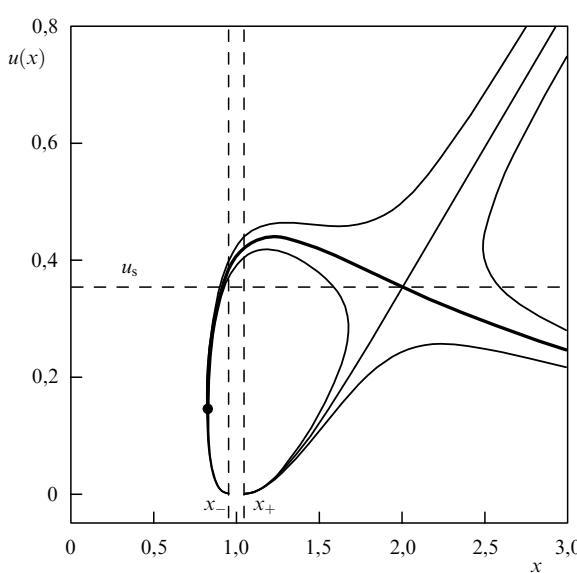


Рис. 5. Радиальная 4-скорость $u(x)$ (жирная кривая) для аккрецируемой жидкости с $\rho/\rho = 1/3$ (термализованный фотонный газ) в метрике Рейснера–Нордстрёма с зарядом $e = 0,999$; u_s — 4-скорость в критической точке.

идеальной жидкости с тензором энергии-импульса (4) отсюда следуют соотношения $\rho \geq 0$ и $\rho + p \geq 0$. Как доказали Д. Кристодулу [143] (1970 г.) и С. Хокинг [144] (1971 г.), при выполнении слабого энергетического условия площадь поверхности ЧД в любых классических (неквантовых) процессах не уменьшается. Для фантомной энергии слабое энергетическое условие нарушается и данная теорема перестаёт работать. В этом заключается причина того, что при аккреции фантома масса ЧД может уменьшаться.

Для фантомной энергии предлагались различные полевые модели. Если рассматривать теорию со скалярным полем, то соответствующий лагранжиан должен иметь отрицательный кинетический член [49, 50], например $K = -(1/2)\phi_{;\mu}\phi^{;\mu}$. При этом поток фантомной энергии на ЧД имеет противоположный знак, $T_{0r} = -\phi_{,t}\phi_{,r}$, где ϕ — решение того же уравнения Клейна–Гордона, что и в случае стандартного скалярного поля. Аккреция скалярного фантомного поля приводит в этом случае к уменьшению массы ЧД со скоростью $\dot{M} = -4\pi(2M)^2\dot{\phi}_{\infty}^2$. Более общий вариант отрицательного кинетического члена в модели k -эссенции рассмотрен в [145].

Простейшие модели фантомной энергии неустойчивы на квантовом уровне из-за появления духовых решений. Избежать катастрофической квантовой неустойчивости фантомной энергии можно в более сложных моделях, нарушающих (динамически) лоренц-симметрию [54, 55]. В этом случае неустойчивость фантомных полей возникает только при малых энергиях [54, 55]. Более того, в теориях с галилеоном фантомный режим получается довольно естественным образом, без возникновения духов или градиентной нестабильности [56]. В результате построены физически приемлемые модели фантомной энергии.

Следует также отметить, что помимо полевых фантомных моделей, фантомная энергия может имитироваться отклонениями от ОТО в моделях типа $f(R)$ -гравитации и скалярно-тензорных теориях гравитации. Исследование свойств фантомной энергии имеет, кроме того, самостоятельное общетеоретическое значение для анализа возможных свойств и парадоксов фантомной энергии и выяснения физических особенностей и условий, в которых проявляется её "патологическое" поведение.

3.2. Аккреция фантомной энергии

Из соотношения (10) следует, что при аккреции фантомной энергии масса ЧД должна уменьшаться. Этот результат не зависит от уравнения состояния $p = p(\rho)$, важно лишь выполнение условия $p + \rho < 0$, при котором фантомная энергия, падающая в ЧД, уносит энергию наружу.

Напомним, что в выражении для тензора энергии-импульса $T_{\mu\nu} = (\rho + p)u_{\mu}u_{\nu} - pg_{\mu\nu}$ под ρ и p понимаются значения этих величин в системе покоя жидкости, т.е. те, которые измеряет наблюдатель, движущийся вместе с жидкостью. Однако если жидкость движется относительно наблюдателя со скоростью v , то наблюдатель будет видеть плотность энергии [146] (см. также работу [147], в которой подобные рассуждения проводятся для галилеонов)

$$\rho' = T_{0'0'} = \frac{\rho + pv^2}{1 - v^2}, \quad (24)$$

как следует из обычных преобразований Лоренца (см. [148, § 35]). Имея это в виду, легко понять, что наблюдатель, покоящийся в метрике Шварцшильда вблизи горизонта ЧД (где физическая скорость жидкости $v \rightarrow 1$), в фантомном случае $\rho + p < 0$ будет видеть поток на ЧД жидкости с отрицательной плотностью энергии, $\rho' < 0$. Этот пример наглядно показывает причину уменьшения массы ЧД.

Если мы пренебрежём космологической эволюцией величины ρ_{∞} , то из (10) получим

$$M = M_i \left(1 + \frac{t}{\tau}\right)^{-1}, \quad (25)$$

где M_i — начальная масса чёрной дыры, а характерное время эволюции

$$\tau = \frac{-1}{4\pi AM_i(\rho_{\infty} + p(\rho_{\infty}))}. \quad (26)$$

Из (25) видно, что при $\rho_{\infty} + p(\rho_{\infty}) < 0$ масса ЧД уменьшается с течением времени.

3.3. Термодинамика фантомной энергии

Для среды с $p \leq 0$, такой как тёмная энергия, может иметь место ряд нетривиальных энергетических эффектов [149]. Например, при адиабатическом расширении её внутренняя энергия увеличивается, в отличие от внутренней энергии обычных веществ с $p \geq 0$. Фантомная энергия, если она существует, обладает ещё более необычными термодинамическими свойствами. Запишем для тёмной энергии общее термодинамическое соотношение:

$$T dS = p dV + dE, \quad (27)$$

где $V = \int \sqrt{\gamma} d^3x$, $\gamma_{\alpha\beta}$ — пространственный метрический тензор, интегрирование проводится по объёму с размёром, много меньшим характерного масштаба изменения рассматриваемых величин. В случае малого сопутствующего объёма из (5) следует $nV = \text{const}$. Целесообразно ввести удельные величины $\rho = E/V$, $\sigma = S/(nV)$. При условии адиабатичности $d\sigma = 0$, которое эквивалентно введённому в (7) определению $d\rho = (\rho + p)dn/n$, из (27) можно найти следующее выражение, являющееся частным случаем соотношения, найденного в [150] для диссипативной среды:

$$\frac{dT}{T} = \frac{dn}{n} \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_n. \quad (28)$$

Для линейного уравнения состояния (18) из (28) получаем

$$n = \text{const} |T|^{1/\alpha}. \quad (29)$$

Обозначив $\rho_A = \alpha\rho_0/(1 + \alpha)$, из (29) легко найти

$$\rho = \rho_A \pm C_3 |T|^{(1+\alpha)/\alpha}, \quad (30)$$

где константа $C_3 > 0$, знак плюс соответствует $\rho + p > 0$, а минус — $\rho + p < 0$.

Найдём теперь выражение для энтропии фантомной энергии. Если химический потенциал μ удовлетворяет соотношению $d\mu = -\sigma dT + V dp/N = 0$, то

$$\sigma = \frac{1}{n} \frac{dp}{dT}. \quad (31)$$

В адиабатическом случае, $\sigma = \text{const}$, используя соотношение $(\partial p / \partial T)_\sigma = (\partial p / \partial \rho)_\sigma (\partial \rho / \partial T)_\sigma$, из (31) окончательно находим

$$S = \pm V(1 + \alpha)C_3|T|^{(1+\alpha)/\alpha}T^{-1}. \quad (32)$$

Отсюда видно, что энтропия фантомной энергии положительна, $S > 0$, тогда, когда температура отрицательна, $T < 0$ (этот случай впервые рассмотрен в [151]), и наоборот.

Отрицательная температура рассматривается в физике, например, применительно к инверсной населённости квантовых уровней, при которой частиц на верхних уровнях больше, чем на нижних. Практически это реализуется для отдельных подсистем электронов в рабочем теле лазеров. Аналогично отрицательные температуры могут быть реализованы для степеней свободы поступательного движения атомов в ультрахолодном газе [152].

В классической физике энтропия, определяемая через статистический вес, неотрицательна. Однако концепция отрицательной энтропии возникает в квантовой механике в системах с квантовой запутанностью [153]. Таким образом, фантомная тёмная энергия может отражать некие специфические квантовые свойства её материального носителя.

Рассмотрим баланс энтропии при аккреции, исходя из известных соотношений для температуры и энтропии ЧД:

$$T_{\text{BH}} = \frac{\hbar c^3}{8\pi GM}, \quad S_{\text{BH}} = \frac{4\pi GM^2}{\hbar c}. \quad (33)$$

Рассмотрим сферу радиусом $r^* \gg 2M$ вокруг ЧД Шварцшильда. Будем отмечать величины, соответствующие внутренности этой сферы (за исключением ЧД), индексом *in*, а величины, соответствующие внешней по отношению к сфере области, — индексом *out*. Если массой тёмной энергии можно пренебречь (как мы до сих пор предполагали), то $\dot{S}_{\text{in}} \ll \dot{S}_{\text{out}}$. Для внешней области

$$\dot{S}_{\text{out}} \simeq 4\pi r^{*2}\sigma u = -4\pi M^2 A\sigma_\infty = -\frac{\dot{M}}{T}, \quad (34)$$

где использовано условие стационарности потока на ЧД. Тогда для полной энтропии

$$\dot{S} = \dot{S}_{\text{BH}} + \dot{S}_{\text{in}} + \dot{S}_{\text{out}} \approx \dot{M} \left(\frac{1}{T_{\text{BH}}} - \frac{1}{T} \right). \quad (35)$$

Таким образом, полная энтропия при аккреции не изменяется, $\dot{S} = 0$, с точностью до малой величины \dot{S}_{in} , если $T_{\text{BH}} = T$, т.е. если имеется термодинамическое равновесие некого рода между тёмной энергией и ЧД.

Интересно рассмотреть формальную задачу о тёмной энергии, заключённой в некий сосуд с непроницаемыми стенками [152]. Если энергия системы не изменяется, то из (27) и принципа максимальности энтропии получаем

$$\frac{p}{T} = \frac{\partial S}{\partial V} \Big|_E \geqslant 0. \quad (36)$$

Отсюда следует, что знаки давления и температуры одинаковы и среда с $p < 0$ должна иметь отрицательную температуру, $T < 0$.

Различные аспекты термодинамики тёмной энергии обсуждались также в других работах (см., например, [151, 154–159]).

3.4. Судьба чёрных дыр во Вселенной, приближающейся к Большому разрыву

Обратимся теперь к эволюции чёрных дыр во Вселенной с Большим разрывом, когда масштабный фактор $a(t)$ увеличивается до бесконечности за конечное время [49, 50]. Рассматриваем эпоху, в которой важна только тёмная энергия и можно не учитывать другие формы материи. Положив для простоты в линейной модели (18) $\rho_0 = 0$, находим закон эволюции плотности фантомной энергии во Вселенной:

$$\rho_\infty = \rho_{\infty,i} \left(1 - \frac{t}{\tau} \right)^{-2}, \quad (37)$$

где

$$\tau^{-1} = -\frac{3(1 + \alpha)}{2} \left(\frac{8\pi}{3} \rho_{\infty,i} \right)^{1/2}, \quad (38)$$

$\rho_{\infty,i}$ — начальная плотность космологической фантомной энергии, а начальный момент времени выбран таким образом, что Большой разрыв наступает в момент τ . В частности, быстрое возрастание плотности фантомной энергии и масштабного фактора может опровергнуть известное предсказание астрономов о том, что через несколько миллиардов лет наша Галактика столкнётся с Туманностью Андромеды. Напротив, с некоторого момента галактики могут начать ускоренно удаляться друг от друга.

Отметим, что одного лишь условия $\rho + p < 0$ недостаточно для того, чтобы космологическая эволюция закончилась Большим разрывом [160, 161]. Примеры фантомной космологии без Большого разрыва рассмотрены, например, в [160].

Из (10) находим, используя (37), эволюцию массы ЧД во Вселенной, приближающейся к Большому разрыву:

$$M = M_i \left(1 + \frac{M_i}{\dot{M}_0 \tau} \frac{t}{\tau - t} \right)^{-1}, \quad (39)$$

где

$$\dot{M}_0 = \frac{3}{2} A^{-1} |1 + \alpha|, \quad (40)$$

M_i — начальная масса ЧД. Например, при $\alpha = -2$ и типичном значении $A = 4$ (соответствующем $u_h = -1$) имеем $\dot{M}_0 = 3/8$. В пределе $t \rightarrow \tau$ (т.е. вблизи Большого разрыва) зависимость массы ЧД от t становится линейной, $M \simeq \dot{M}_0(\tau - t)$. Когда t приближается к τ темп уменьшения массы ЧД перестаёт зависеть как от её начальной массы, так и от плотности фантомной энергии: $\dot{M} \simeq -\dot{M}_0$. Другими словами, массы всех ЧД во время, близкое к моменту Большого разрыва, становятся примерно одинаковыми. Это означает, что аккреция фантомной энергии преобладает над хокинговским испарением до тех пор, пока масса ЧД не приблизится к планковской. Однако формально все ЧД во Вселенной полностью испарятся в процессе хокинговского излучения раньше момента наступления Большого разрыва на время порядка планковского. Таким способом решается судьба ЧД во Вселенной, приближающейся к Большому разрыву. Если все другие объекты, вплоть до элементарных частиц, будут разорваны до наступления Большого разрыва, то ЧД, согласно классической теории, должны

исчезнуть (их масса станет нулевой) точно в момент Большого разрыва, а с учётом испарения Хокинга — раньше момента Большого разрыва на планковское время.

В литературе обсуждается в определённом смысле близкий вопрос о судьбе ЧД при переходе через точку отскока в модели пульсирующей Вселенной и возможных наблюдательных проявлениях "выживших" ЧД в следующей фазе космологического расширения, например следов столкновений ЧД в виде концентрических кругов в распределении температуры реликтового излучения [162] (отметим, однако, что наличие указанных в [162] кругов пока не подтверждено независимо). Если массы ЧД непосредственно перед отскоком превышают некоторую граничную величину, то они сольются в одну большую ЧД [163]. Аккреция тёмной энергии может существенно изменить картину эволюции ЧД в точках отскока. Аккреция нефантомной тёмной энергии с $\rho + p > 0$ на стадии сжатия может возобладать над потерей массы ЧД за счёт испарения Хокинга, что приведёт к "выживанию" при отскоке маломассивных ЧД, но на следующей стадии расширения, когда темп аккреции упадёт, они тоже испарятся.

4. Неканонические скалярные поля и чёрные дыры

В этом разделе мы обсудим поведение различных неканонических скалярных полей в окрестности ЧД. Рассмотрение нестандартных скалярных полей в основном мотивировано проблемой тёмной энергии — в рамках решения этой задачи такие поля обычно предлагаются. Нас здесь главным образом интересуют вопросы поведения таких полей вблизи ЧД. Для изучения этой задачи мы частично заимствуем формализм расчёта аккреции вещества на ЧД, описанный в разделах 1–3. Однако интерес для нас здесь представляет не столько изучение собственно аккреции, в частности расчёт потока энергии, сколько способ нахождения решений для скалярных полей в метрике ЧД. Сначала мы покажем, каким образом аккреция идеальной жидкости может быть представлена в терминах аккреции скалярного поля k -эссенции, а затем перейдём к изучению физических эффектов, возникающих при наличии неканонических скалярных полей в присутствии ЧД.

4.1. Идеальная жидкость как скалярное поле

Хорошо известно, что потенциальные течения релятивистской идеальной жидкости могут быть описаны в терминах скалярного поля [164]. В частности, ультрачёрная жидкость соответствует каноническому безмассовому скалярному полю. Чтобы представить более сложные уравнения состояния, необходимо ввести скалярное поле с более сложным неканоническим лагранжианом вида

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}(X), \quad X \equiv \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi. \quad (41)$$

Тензор энергии-импульса, соответствующий лагранжиану (41), имеет вид

$$T_{\mu\nu} = \mathcal{L}_X \nabla_\mu \phi \nabla_\nu \phi - g_{\mu\nu} \mathcal{L},$$

где нижний индекс X обозначает производную по X . Соответствие между скалярным полем и идеальной жидкостью с тензором энергии-импульса (4) может быть достигнуто посредством идентификации (см., например, [116])

$$u_\mu \equiv \frac{\nabla_\mu \phi}{\sqrt{2X}}. \quad (42)$$

Давление p совпадает с плотностью лагранжиана скалярного поля:

$$p = \mathcal{L}(X), \quad (43)$$

а плотность имеет вид

$$\rho(X) = 2X\mathcal{L}_X - \mathcal{L}. \quad (44)$$

Скорость звука при этом выражается как

$$c_s^2 = \frac{\mathcal{L}_X}{\rho_X} = \left(1 + 2X \frac{\mathcal{L}_{XX}}{\mathcal{L}_X} \right)^{-1}. \quad (45)$$

Кроме плотности ρ и давления p , можно формально определить "концентрацию частиц"

$$n \equiv \exp \left(\int \frac{d\rho}{\rho + p} \right) = \sqrt{X} \mathcal{L}_X$$

и энталпию

$$h \equiv \frac{\rho + p}{n} = \frac{d\rho}{dn} = 2\sqrt{X}.$$

Из (41) следуют уравнения

$$\partial_\mu (\sqrt{-g} \mathcal{L}_X g^{\mu\nu} \partial_\nu \phi) = 0. \quad (46)$$

Стационарный поток задаётся анзацем

$$\phi(t, r) = \dot{\phi}_\infty t + \psi(r), \quad (47)$$

где константа $\dot{\phi}_\infty$ определяет "космологическую" величину ϕ на пространственной бесконечности. Легко проверить, что для анзаца (47) имеет место соотношение

$$X = \frac{1}{2} \left(\frac{\dot{\phi}_\infty^2}{f} - f\psi'^2 \right),$$

и уравнение движения (46) можно проинтегрировать. В результате получим

$$r^2 f \mathcal{L}_X \psi'(r) = r_g^2 \dot{\phi}_\infty \tilde{A}, \quad (48)$$

где коэффициенты в правой части выбраны так, чтобы параметр \tilde{A} , отвечающий за поток энергии, был безразмерным. Уравнение (48) является аналогом уравнения (6), записанного в терминах скалярного поля. Более того, (48) представляет собой алгебраическое уравнение для функции ψ' (после выражения \mathcal{L}_X в терминах ψ'). Таким образом, общее решение будет содержать параметр \tilde{A} , который должен быть определён аналогично определению параметров при нахождении критической точки (14). Из (46) получаем ψ'' в терминах ψ' (это выражение также содержит \mathcal{L}_X и \mathcal{L}_{XX}). Критическая точка находится приравниванием нулю числителя и знаменателя полученного

ного выражения. В результате находим

$$\psi'^2 = \dot{\phi}_\infty^2 \frac{r_* f'_*}{f^2(r_* f'_* + 4f_*)}, \quad f_* \psi'^2 \mathcal{L}_{XX} = \mathcal{L}_X, \quad (49)$$

что является аналогом (14). Таким образом, мы имеем три уравнения, (48), (49), из которых могут быть найдены ψ' , r_* и \tilde{A} . Эта процедура полностью эквивалентна фиксированию критической точки аккреции жидкости. Поток аккреции склярного поля можно найти как $\dot{M} = 4\pi r^2 T'_t$, в итоге получим

$$\dot{M} = 4\pi \dot{\phi}_\infty^2 r_g^2 \tilde{A}, \quad (50)$$

что совпадает с (10) с точностью до переопределения \tilde{A} .

Рассмотрим (48) в пределе $x \equiv r/M \rightarrow 0$. Имеем $2X \sim x^2 B^2/e^2 - e^2 \psi'^2/x^2$, где $B = \text{const}$. Поскольку для жидкости $X > 0$, следовательно, $X \rightarrow 0$ и $\psi'^2 \rightarrow 0$ при $x \rightarrow 0$. С другой стороны, из (48) находим $\mathcal{L}_X \psi' \rightarrow \text{const}$ при $x \rightarrow 0$. Комбинируя эти соотношения, приходим к выводу, что жидкость достигает координаты $x = 0$ в процессе стационарной акреции, только если $\mathcal{L}_X \rightarrow \infty$ для $X \rightarrow 0$. Отсюда следует, в частности, что жидкость, описываемая линейным уравнением состояния с $\alpha \leq 1$, в случае стационарной акреции не достигает центральной сингулярности $x = 0$, если $e \neq 0$.

Волновые поля различного типа в гравитационном поле ЧД рассматривались во множестве работ; особенно детально разработана тема рассеяния полей в поле ЧД, в том числе в виде "суперрадиации" — усиления рассеянного поля за счёт энергии вращения ЧД. Нас интересует частный случай поведения полей вблизи ЧД, в котором имеется поток энергии через горизонт (акреция). Лагранжиан склярного поля $L = K - V$, где K — кинетический член, V — потенциал. Для стандартного выбора кинетического члена $K = (1/2)\phi_{;\mu}\phi^{;\mu}$ поток энергии $T_{0r} = \phi_{,r}\phi_{,r}$. В статье [89] найдено решение для склярного поля в метрике Шварцшильда в случае нулевого потенциала, $V = 0$: $\phi = \dot{\phi}_\infty [t + 2M \ln(1 - 2M/r)]$, где $\dot{\phi}_\infty$ — величина склярного поля на бесконечности. В работе [90] показано, что это решение остаётся приблизительно верным также для некоторых случаев склярного поля с ненулевым потенциалом $V(\phi)$. Для решения задачи акреции поля со стандартным кинетическим членом имеем $T_0^r = -(2M)^2 \dot{\phi}_\infty^2 / r^2$ и, соответственно, $\dot{M} = 4\pi(2M)^2 \dot{\phi}_\infty^2$. Тензор энергии-импульса, построенный с использованием решения [89], в точности совпадает с тензором энергии-импульса идеальной жидкости с ультрачестким уравнением состояния $p = \rho$ после замены $p_\infty \rightarrow \dot{\phi}_\infty^2/2$, $\rho_\infty \rightarrow \dot{\phi}_\infty^2/2$.

4.2. Индуцированная метрика и причинная структура

Теории с нетривиальной кинетической структурой допускают распространение возмущений на нетривиальном фоновом решении со скоростью, отличной от скорости света. В частности, возможно сверхсветовое распространение. Однако, несмотря на присутствие сверхсветовых сигналов, парадоксов, связанных с причинностью, в этих теориях не возникает [116, 165–167].

В последние годы спонтанное нарушение лоренцевой инвариантности и связанные с этим вопросы вызывают большой интерес физиков. Один из главных вопросов состоит в том, являются ли теории со сверхсветовым распространением самосогласованными и не нарушаются

ли в них принцип причинности, например, из-за появления замкнутых линий времени. Обсуждались различные модели со сверхсветовым распространением: нелинейные теории склярного поля [168], некоммутативные теории [169], волны в модификациях теории Эйнштейна с эфиром [170], "сверхсветовые" фотонны в эффекте Драммонда – Хатрелла [171–174]. Мы называем сверхсветовым распространением движение объекта быстрее света, происходящее в вакууме обычной квантовой электродинамики в безграничном пустом пространстве. Выдвигались аргументы, что в некоторых случаях сверхсветовое распространение приводит к парадоксам, связанным с причинностью, в мысленном эксперименте с двумя ЧД [175] или двумя парами пластин в эффекте Казимира [176], движущимися с большими относительными скоростями. Для того чтобы избежать появления замкнутых причинных кривых в подобных мысленных экспериментах, авторы работы [176] ввели "принцип хронологической безопасности" [177] и показали, что фотонны распространяются в эффективной метрике, отличной от метрики Минковского. Отметим, что сверхсветовое распространение — это не единственный случай, в котором могут появиться замкнутые линии времени. Есть несколько примеров пространства-времени в рамках ОТО, в которых поступают локальной причинности выполняется и, тем не менее, присутствуют замкнутые причинные кривые [178–187].

Рассмотрим модель k -эссенции, задаваемой лагранжианом (41). Уравнения движения (46) для склярного поля могут быть представлены в следующем виде:

$$\tilde{\mathcal{G}}^{\mu\nu} \nabla_\mu \nabla_\nu \phi = 0, \quad (51)$$

где индуцированная метрика задаётся выражением

$$\tilde{\mathcal{G}}^{\mu\nu} \equiv \mathcal{L}_X g^{\mu\nu} + \mathcal{L}_{XX} \nabla^\mu \phi \nabla^\nu \phi. \quad (52)$$

Это уравнение — гиперболическое, и его решения устойчивы к возмущениям с большими частотами при условии $1 + 2X\mathcal{L}_{XX}/\mathcal{L}_X > 0$ [118, 120, 121]. Малые возмущения распространяются по эффективной метрике

$$\mathcal{G}^{\mu\nu} \equiv \frac{c_s}{\mathcal{L}_X^2} \tilde{\mathcal{G}}^{\mu\nu}, \quad (53)$$

где скорость звука c_s даётся формулой (45). Используя обратную к $\mathcal{G}^{\mu\nu}$ матрицу

$$\mathcal{G}_{\mu\nu}^{-1} = \frac{\mathcal{L}_X}{c_s} \left[g_{\mu\nu} - c_s^2 \left(\frac{\mathcal{L}_{XX}}{\mathcal{L}_X} \right) \nabla_\mu \phi_0 \nabla_\nu \phi_0 \right], \quad (54)$$

можно найти интервал индуцированной метрики

$$dS^2 \equiv \mathcal{G}_{\mu\nu}^{-1} dx^\mu dx^\nu, \quad (55)$$

который определяет конус влияния малых возмущений k -эссенции на заданном фоне. (Поднятие (опускание) индексов производится с помощью $g^{\mu\nu}$ ($g_{\mu\nu}$)). Этот конус влияния шире, чем конус, определяемый метрикой $g_{\mu\nu}$, если $\mathcal{L}_{XX}/\mathcal{L}_X < 0$ [120, 121, 188–192]. В результате возможно сверхсветовое распространение малых возмущений. При этом мы рассматриваем k -эссенцию как неосновной источник гравитационного поля и пренебрегаем обратным влиянием этой компоненты на метрику.

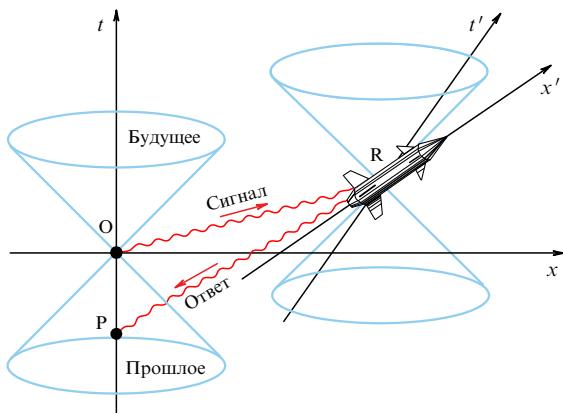


Рис. 6. Схематическое представление причинного парадокса, вызываемого тахионами. Некто, живущий на мировой линии $x = 0$, посыпает в направлении OR тахионный сигнал астронавту, находящемуся на быстро движущейся ракете R. В системе отсчёта ракеты (x', t') космонавт посыпает тахионный сигнал обратно по траектории RP. Сигнал RP, с точки зрения космонавта, распространяется в направлении возрастания t' , но движется обратно по времени в исходной системе отсчёта. Таким образом, согласно такому представлению, можно посыпать сигналы в прошлое.

Малые возмущения могут распространяться со скоростью, превышающей скорость света, поскольку световой конус лежит внутри звукового.

Обсудим проблемы причинности для сверхсветового распространения возмущений на нетривиальном фоне для разных решений, в том числе для акреции неканонического поля на ЧД.

Прежде всего рассмотрим хорошо известный, иногда называемый "тахионным антитеleфоном", парадокс [193], возникающий при наличии гипотетических сверхсветовых частиц — тахионов, распространяющихся с неограниченной скоростью $c_{\text{tachyon}} > 1$. В этом случае можно послать сигнал в прошлое. Действительно, пусть некоторый наблюдатель (рис. 6), находящийся в точке $x = 0$ в покое по отношению к системе отсчёта (x, t) , посыпает в направлении OR тахионный сигнал космонавту, летящему в ракете R. В свою очередь космонавт, получив сигнал, посыпает обратный тахионный сигнал в направлении RP. По мере распространения этого сигнала собственное время космонавта t' возрастает. Однако если скорость ракеты больше $1/c_{\text{tachyon}}$, то сигнал RP распространяется назад по времени в исходной системе отсчёта наблюдателя. Таким образом, в этом случае наблюдатель может посыпать информацию из своего будущего в своё прошлое. Очевидно, что с физической точки зрения такая ситуация недопустима.

Обратимся теперь к случаю пространства Минковского со скалярным полем, которое допускает сверхсветовое распространение возмущений на его фоне. Для простоты рассмотрим однородное поле, зависящее от времени, $\phi(t)$. Скорость $\partial_\mu \phi$ направлена вдоль времени-подобного вектора $u^\mu = (1, 0, 0, 0)$. Почему аналогичного парадокса не возникает в этом случае? Дело в том, что сверхсветовое распространение сигналов (звуковых возмущений) возможно только при наличии нетривиального фона для скалярного поля. Этот фон выделяет предпочтительную систему отсчёта, и уравнения движения звуковых возмущений уже не являются лоренц-ин-

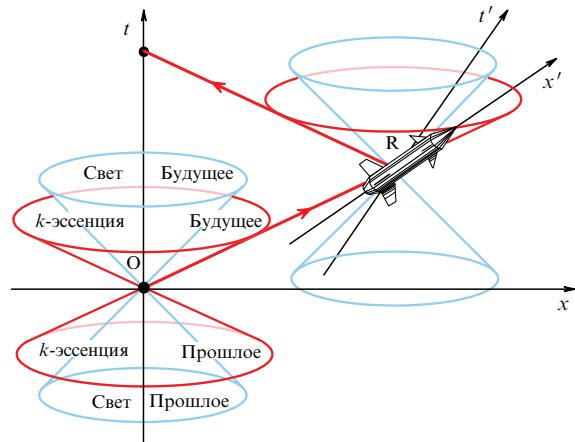


Рис. 7. Парадокса причинности не возникает, когда сверхсветовой сигнал распространяется по фону, который нарушает лоренц-симметрию (ср. с рис. 6). Наблюдатель не сможет послать сигнал самому себе в прошлое.

вариантными, за исключением таких в случае $c_s = 1$. В движущейся системе отсчёта космонавта уравнения для возмущений имеют более сложную форму, чем в системе покоя, и для их вывода требуется специальный анализ. Однако, имея в виду, что сигналы в k -эссенции распространяются вдоль характеристик, которые являются координатно-независимыми гиперповерхностями, мы всё-таки можем выяснить характер распространения сигналов в системе отсчёта космонавта и покоящейся системе и показать, что сигналы всегда распространяются вперёд по времени в обеих системах (рис. 7). Таким образом, здесь не возникает замкнутых причинных кривых.

Сделаем замечание относительно смысла сигналов, направленных в будущее и прошлое. Как указано в [194], для того чтобы теория k -эссенции не имела замкнутых причинных кривых при сверхсветовом движении, наблюдатель, движущийся с большой скоростью относительно фона, должен посыпать сигналы только в определённых направлениях. Однако необходимо отметить, что понятия прошлого и будущего определяются конусами прошлого и будущего, и они не зависят от конкретного выбора координат. Таким образом, сигналы, которые направлены в будущее в системе покоя, остаются направленными в будущее и в системе быстро движущейся ракеты, несмотря на то что координата t' для этих сигналов уменьшается. Противоречие возникает из-за неудачного выбора координат, вследствие которого уменьшающееся t' соответствует сигналам, направленным в будущее, и наоборот. Пример, иллюстрирующий выше-сказанное, приведён на рис. 8. Даже без сверхсветовых сигналов возрастание координатного времени ещё не означает направления в будущее.

Другой вопрос, который часто вызывает недоразумение, состоит в том, какая именно скорость должна считаться скоростью распространения сигналов: фазовая, групповая или скорость фронта волны. Эти вопросы обсуждаются в [116], где, в частности, показано, что при распространении сверхсветовых сигналов на нетривиальном фоне никаких физических парадоксов не возникает.

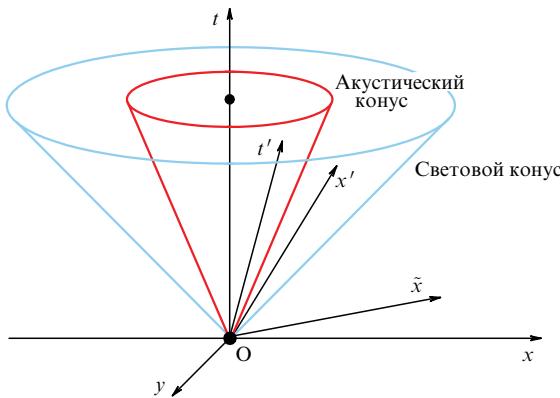


Рис. 8. Показано, как создать "парадокс", описанный выше, не используя сверхсветовые сигналы. Жидкость находится в покое, и звуковые возмущения в ней являются досветовыми, $c_s < 1$. Система отсчёта (t', x') получена из покоящейся системы отсчёта преобразованием Лоренца с инвариантной скоростью c_s . Если скорость движущейся системы отсчёта больше скорости звука, то тогда гиперповерхность постоянного t' находится внутри светового конуса и задача начальных условий для электромагнитного поля является некорректно поставленной. Однако если вместо системы отсчёта (t', x') использовать "правильную" систему отсчёта (\tilde{t}, \tilde{x}) , полученную из покоящейся системы преобразованием Лоренца с инвариантной скоростью света, то в системе отсчёта (\tilde{t}, \tilde{x}) задача Коши будет хорошо поставленной.

4.3. Можно ли заглянуть за горизонт чёрной дыры?

Представляет интерес поведение неканонических скалярных полей в окрестности ЧД, и ниже мы рассмотрим сверхсветовое распространение в этом случае. Сначала, пренебрегая обратной реакцией полей на метрику, найдём решение для стационарной акреции на ЧД, а затем исследуем распространение малых возмущений на таком фоне.

Рассмотрим скалярное поле с плотностью лагранжиана

$$\mathcal{L}(X) = \alpha^2 \left(\sqrt{1 + \frac{2X}{\alpha^2}} - 1 \right) - \Lambda, \quad (56)$$

где α и Λ — свободные параметры теории. Кинетическая часть действия та же, что и в [105], и при малых величинах производных, в пределе $2X \ll \alpha^2$, получается обычное безмассовое скалярное поле. Можно показать, что в теории с лагранжианом (56) духовых решений не возникает.

Как мы уже обсуждали в разделе 4.1, если вектор $\nabla_v \phi$ времениподобен (т.е. $X > 0$ в наших соглашениях), то поле, описываемое лагранжианом (56), формально эквивалентно идеальной жидкости с плотностью, давлением и скоростью, определяемыми формулами (44), (43) и (42) соответственно. Из (45) следует, что эффективная скорость звука для возмущения выражается как

$$c_s^2 \equiv \frac{\partial p}{\partial \epsilon} = 1 + \frac{2X}{\alpha^2}, \quad (57)$$

и при $X > 0$ она всегда превосходит скорость света. Для дальнейшего удобно выразить плотность и давление в терминах этой скорости звука:

$$\epsilon = \alpha^2(1 - c_s^{-1}) + \Lambda, \quad p = \alpha^2(c_s - 1) - \Lambda. \quad (58)$$

Как легко увидеть, нулевое энергетическое условие справедливо, и поэтому выполняется теорема Хокинга о неуменьшении площади горизонта ЧД [101].

Во-первых, найдём стационарное сферически-симметричное фоновое решение для скалярного поля, падающего в ЧД. Здесь мы используем координаты Эдингтона–Финкельштейна с метрикой

$$ds^2 = f(r) dV^2 - 2dV dr - r^2 d\Omega^2, \quad (59)$$

где $f(r) \equiv 1 - r_g/r$, $r_g \equiv 2M$ — гравитационный радиус ЧД. Координата V связана с координатами Шварцшильда t и r следующим образом: $V \equiv t + r + r_g \ln |r/r_g - 1|$. Предполагаем, что акрецируемое скалярное поле не оказывает обратного влияния на метрику. Условие стационарности диктует выбор следующего anzита для решения:

$$\phi(V, x) = \alpha \sqrt{c_\infty^2 - 1} \left(V + r_g \int F(x) dx \right), \quad (60)$$

где $x \equiv r/M$, c_∞ — скорость звука на бесконечности. Общий множитель в (60) выбран так, чтобы воспроизвести космологическое решение на бесконечности: $\phi(V, x) \rightarrow \alpha t \sqrt{c_\infty^2 - 1}$, и множитель r_g перед интегралом выделен для удобства. Решение (51), которое не сингулярно на горизонте ЧД, даётся выражением

$$F(x) = \frac{2}{f} \left(B \sqrt{\frac{c_\infty^2 + f - 1}{fx^4 c_\infty^8 / 16 + B^2(c_\infty^2 - 1)}} - 1 \right), \quad (61)$$

где B — константа интегрирования, которую мы определим ниже. Скорость звука затем может быть найдена с помощью (57), (60) и (61):

$$c_s^2 = \frac{x^3 c_\infty^8 (x c_\infty^2 / 2 - 1)}{(x/2 - 1)x^3 c_\infty^8 + 8B^2(c_\infty^2 - 1)}. \quad (62)$$

Отметим, что скорость звука становится бесконечной при $x \equiv x_{\text{sing}}$ и эта сингулярность является физической, если существует реальное решение (61) для всех $x > x_{\text{sing}}$.

Рассмотрим теперь малые возмущения над фоном (60), (61). Характеристики (вектор η^μ) для уравнения (51) удовлетворяют следующим уравнениям (см., например, [120, 121]):

$$\mathcal{G}_{\mu\nu}^{-1} \eta^\mu \eta^\nu = 0. \quad (63)$$

Вектор η^μ описывает распространение волнового фронта. Можно получить следующее дифференциальное уравнение для характеристик $\eta_\pm(x) \equiv dV/dx$:

$$\eta_\pm = \frac{1}{f} + \frac{1}{\xi_\pm}, \quad (64)$$

где

$$\xi_\pm = \pm f \sqrt{c_\infty^2 - \frac{2}{x} \frac{\sqrt{B^2(c_\infty^2 - 1) + c_\infty^8 x^4 f / 16}}{c_\infty^4 x^2 f / 4 \mp B(c_\infty^2 - 1)}}. \quad (65)$$

Следует отметить, что уравнение $\xi_\pm = dx/dt$ описывает распространение волнового фронта в шварцшильдовых координатах x и t .

Уравнение (64) не полностью определяет направление распространения. Вместе с величиной dV/dx необходимо выбрать конус будущего и конус прошлого для каждого

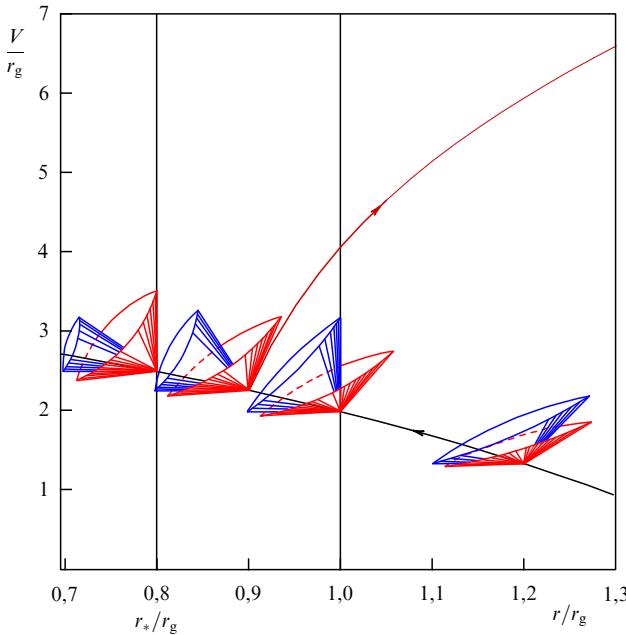


Рис. 9. Испускание звукового сигнала из падающей ракеты в координатах Эддингтона – Финкельштейна. Внутренние конусы соответствуют световым конусам будущего, а внешние конусы — звуковым конусам будущего (64). Кривая, соединяющая конусы, представляет собой мировую линию, полученную численно из (60), (61) для ракеты, которая движется вместе с падающим фоновым полем. Находясь между шварцшильдовским ($r = r_g$) и звуковым ($r = r_s$) горизонтами, ракета испускает акустический сигнал (направленный по кривой со стрелкой, идущей в правый верхний угол рисунка), который достигает удаленного наблюдателя за конечное время. Траектория сигнала получена численным интегрированием (64).

события. Однако положение световых конусов прошлого и будущего помогает нам сделать такой выбор для звуковых конусов. Используя характеристики (64), мы затем определим звуковые конусы следующим образом: 1) звуковые конусы прошлого и будущего не имеют пересекающихся областей; 2) звуковой конус будущего содержит внутри себя световой конус будущего, а звуковой конус прошлого — световой конус прошлого. Последнее свойство оправдывается тем, что оно выполняется на пространственной бесконечности и звуковые характеристики (64) совпадают там с радиальными световыми геодезическими. В результате мы приходим к заключению: сигнал, распространяющийся вдоль η_+ , направлен в положительном V -направлении, а сигнал, соответствующий η_- , — в отрицательном V -направлении (рис. 9). Если векторы распространения известны, то мы можем найти положение звукового горизонта. Звуковой горизонт определяется как поверхность, на которой величина пространственной скорости равна скорости звука. Сигналы, исходящие из области над этой поверхностью, могут достичь пространственной бесконечности, а изнутри звук выйти не может, поскольку его распространение ограничено сверхзвуковым движением жидкости (так же как и при захвате света горизонтом событий в гравитационном поле). Акустический сигнал, направленный из ЧД, соответствует η_+ , и поэтому звуковой горизонт расположен на $x \equiv x_*$, где $\eta_+ \equiv (dV/dx)_+$ становится бесконечным (см. рис. 9). Теперь мы можем определить константу интегрирования B , входящую в (60), (61). Мы полагаем, что в физически допустимых

ситуациях не должно быть сингулярности на звуковом горизонте и вне его, так же как и в случае акреции идеальной жидкости. Таким образом, мы имеем:

1) при $B \neq 1$ либо физическая сингулярность совпадает со звуковым горизонтом, либо скорость звука становится мнимой (это означает абсолютную неустойчивость) в пределах некоторой области вне сингулярной поверхности. В обоих случаях решение нефизично;

2) при $B = 1$ и $c_\infty^2 > 4/3$ скорость звука становится мнимой до достижения звукового горизонта или сингулярности. Это решение также нефизично;

3) при $B = 1$ и $c_\infty^2 < 4/3$ звуковой горизонт расположен на $x_* = 1/c_\infty^2$ и сингулярность спрятана внутри звукового горизонта. Это единственное приемлемое физическое решение.

Таким образом, мы должны положить $B = 1$ в (60), (61), что завершает построение фонового решения. При этом темп акреции на ЧД выражается в виде

$$\dot{M} = 4\pi M^2 \alpha^2 \frac{c_\infty^2 - 1}{c_\infty^4}. \quad (66)$$

Можно показать, что для найденного фонового решения акустические сигналы действительно могут выходить из ЧД, что позволяет с помощью этих сигналов заглянуть внутрь ЧД. Это становится возможным, потому что в рассматриваемом случае звуковой горизонт ($x_* = 1/c_\infty^2$) расположен внутри шварцшильдского горизонта. Пока сигнал испускается на достаточно большом x , а именно на $x > x_*$, он достигает пространственной бесконечности, распространяясь вдоль η_+ . Например, на горизонте событий

$$\eta_{\pm h} = \frac{1}{2} \frac{(c_\infty^4 \pm 1)^2}{c_\infty^2 - 1}. \quad (67)$$

Вектор распространения η_{+h} положителен, поэтому сигнал может свободно преодолеть горизонт Шварцшильда и выйти из ЧД. На рисунке 9 показано, как сигнал выходит из ЧД.

Главным результатом этого раздела является то, что в случае акреции на ЧД специального поля, подобного полю Борна – Инфельда, можно послать информацию из ЧД наружу. Этот результат имеет чисто классическую природу. Данный результат также изменяет обычное представление о горизонте событий ЧД как об абсолютной преграде для движения наружу. При этом принцип космической цензуры (см. раздел 5.1) не нарушается, поскольку центральная сингулярность скрыта под звуковым горизонтом. Нулевое энергетическое условие в этой модели также выполняется, и масса ЧД при акреции не уменьшается. Сходная в некотором отношении возможность выхода сигналов из ЧД имеется в биметрических теориях [195].

4.4. Духовой конденсат в поле чёрной дыры

Духовой конденсат — это скалярная теория поля, в которой лагранжиан имеет вид k -эссенции с дополнительными членами более высоких порядков по производным. (См. обсуждение духового конденсата в [31].) Конкретно, k -эссенционную часть можно выбрать в виде

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2\tilde{M}^4} (X - \tilde{M}^4)^2. \quad (68)$$

Можно показать, что для малых X , а именно $X < \tilde{M}^4$, в этой теории есть дух, тогда как при $X > \tilde{M}^4$ духи отсутствуют. Именно поэтому такую теорию называют "духовой конденсат". Предполагается, что духовый конденсат — это эффективная теория поля, рассматриваемая при $X \sim \tilde{M}^4$. Космологическая эволюция приводит к тому, что $X \rightarrow \tilde{M}^4$ для однородного решения. Как нетрудно увидеть из (43) и (44), такое решение соответствует $\rho(X) \rightarrow 0$ и $p(X) \rightarrow 0$. Таким образом, образуется нетривиальная конфигурация поля $\dot{\phi}_c = \text{const}$, но энергия и давление при таком однородном решении равны нулю.

Из формул (49) можно вычислить, что критическая точка находится на радиусе $3r_g$, при этом $\tilde{A} = 1$ и, соответственно, масса ЧД возрастает с темпом $\dot{M} = 2\pi\tilde{M}^4 r_g^2$. Такой расчёт впервые был проведён в [96]. Возникает парадоксальная ситуация, а именно: поле духового конденсата вносит нулевой вклад в космологическую эволюцию (потому что плотность и давление, как мы отметили выше, в интересующей нас точке $X \rightarrow \tilde{M}^4$ равны нулю), а темп акреции является ненулевым, более того, пропорциональным \tilde{M}^4 . Следовательно, соответствующим выбором \tilde{M} (напомним, что \tilde{M} — это параметр в лагранжиане) поток энергии может быть сделан очень большим, при этом космологические плотность и давление остаются нулевыми.

Исходя из выражения (50), можно объяснить, почему возникает такая ситуация для духового конденсата. Безразмерный параметр акреции \tilde{A} обычно порядка единицы, а $\dot{\phi}_\infty$ в этом случае оказывается не связанным непосредственно с давлением и плотностью, тогда как, например, в случае канонического поля $\dot{\phi}_\infty$ однозначно определяет плотность и давление. На самом деле такое странное поведение акреции объясняется патологическим поведением скалярного поля (68) в точке $X = \tilde{M}^4$ — духовый конденсат в точке $X = \tilde{M}^4$ ведёт себя подобно пыли. Именно поэтому в лагранжиан для духового конденсата изначально были введены дополнительные члены со старшими производными. Указанную патологию можно также увидеть из другого уравнения акреции — уравнения (10), откуда следует $\dot{M} = 0$, если $\rho_\infty = p_\infty = 0$. Этот результат противоречит только что полученному нами из рассмотрения критической точки — но на самом деле он соответствует выбору другой ветви решения. Вследствие того что духовый конденсат ведёт себя как пыль, можно выбрать ветви решения, которые не имеют критической точки (сверхзвуковые ветви). В частности, можно выписать в явном виде такое решение для ϕ (см. [96]), из которого следует, что поток действительно равен нулю, так же как и получается из (10). Поэтому разгадка данного парадокса заключается в выборе "правильного", физического решения, а именно такого, которое возникает как результат эволюции. Более подробное изучение акреции духового конденсата проведено в статье [97], где рассмотрена задача об акреции духового конденсата на шварцшильдовскую ЧД с учётом в точке $X \simeq \tilde{M}^4$ также членов со старшими производными (необходимыми, чтобы сделать теорию в этой точке регулярной). Было получено, что темп акреции очень мал.

Рассмотрим ещё один парадокс, связанный с движением духового конденсата в поле ЧД. В [196] показано, что с помощью духового конденсата можно нарушить второй закон термодинамики. А именно, при наличии духового конденсата возможна ситуация с "горизон-

тами" событий, имеющими разные температуры, но состояние ЧД при этом не меняется (в частности, темп акреции равен нулю). Чтобы организовать второй горизонт событий на ЧД, надо ввести, помимо поля духового конденсата, дополнительное поле, кинетически связанное с полем первого, так чтобы эффективная метрика для второго поля стала отличной от стандартной (по аналогии с ситуацией в случае k -эссенции).

Рассмотрим духовый конденсат, описываемый (68), но кроме него добавим поле ψ с лагранжианом

$$\mathcal{L}_\psi = \frac{1}{2}(\partial_\mu\psi)^2 + \frac{\varepsilon}{2}(\partial_\mu\phi\partial^\mu\psi)^2, \quad (69)$$

где ε — параметр. Далее можно найти регулярное решение для духового конденсата, такое, что $X = M^4$ (для этого нужно перейти в координаты, регулярные на горизонте, и положить, что ϕ пропорционально времени в этих координатах). Поскольку решение для ϕ является нетривиальным, метрика для поля ψ будет нестандартной со скоростью распространения сигналов (малых возмущений) $v = 1/(1+\varepsilon)^{1/2}$. Выбирая положительные или отрицательные значения ε , можно получить досветовое или суперсветовое распространение сигналов для ψ . Отсюда можно найти, что хокинговское излучение для частиц $\psi = v^3 T_H$, где T_H — излучение Хокинга для обычных частиц (например, гравитона). Факт существования другой (индуцированной) метрики и другой температуры сам по себе не удивителен — мы видели подобное в случае k -эссенции, более того, для обычной жидкости фонны также распространяются на индуцированной метрике (за исключением случая ультражёсткой жидкости). Интересно здесь другое: при этом не происходит акреции материи (так как для выбранного решения поток энергии равен нулю) и состояние ЧД не меняется, т.е. ЧД не растёт! Иными словами, возникла ситуация, в которой тело (в данном случае ЧД) излучает разные частицы (например, гравитон и поле ψ) с разными температурами, но состояние тела при этом не меняется, если пренебречь излучением Хокинга.

Такая система нарушает второй закон термодинамики. А именно, обозначим хокинговские температуры двух разных частиц как T_2 и T_1 и для определённости положим $T_2 < T_1$. Окружим ЧД двумя оболочками — одна из них (оболочка А) взаимодействует только с частицами ψ_1 , а другая (оболочка В) — только с частицами ψ_2 . Выберем температуры T_A и T_B этих оболочек, такие, что $T_1 < T_A < T_B < T_2$. Понятно, что общий поток частиц 1 будет направлен к ЧД, в то время как общий поток частиц 2 направлен от ЧД. Можно подобрать температуры T_A и T_B так, чтобы эти потоки были равны (не нарушая при этом предыдущего условия). Тогда общий поток на ЧД будет равен нулю, но тепло будет течь (через ЧД) от более холодной оболочки (с температурой T_A) к более горячей (с температурой T_B).

4.5. Акреция галилеона

Скалярные и скалярно-тензорные модели, сейчас более известные под названием "галилеон", изучались в физике и математике в разных "реинкарнациях". Нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка в частных производных (называемое сейчас уравнением Монжа — Ампера), которое применяется к различным проблемам геометрии Римана, конформной геометрии и др., начали изучать ещё в XVIII в. В 1974 г. Хорднески

сформулировал самую общую скалярно-тензорную теорию в четырёх измерениях, уравнения движения в которой включают в себя производные не выше вторых [197]. Затем в 1990-х годах Фэйрли с соавторами развили так называемую универсальную теорию поля, которая строится пошагово — следующий лагранжиан определяется из уравнений движения предыдущего [198]. Недавно была предложена в [32] и развита затем во многих работах (см., например, [33, 34, 199]) модель, названная "галилеон". Этой модели присуще замечательное свойство: её лагранжиан содержит члены высших порядков, но в уравнениях движения производные поля имеют не более чем второй порядок.

Модель галилеона интересна сразу в нескольких аспектах. Во-первых, это теория с неквадратичной кинетической связью, что приводит к распространению возмущений в эффективной метрике, отличной от гравитационной, аналогичному распространению таковых в случае k -эссенции. Другое интересное свойство галилеона состоит в том, что в рамках этой модели можно воспроизвести космологическую модель с фантомным поведением, не содержащую, однако, при некотором выборе параметров и начальных условий духовых решений.

Рассмотрим сферически-симметричную аккрецию галилеона на ЧД Шварцшильда в приближении пробной жидкости. Предполагаем, что галилеон эволюционирует на космологических масштабах. Общий вид ковариантного действия для галилеона в виде скалярного поля имеет вид [33]

$$S_\pi = \int d^4x \sqrt{-g} \mathcal{L}_\pi, \quad (70)$$

при этом плотность лагранжиана может быть представлена как линейная комбинация

$$\mathcal{L}_\pi = \sum_{i=1}^{i=5} c_i \mathcal{L}_i, \quad (71)$$

где

$$\mathcal{L}_1 = \pi, \quad \mathcal{L}_2 = \pi_{;\mu} \pi^{;\mu}, \quad \mathcal{L}_3 = \pi_{;\mu} \pi^{;\mu} \square \pi. \quad (72)$$

Члены $\mathcal{L}_4, \mathcal{L}_5$, которые имеют более сложную структуру и содержат производные π более высоких порядков, мы здесь рассматривать не будем. Также далее мы положим $c_1 = 0$, т.е. исключим из рассмотрения "потенциальный" член.

Тензор энергии-импульса, получаемый из (71), (72) в виде $T_{\mu\nu}^{(i)} \equiv 2/\sqrt{-g} (\delta S_{(i)}/\delta g^{\mu\nu})$, вычислен в работе [117], где также приведены уравнения движения, полученные вариацией (70) по π .

Для упрощения записи формул удобно ввести следующие безразмерные переменные:

$$x^\mu \rightarrow r_g x^\mu, \quad \pi \rightarrow C r_g \pi, \quad (73)$$

где $r_g = 2M$ — гравитационный радиус ЧД, а константа C может быть ассоциирована с космологической величиной $\partial_t \pi$.

Изучим аккрецию галилеона с ненулевыми \mathcal{L}_2 и \mathcal{L}_3 , другие члены полагаем равными нулю. Этот тип действия (с точностью до коэффициентов перед \mathcal{L}_2 и \mathcal{L}_3) появляется в эффективных действиях для скалярного поля в определённом пределе модели Двали–Габадзе–Поррати (Dvali–Gabadze–Porrati, DGP) [200].

В новых переменных действие имеет вид

$$S_\pi = r_g^4 C^2 \int d^4x \sqrt{-g} [\epsilon (\partial \pi)^2 + \kappa (\partial \pi)^2 \square \pi], \quad (74)$$

где $\epsilon = 0, \pm 1$, $\kappa = C c_3 / r_g$ и мы допускаем, что величина κ может быть как положительной, так и отрицательной. Положительное ϵ соответствует каноническому кинетическому члену, а положительные ϵ и κ дают лагранжиан скалярного поля DGP.

Уравнения движения, полученные из (74), имеют вид

$$\nabla_\mu j^\mu = 0, \quad j_\mu \equiv 2\epsilon \pi_{,\mu} + \kappa (2\pi_{,\mu} \square \pi - \partial_\mu (\partial \pi)^2), \quad (75)$$

или

$$\epsilon \square \pi + \kappa ((\square \pi)^2 - (\nabla \nabla \pi)^2 - R^{\mu\nu} \pi_{,\mu} \pi_{,\nu}) = 0. \quad (76)$$

Нам также понадобится уравнение для возмущений $\delta \pi$ на нетривиальном фоне $\pi(t, x)$ в пределе высоких частот. Из (76) получаем уравнение

$$G^{\mu\nu} \nabla_\mu \nabla_\nu \delta \pi = 0, \quad (77)$$

где

$$G^{\mu\nu} = (\epsilon + 2\kappa \square \pi) g^{\mu\nu} - 2\kappa \nabla^\mu \nabla^\nu \pi. \quad (78)$$

Вектор распространения для малых возмущений может быть найден из соотношения

$$G_{\mu\nu}^{-1} \eta^\mu \eta^\nu = 0, \quad (79)$$

где $G_{\mu\nu}^{-1}$ — матрица, обратная к $G^{\mu\nu}$.

Поскольку мы интересуемся решениями для скалярного поля, в том числе в некоторой области внутри шварцшильдовского горизонта, мы будем использовать координаты Эддингтона–Финкельштейна, которые регулярны на горизонте. Координата Эддингтона–Финкельштейна (v, r) связана с обычными шварцшильдовскими координатами (t, r) следующим соотношением:

$$v = t + \int \frac{dr}{f}, \quad r = r,$$

где $f = 1 - 1/r$ в безразмерных переменных. Метрика Шварцшильда в координатах Эддингтона–Финкельштейна имеет вид

$$ds^2 = f dv^2 - 2dv dr - r^2 d\Omega^2. \quad (80)$$

Для исследования стационарной аккреции используем анзац

$$\pi(v, r) = v - \int \frac{dr}{f} + \psi(r). \quad (81)$$

Заметим, что, принимая анзац (81), мы имеем свободу в выборе нормировки в (73). Таким образом, мы можем выбрать константу C равной $\partial_v \pi$ на пространственной бесконечности,

$$C = \partial_v \pi \Big|_{r=\infty} = \partial_v \pi \Big|_{r=\infty},$$

полагая тем самым коэффициент перед v в (81) равным единице. Поскольку ток зависит только от r , уравнение (75) можно один раз проинтегрировать. В результате

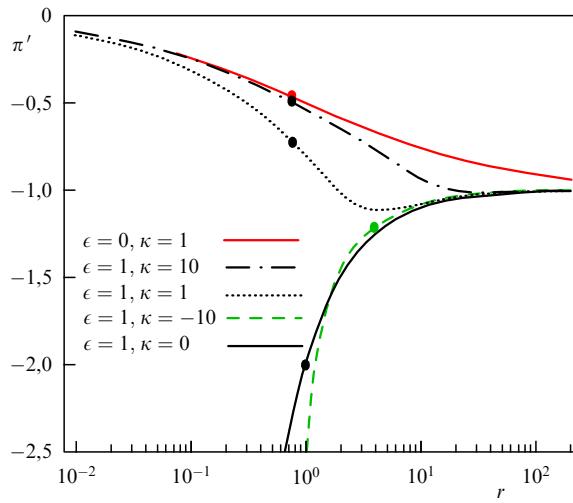


Рис. 10. Решения $\pi' = -1/f + \psi'(r)$ для различных параметров модели в случае $\mathcal{L} \sim \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3$. Положения звукового горизонта показаны кружками. При $\kappa < 0$ звуковой горизонт находится вне шварцшильдовского горизонта, а при $\kappa > 0$ звуковой горизонт лежит внутри шварцшильдовского.

получим

$$r^2 j^r = A, \quad (82)$$

где A — константа, определяющая полный поток. Для ансамбля (81) r -компоненты тока имеют вид

$$j^r = 2\epsilon f \psi' + \kappa \left(-\frac{f'}{f} + ff' \psi'^2 + \frac{4f^2 \psi'^2}{r} \right). \quad (83)$$

Уравнения (82), (83) могут быть также получены из $T_{;v}^{\mu\nu} = 0$, что даёт $r^2 T_v^r = \text{const}$, отсюда для ансамбля (81) находим $T_v^r = j^r$. Уравнения (82) и (83) дают алгебраическое уравнение для ψ' . Решение содержит свободный параметр A : $\psi' = \psi'(A, r)$. Физическое решение находится из условия отсутствия сингулярностей на горизонте Шварцшильда и звуковом горизонте. В общем случае (82) и (83) имеют два решения:

$$\psi'_{(2,3)} = -\frac{\epsilon r^2 f \pm \sqrt{\epsilon^2 r^4 f^2 + kr(Af + kr^2 f')(rf' + 4f)}}{krf(rf' + 4f)}, \quad (84)$$

где индекс $(2, 3)$ означает, что решение получено для теории с членами \mathcal{L}_2 и \mathcal{L}_3 в лагранжиане. Решения $\pi'(r)$ для различных параметров ϵ и κ показаны на рис. 10. [117].

Поскольку рассматривается задача в стационарном случае для пробной жидкости, темп изменения массы ЧД может быть найден через полный поток на бесконечности, $r \rightarrow \infty$. В координатах Шварцшильда полный поток $\propto r^2 T_i^r$. Выражая T_i^r через компоненты в системе Эдингтона — Финкельштейна, получим

$$\frac{dM}{dt} = 4\pi A r_g^2 \dot{\pi}_\infty^2. \quad (85)$$

В конечном выражении (85) мы перешли к физическим единицам. Поток можно сделать отрицательным, изменив общий знак лагранжиана для π , тогда масса ЧД будет не возрастать, а убывать. Обычно подобное изменение знака сопровождается появлением духовых

решений. Однако в [56] показано, что, хотя член \mathcal{L}_2 имеет "духовый" вид, полный лагранжиан $\mathcal{L} \sim \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_3$ вблизи космологического аттрактора духов не содержит.

5. Аккреция с учётом обратного влияния

В рассмотренных в разделах 1–4 моделях жидкость считалась пробной. То есть эта жидкость "чувствовала" гравитационное поле ЧД и двигалась в этом заданном внешнем поле, а гравитационным полем, создаваемым самой жидкостью, мы пренебрегали. Однако иногда гравитационное поле жидкости становится принципиально важным и может качественно изменить картину происходящих явлений. Поле аккрецируемой жидкости и обусловленные им эффекты обозначают термином "обратное влияние" (back reaction). В этом разделе мы изучим обратное влияние аккрецируемой материи на сферически-симметричную ЧД методом теории возмущений в случае стационарной аккреции.

5.1. Приближение к экстремальному состоянию и недостаточность модели пробной жидкости

В случае аккреции фантомной жидкости с $\rho + p < 0$ масса ЧД Рейснера — Нордстрёма уменьшается. В связи с этим возникает вопрос: возможно ли превращение ЧД Рейснера — Нордстрёма в голую сингулярность при аккреции фантомной тёмной энергии? При делавшихся без учёта обратной реакции предположениях такое превращение выглядит возможным, поскольку масса ЧД уменьшается, а электрический заряд остаётся прежним. Превращение ЧД Рейснера — Нордстрёма в голую сингулярность при аккреции жидкости с $\rho < 0$ обсуждалось в [105, 201].

Превращение ЧД в голую сингулярность означает нарушение принципа космической цензуры. Этот принцип сформулирован Роджером Пенроузом [202] в 1969 г. на основе теорем о сингулярностях в ОТО [101, 203, 204] и общих свойствах чёрных дыр. Принцип космической цензуры утверждает, что при любых физических процессах центральная сингулярность остаётся скрытой от удалённого наблюдателя под горизонтом событий ЧД. В частности, при гравитационном коллапсе всегда образуется ЧД, а не голая сингулярность. Принцип космической цензуры до сих пор не доказан и является лишь правдоподобной гипотезой [205–208]. На этом принципе основан третий закон термодинамики чёрных дыр [112], утверждающий, что нельзя достичь экстремального состояния ЧД и, соответственно, невозможно превратить ЧД в голую сингулярность за конечное число шагов. Проверка принципа космической цензуры была проведена для электрически заряженных и вращающихся ЧД в приближении пробных частиц [209–214]. Известные примеры нарушения принципа космической цензуры реализованы в крайне нефизических условиях коллапса вещества с нереалистическим сильно анизотропным тензором энергии-импульса.

Уменьшение массы чёрной дыры при аккреции фантомной энергии открывает принципиальную возможность нарушения третьего закона термодинамики ЧД в случае, когда дыра вращается или является электрически заряженной. Сохранение заряда и углового момента при такой аккреции позволяет в принципе достичь экстремального состояния за конечное время. По этой логике,

при продолжении акреции горизонт событий должен исчезнуть и ЧД превратится в голую сингулярность. Отметим, что эта возможность реализуется в приближении пробной жидкости. В разделах 5.2, 5.3 мы приведём аргументы (но не доказательства!) в пользу сохранения третьего закона термодинамики чёрных дыр при акреции фантомной энергии с учётом обратного влияния акрецируемого вещества на метрику почти экстремальной ЧД.

Выше мы всюду предполагали, что жидкость не оказывает обратного влияния на метрику. Это приближение неверно для почти экстремальных ЧД. Наличие сколь угодно лёгкой жидкости может привести к драматическому эффекту для метрики, и обратная реакция акрецируемого потока может предотвратить превращение ЧД в голую сингулярность. Важность рассмотрения обратной реакции для задач такого рода обсуждалась в [215] в контексте поглощения скалярных частиц с большими угловыми моментами почти экстремальной ЧД.

В [114] исследована акреция на экстремальную ЧД. Показано, что на горизонте событий экстремальной ЧД $r_+ = M$ радиальная компонента 4-скорости u^r стремится к нулю, $u^r \rightarrow 0$, а плотность ρ стремится к бесконечности, $\rho \propto n^2 \propto (r - M)^{-1} \rightarrow \infty$. Полная масса жидкости около ЧД также стремится к бесконечности. Такое поведение служит признаком нарушения приближения пробной жидкости. По этой причине найденные решения не являются в полной мере самосогласованными и для получения корректных решений требуется учёт обратной реакции.

5.2. Теория возмущений и поправки к метрике

В этом разделе мы представим метод теории возмущений для проблемы акреции [132], который в первом приближении учитывает обратную реакцию. Мы находим поправки к метрике, возникающие из-за влияния на метрику акрецируемого вещества с тензором энергии-импульса $T_{\mu\nu}$ общего вида в приближении квазистационарной акреции, когда темп акреции на чёрную дыру мал. Наличие малого параметра в случае квазистационарной акреции существенно облегчает решение задачи об обратном влиянии акреции на метрику. При этом в возмущённых уравнениях Эйнштейна можно пренебречь членами как со вторыми производными, так и с производными первых производных, которые квадратичны по малому параметру. Предполагается, что решение для $T_{\mu\nu}(r)$ в зависимости от радиуса уже известно в приближении пробной жидкости, т.е. без учёта обратной реакции жидкости. Затем, используя $T_{\mu\nu}(r)$ в качестве нулевого приближения, мы находим поправки к метрике, обусловленные обратной реакцией.

Применим сначала эту схему к шварцшильдовской ЧД в падающей системе отсчёта. Сферически-симметричная метрика может быть записана в виде (см., например, [148, 216])

$$ds^2 = \exp(v(V, r) + 2\lambda(V, r)) dV^2 - 2\exp(\lambda(V, r)) dV dr - r^2 d\Omega^2, \quad (86)$$

где $v(V, r)$ и $\lambda(V, r)$ — произвольные функции. Эта система координат близка по конструкции к системе Эддингтона–Финкельштейна и связана с радиально падающими фотонами (нулевыми геодезическими). Похожая метрика была введена в [217] с использованием

2*

"радиационных координат". Вакуумное решение Шварцшильда получается, если положить $\lambda = 0$ и $\exp(v(V, r)) = 1 - 2M_0/r$, где M_0 — масса ЧД, так что

$$ds_{vac}^2 = \left(1 - \frac{2M_0}{r}\right) dV^2 - 2dV dr - r^2 d\Omega^2. \quad (87)$$

Заметим, что при этом (87) является решением для метрики в нулевом приближении.

Аналогично, вместо метрического коэффициента $v(V, r)$ мы будем использовать функцию $M(V, r)$, определённую как

$$\exp(v(V, r)) \equiv 1 - \frac{2M(V, r)}{r}, \quad (88)$$

так что в нулевом приближении $M(V, r) = M_0 = \text{const.}$

Подставляя (86) и (88) в уравнения Эйнштейна, получаем следующую систему уравнений:

$$8\pi T_0^0 = -\left(\frac{1}{r^2} + \frac{v'}{r}\right) \exp v + \frac{1}{r^2}, \quad (89)$$

$$8\pi T_0^1 = \frac{\exp v}{r} \dot{v}, \quad (90)$$

$$8\pi T_1^0 = \frac{2[\exp(-\lambda)]'}{r}, \quad (91)$$

$$8\pi T_1^1 = -\left(\frac{1}{r^2} + \frac{v'}{r}\right) \exp v + \frac{1}{r^2} - \frac{2\lambda'}{r} \exp v, \quad (92)$$

$$8\pi T_2^2 = 8\pi T_3^3 = -\left(\lambda'' + \frac{v''}{2}\right) \exp v - \dot{\lambda}' \exp(-\lambda) - \left(\lambda'^2 + \frac{v'^2}{2} + \frac{\lambda' + v'}{r} + \frac{3}{2}\lambda' v'\right) \exp v, \quad (93)$$

где точка обозначает $\partial/\partial V$, а штрих обозначает $\partial/\partial r$. Левые части уравнений (89)–(93) содержат компоненты тензора энергии-импульса, взятые в нулевом приближении, т.е. решение для стационарной акреции вещества, в котором пренебрегается обратной реакцией. Не все составляющие системы уравнений (89)–(93) являются независимыми. Используя соотношения Бьянки, можно показать, что (93) представляет собой комбинацию уравнений (89)–(92).

Подставляя (88) в (89) и (90), получаем соответственно

$$M' = 4\pi T_0^0 r^2, \quad (94)$$

$$\dot{M} = \mathcal{A}. \quad (95)$$

В уравнении (95) введено обозначение

$$\mathcal{A} \equiv -4\pi T_0^1 r^2 \quad (96)$$

для полного потока энергии, пересекающего поверхность с радиусом r . Правые части уравнений (94), (95) взяты в нулевом приближении. Компоненты тензора энергии-импульса в данном приближении не зависят от времени, а поток \mathcal{A} не зависит от r , т.е. $\mathcal{A} = \text{const.}$

Интегрируя (94) и (95), находим

$$M(V, r) = M_0 + \mathcal{A}V + 4\pi \int_{r_0}^r T_0^0(r') r'^2 dr', \quad (97)$$

$$\lambda(r) = -4\pi \int_{r_0}^r T_1^0(r') dr'. \quad (98)$$

Если компоненты тензора энергии-импульса являются достаточно плавно изменяющимися функциями радиальной координаты (что представляется вполне резонным для непатологического вещества), то тогда из (97) и (98) можно найти выражения для поправок к метрике вблизи горизонта событий ЧД:

$$M(V, r) = M_0 + \mathcal{A}V + 4\pi r_0^2(r - r_0)T_0^0 \Big|_{r=r_0}, \quad (99)$$

$$\lambda(r) = -4\pi r_0(r - r_0)T_1^0 \Big|_{r=r_0}. \quad (100)$$

Полученные результаты легко обобщить для ЧД Рейснера–Нордстрёма, если вместо (88) записать метрический коэффициент v в виде

$$\exp(v(V, r)) = 1 - \frac{2M(V, r)}{r} + \frac{Q^2}{r^2}, \quad (101)$$

где Q — заряд ЧД.

Вычислим сдвиг горизонта видимости, обусловленный найденными выше поправками. В случае метрики (86) положение горизонта видимости r_h может быть найдено из следующего уравнения [218]:

$$\exp(v(V, r)) = 0. \quad (102)$$

Это уравнение может быть получено из условия, что для радиального движения исходящих фотонов $dr/dV = 0$. Действительно, из $ds^2 = 0$ получаем две радиальных нулевых геодезических:

$$dV = 0, \quad \frac{dr}{dV} \exp(-v - \lambda) = \frac{1}{2}. \quad (103)$$

Горизонт видимости удовлетворяет условию, что фотоны не пересекают поверхность $r = \text{const}$ в направлении возрастания r . Это даёт $dr/dV = 0$, и из (103) получаем $\exp(v + \lambda) = 0$, следовательно, $\exp(v(V, r)) = 0$. Последний переход основан на регулярности функции λ . Теперь для шварцшильдовской ЧД из (97) и (102) находим неявное уравнение для r_h :

$$M_0 + \mathcal{A}V + 4\pi \int_{r_0}^{r_h} T_0^0(r)r^2 dr = \frac{r_h}{2}. \quad (104)$$

Для малых сдвигов горизонта

$$r_h \approx 2M_0 + 2\mathcal{A}V. \quad (105)$$

Таким образом, основной вклад в сдвиг горизонта определяется только полным потоком \mathcal{A} и не зависит от других компонент тензора энергии-импульса.

Аналогично, для сдвига горизонта заряженной ЧД вместо (104) имеем

$$M_0 + \mathcal{A}V + 4\pi \int_{r_0}^{r_h} T_0^0(r)r^2 dr = \frac{r_h}{2} + \frac{Q^2}{2r_h}, \quad (106)$$

$$r_h \approx M_0 + \mathcal{A}V + \sqrt{M_0^2 - Q^2 + 2M_0\mathcal{A}V}. \quad (107)$$

Для акреции фантомной тёмной энергии горизонт не существует при положительных V , что означает неприменимость нашей схемы теории возмущений в данном случае. Нарушение применимости этой схемы обуслов-

лено тем, что акреция фантомной тёмной энергии уменьшает массу ЧД и сколь угодно малое количество фантомной тёмной энергии может превратить ЧД в голую сингулярность, а такая трансформация не может быть описана в используемом нами квазистационарном приближении. С другой стороны, если акрецируется нормальная (не фантомная) материя, то (107) полностью применимо. Отметим, что в статических координатах приближение пробной жидкости нарушается при акреции вещества любого типа (и фантомного, и не фантомного) [133].

Интересно также отметить, что вблизи горизонта шварцшильдовской ЧД, вне зависимости от формы энергии-импульса акрецирующей жидкости, метрика имеет вид решения Вайды [126].

Рассмотрим акрецию идеальной жидкости с тензором энергии-импульса (4). В используемой здесь системе отсчёта 4-скорость имеет вид

$$u^\mu = \left(\frac{1}{\sqrt{f_0 + u^2 + u}}, -u, 0, 0 \right), \quad (108)$$

где $u \equiv |dr/ds| > 0$ — абсолютная величина радиальной компоненты 4-скорости в статических координатах, $f_0 \equiv 1 - 2M_0/r$. Легко проверить, что все компоненты u^μ и u_μ не имеют расходимости на горизонте. Соответствующие компоненты тензора энергии-импульса выражаются в виде

$$T_0^0 = \frac{\rho \sqrt{f_0 + u^2 - pu}}{\sqrt{f_0 + u^2 + u}}, \quad T_1^0 = -\frac{\rho + p}{(\sqrt{f_0 + u^2 + u})^2}. \quad (109)$$

Вблизи горизонта $f_0 \rightarrow 0$, и мы получаем

$$T_0^0 \rightarrow \frac{1}{2}(\rho - p), \quad T_1^0 \rightarrow -\frac{\rho + p}{4u^2}. \quad (110)$$

Таким образом, из (99) и (100) можно найти поправки в виде

$$M(V, r) \approx M_0 + \mathcal{A}V + 2\pi r_0^2(\rho - p)(r - r_0), \quad (111)$$

$$\lambda(r) \approx \pi r_0 \frac{\rho + p}{u^2} (r - r_0). \quad (112)$$

Выражения (111), (112) верны для любой идеальной жидкости вблизи горизонта ЧД. Заметим, что поток энергии на ЧД даётся выражением (96), в котором для идеальной жидкости $T_0^1 = -(\rho + p)u\sqrt{f_0 + u^2}$ [85]. Таким образом, из (111) видно, что акреция фантомной энергии с $\rho + p < 0$ приводит к уменьшению массы ЧД. Следовательно, мы подтвердили, что учёт обратной реакции не изменяет результата раздела 2, где исследовалось только нулевое приближение.

Аналогичный расчёт, выполненный в статической системе отсчёта [133], показал, что приближение пробной жидкости нарушается из-за обратного влияния гравитации жидкости на метрику ЧД при акреции на ЧД, приближающуюся к экстремальному состоянию $M \rightarrow Q$. А именно, поправки к радиусу горизонта событий ЧД и внутреннего горизонта Коши расходятся при сколь угодно малом темпе акреции \dot{M} , если $M \rightarrow Q$. Этот вывод находится в согласии с принципом космической цензуры [202] и третьим законом термодинамики

ЧД [219], согласно которым экстремальное состояние недостижимо в конечных процессах. Другими словами, в таких процессах невозможно превратить ЧД в голую сингулярность. Однако для полного прояснения механизма обратной реакции необходимо исследование нелинейных уравнений Эйнштейна, выходящее за рамки теории возмущений.

5.3. Аккреция тонких оболочек

Ещё одним методом исследований, в котором учитывается обратное влияние аккрецируемого вещества на метрику, является использование модели тонких самогравитирующих оболочек. Хотя среда с ненулевым давлением не может быть в полной мере представлена в модели оболочек, данный подход оказывается очень полезным, так как он позволяет делать точные выводы о глобальной структуре сферически-симметричного пространства-времени. Модели с оболочками могут быть проквантованы, и соответствующие решения оказываются полезными для понимания механизма излучения Хокинга. Модели с оболочками применялись не только для решения задач с ЧД, но и, например, для расчёта свойств фазовых переходов в ранней Вселенной.

Изящный общековариантный формализм тонких оболочек был развит У. Израэлем [134, 135] (см. также подробный вывод и обсуждение в [136]). Выбирается некоторая гиперповерхность Σ , разделяющая пространство-время на две части — "in" и "out" — с гауссовыми нормальными координатами,

$$ds^2 = d\tau^2 - dn^2 - R^2(\tau, n) d\Omega^2, \quad (113)$$

где τ — собственное время наблюдателя, находящегося на Σ , а координата n возрастает от in-области к out-области по внешней нормали к гиперповерхности Σ . Гиперповерхность Σ , находящаяся на $n = 0$, называется сингулярной оболочкой, если на ней локализован какой-либо тензор энергии-импульса, например $T_i^k = S_i^k \delta(n) + \dots$, где S_i^k — тензор энергии-импульса на оболочке ($i, k = 0, 2, 3$). В противном случае гиперповерхность несингулярна.

Из уравнений Эйнштейна получаются достаточно простые уравнения эволюции радиуса оболочки и величин S_i^k . С их помощью аккреция обычных (не фантомных) оболочек рассматривалась во множестве работ (см., например, [136] и приведённые там ссылки). Аккреция оболочек в какой-то мере может служить моделью аккреции тёмной энергии.

Случай аккреции оболочки с фантомным уравнением состояния исследован в [220]. Линейное фантомное уравнение состояния для оболочки имеет вид $S_0^0 = kS_2^2$, где $k > 1$. Возможны как финитные, так и инфинитные движения оболочки. Оказалось, что фантомная оболочка обладает даже более "отталкивающими" свойствами по сравнению с таковыми обычной тёмной энергии с $p < 0$. Шварцшильдовская геометрия, окружённая фантомной оболочкой, имеет вид кротовой норы во всех случаях, за исключением одного. В геометрии кротовой норы удалённый наблюдатель не может видеть оболочку, поскольку она находится за горловиной (мостом Эйнштейна–Розена).

В модели оболочек в полной мере учитывалась обратная реакция аккрецируемого вещества на метрику. В случае фантомной оболочки эта обратная реакция

может являться критическим фактором для формирования глобальной геометрии пространства-времени.

В ряде работ фантомная энергия являлась также необходимым ингредиентом для построения сложных топологических структур, наподобие кротовых нор (вариации и обобщения мостов Эйнштейна–Розена) [221, 222]. В частности, для реализации проходимых (traversable) кротовых нор необходим мост из фантомной энергии между двумя горловинами, асимптотически плоскими на пространственных бесконечностях.

6. Заключение

В последние годы концепция тёмной энергии, несмотря на свою неопределённость, захватила умы физиков-космологов. Тёмная энергия, проявляющаяся при стандартной интерпретации в форме субстанции с отрицательным давлением и обеспечивающая наблюдаемое ускоренное расширение Вселенной, представляет собой чрезвычайно важный и загадочный компонент Вселенной, не укладывающийся в рамках Стандартной модели элементарных частиц.

В настоящее время физическая природа тёмной материи остаётся абсолютно неясной, несмотря на множество гипотез, предложенных для её объяснения. Современный уровень наблюдательной техники позволяет фиксировать наличие тёмной энергии во Вселенной только глобально, в виде ускоренного космологического расширения, влияния на крупномасштабную структуру распределения галактик и анизотропию реликтового излучения. Исследование локального взаимодействия тёмной энергии с чёрными дырами, помимо абстрактно-математического интереса, представляется также перспективным направлением для поисков новых возможных наблюдательных проявлений тёмной энергии.

Авторы выражают признательность рецензентам, замечания которых позволили значительно улучшить изложение материала. Работа выполнена при поддержке грантами РФФИ 13-02-00257, ОФН-17 РАН, НШ-871.2012.2 и грантом FQXi-MGA-1209 Института фундаментальных вопросов (Foundational Questions Institute).

Список литературы

1. Перлмуттер С УФН **183** 1060 (2013); Perlmutter S *Rev. Mod. Phys.* **84** 1127 (2012)
2. Шмидт Б П УФН **183** 1078 (2013); Schmidt B P *Rev. Mod. Phys.* **84** 1151 (2012)
3. Риес А Дж УФН **183** 1090 (2013); Riess A G *Rev. Mod. Phys.* **84** 1165 (2012)
4. Bahcall N A et al. *Science* **284** 1481 (1999)
5. Riess A G et al. *Astron. J.* **116** 1009 (1998)
6. Perlmutter S et al. *Astrophys. J.* **517** 565 (1999)
7. Bennett C L et al. *Astrophys. J. Suppl.* **148** 1 (2003)
8. Чернин А Д УФН **178** 267 (2008) [Chernin A D *Phys. Usp.* **51** 253 (2008)]
9. Чернин А Д УФН **183** 741 (2013) [Chernin A D *Phys. Usp.* **56** 704 (2013)]
10. Лукаш В Н, Рубаков В А УФН **178** 301 (2008) [Lukash V N, Rubakov V A *Phys. Usp.* **51** 283 (2008)]
11. Болотин Ю Л, Ерохин Д А, Лемец О А УФН **182** 941 (2012) [Bolotin Yu L, Erokhin D A, Lemets O A *Phys. Usp.* **55** 876 (2012)]
12. Copeland E J, Sami M, Tsujikawa S *Int. J. Mod. Phys. D* **15** 1753 (2006)

13. Einstein A *Sitzungsber. Königl. Preuß. Akad. Wissenschaft. Berlin* **1** 142 (1917) [Эйнштейн А *Собрание научных трудов* Т. 1 (Под ред. И Е Тамма, Я А Смородинского, Б Г Кузнецова) (М.: Наука, 1965) с. 601]
14. Einstein A *Z. Phys.* **11** 326 (1922) [Эйнштейн А *Собрание научных трудов* Т. 2 (Под ред. И Е Тамма, Я А Смородинского, Б Г Кузнецова) (М.: Наука, 1966) с. 118; УФН **80** 453 (1963)]
15. Einstein A *Z. Phys.* **16** 228 (1922) [Эйнштейн А *Собрание научных трудов* Т. 2 (Под ред. И Е Тамма, Я А Смородинского, Б Г Кузнецова) (М.: Наука, 1966) с. 119; УФН **80** 453 (1963)]
16. Friedmann A *Z. Phys.* **10** (1) 377 (1922) [Фридман А *Журн. Русск. физ.-хим. общ-ва* **56** 59 (1924)]
17. Friedmann A *Z. Phys.* **21** (1) 326 (1924) [Фридман А УФН **80** 447 (1963)]
18. Черепашук А М УФН **183** 535 (2013) [Cherepashchuk A M *Phys. Usp.* **56** 509 (2013)]
19. Yoo J, Watanabe Y *Int. J. Mod. Phys. D* **21** 1230002 (2012)
20. Бурдюжа В В УФН **180** 439 (2010) [Burdyuzha V V *Phys. Usp.* **53** 419 (2010)]
21. Wetterich C *Nucl. Phys. B* **302** 668 (1988)
22. Peebles P J E, Ratra B *Astrophys. J.* **325** L17 (1988)
23. Ratra B, Peebles P J E *Phys. Rev. D* **37** 3406 (1988)
24. Frieman J A et al. *Phys. Rev. Lett.* **75** 2077 (1995)
25. Caldwell R R, Dave R, Steinhardt P J *Phys. Rev. Lett.* **80** 1582 (1998)
26. Zlatev I, Wang L, Steinhardt P J *Phys. Rev. Lett.* **82** 896 (1999)
27. Albrecht A, Skordis C *Phys. Rev. Lett.* **84** 2076 (2000)
28. Armendariz-Picon C, Damour T, Mukhanov V *Phys. Lett. B* **458** 209 (1999)
29. Armendariz-Picon C, Mukhanov V, Steinhardt P J *Phys. Rev. Lett.* **85** 4438 (2000)
30. Chiba T, Okabe T, Yamaguchi M *Phys. Rev. D* **62** 023511 (2000)
31. Arkani-Hamed N et al. *JHEP* (05) 074 (2004)
32. Nicolis A, Rattazzi R, Trincherini E *Phys. Rev. D* **79** 064036 (2009)
33. Deffayet C, Esposito-Farèse G, Vikman A *Phys. Rev. D* **79** 084003 (2009)
34. Deffayet C, Deser S, Esposito-Farèse G *Phys. Rev. D* **80** 064015 (2009)
35. Chow N, Khouri J *Phys. Rev. D* **80** 024037 (2009)
36. Sahni V, Starobinsky A *Int. J. Mod. Phys. D* **9** 373 (2000)
37. Maia M D, Monte E M, Maia J M F *Phys. Lett. B* **585** 11 (2004)
38. Jordan P *Nature* **164** 637 (1949)
39. Fierz M *Helv. Phys. Acta* **29** 128 (1956)
40. Brans C, Dicke R H *Phys. Rev.* **124** 925 (1961)
41. Damour T, Esposito-Farèse G *Class. Quantum Grav.* **9** 2093 (1992)
42. Sotiriou T P, Faraoni V *Rev. Mod. Phys.* **82** 451 (2010)
43. Рубаков В А УФН **171** 913 (2001) [Rubakov V A *Phys. Usp.* **44** 871 (2001)]
44. De Felice A et al. *Class. Quantum Grav.* **30** 184004 (2013); arXiv:1304.0484
45. Рубаков В А, Тиняков П Г УФН **178** 785 (2008) [Rubakov V A, Tinyakov P G *Phys. Usp.* **51** 759 (2008)]
46. Padmanabhan T, Choudhury T R *Phys. Rev. D* **66** 081301(R) (2002)
47. Clarkson C et al. *Rep. Prog. Phys.* **74** 112901 (2011)
48. Biermann P L, Harms B C, arXiv:1305.0498
49. Caldwell R R *Phys. Lett. B* **545** 23 (2002)
50. Caldwell R R, Kamionkowski M, Weinberg N N *Phys. Rev. Lett.* **91** 071301 (2003)
51. Ade P A R et al. (Planck Collab.), arXiv:1303.5076
52. Carroll S M, Hoffman M, Trodden M *Phys. Rev. D* **68** 023509 (2003)
53. Cline J M, Jeon S, Moore G D *Phys. Rev. D* **70** 043543 (2004)
54. Рубаков В А *TMF* **149** 409 (2006) [Rubakov V A *Theor. Math. Phys.* **149** 1651 (2006)]
55. Libanov M et al. *JCAP* (08) 010 (2007)
56. Deffayet C et al. *JCAP* (10) 026 (2010)
57. Volonteri M *Astron. Astrophys. Rev.* **18** 279 (2010)
58. Лукаш В Н, Михеева Е В, Строков В Н УФН **182** 216 (2012) [Lukash V N, Mikheeva E V, Strokov V N *Phys. Usp.* **55** 204 (2012)]
59. Hoyle F, Lyttleton R A *Math. Proc. Cambr. Phil. Soc.* **35** 405 (1939)
60. Bondi H, Hoyle F *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **104** 273 (1944)
61. Bondi H *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **112** 195 (1952)
62. Gaite J *Astron. Astrophys.* **449** 861 (2006)
63. Michel F C *Astrophys. Space Sci.* **15** 153 (1972)
64. Begelman M C *Astron. Astrophys.* **70** 583 (1978)
65. Ray D *Astron. Astrophys.* **82** 368 (1980)
66. Chang K M *Astron. Astrophys.* **142** 212 (1985)
67. Pandey U S *Astrophys. Space Sci.* **136** 195 (1987)
68. Petrich L I, Shapiro S L, Teukolsky S A *Phys. Rev. Lett.* **60** 1781 (1988)
69. Chakrabarti S K "Study of accretion processes on black holes: Fifty years of developments", in *Frontiers in Astrophysics* (Ed. S K Chakrabarti) (New Delhi: Allied Publ., 2002) p. 145; astro-ph/0402562
70. Зельдович Я Б, Новиков И Д *Астрон. журн.* **43** 758 (1966) [Zel'dovich Ya B, Novikov I D *Sov. Astron.* **10** 602 (1967)]
71. Carr B J, Hawking S W *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **168** 399 (1974)
72. Bicknell G V, Henriksen R N *Astrophys. J.* **225** 237 (1978)
73. Carr B J, Yahil A *Astrophys. J.* **360** 330 (1990)
74. Maeda H, Koga J, Maeda K *Phys. Rev. D* **66** 087501 (2002)
75. Thorne K S, Flammang R A, Zytkow A N *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **194** 475 (1981)
76. Maeda H, Harada T, Carr B J *Phys. Rev. D* **77** 024023 (2008)
77. Harada T, Carr B *Phys. Rev. D* **72** 044021 (2005)
78. Bettwieser E, Glatzel W *Astron. Astrophys.* **94** 306 (1981)
79. Malec E *Phys. Rev. D* **60** 104043 (1999)
80. Шацкий А А, Андреев А Ю *ЖЭТФ* **116** 353 (1999) [Shatskii A A, Andreev A Yu *JETP* **89** 189 (1999)]
81. Бескин В С, Парьев В И УФН **163** (6) 95 (1993) [Beskin V S, Par'ev V I *Phys. Usp.* **36** 529 (1993)]
82. Бескин В С УФН **167** 689 (1997) [Beskin V S *Phys. Usp.* **40** 659 (1997)]
83. Бескин В С УФН **173** 1247 (2003) [Beskin V S *Phys. Usp.* **46** 1209 (2003)]
84. Бескин В С *Осесимметричные стационарные течения в астрофизике* (М.: Физматлит, 2005) [Beskin V S *MHD Flows in Compact Astrophysical Objects* (Heidelberg: Springer, 2010)]
85. Babichev E, Dokuchaev V, Eroshenko Yu *Phys. Rev. Lett.* **93** 021102 (2004)
86. Бабичев Е О, Докучаев В И, Ерошенко Ю Н *ЖЭТФ* **127** 597 (2005) [Babichev E O, Dokuchaev V I, Eroshenko Yu N *JETP* **100** 528 (2005)]
87. Carr B J, Harada T, Maeda H *Class. Quantum Grav.* **27** 183101 (2010)
88. Pepe C, Pellizza L J, Romero G E *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **420** 3298 (2012)
89. Jacobson T *Phys. Rev. Lett.* **83** 2699 (1999)
90. Frolov A V, Kofman L *JCAP* (05) 009 (2003)
91. Unruh W G *Phys. Rev. D* **14** 3251 (1976)
92. Ureña-López L A, Liddle A R *Phys. Rev. D* **66** 083005 (2002)
93. Kuchiev M Yu, Flambaum V V *Phys. Rev. D* **70** 044022 (2004)
94. Cruz-Osorio A, Guzmán F S, Lora-Clavijo F D *JCAP* (06) 029 (2011)
95. Guzmán F S, Lora-Clavijo F D *Phys. Rev. D* **85** 024036 (2012)
96. Frolov A V *Phys. Rev. D* **70** 061501(R) (2004)
97. Mukohyama S *Phys. Rev. D* **71** 104019 (2005)
98. Ford L H, Roman T A *Phys. Rev. D* **64** 024023 (2001)
99. Шацкий А А *ЖЭТФ* **131** 851 (2007) [Shatskii A A *JETP* **104** 743 (2007)]
100. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Гидродинамика* (М.: Наука, 1988) [Landau L D, Lifshitz E M *Fluid Mechanics* (Oxford: Pergamon Press, 1987)]
101. Hawking S W, Ellis G F R *The Large Scale Structure of Space-Time* (Cambridge: Univ. Press, 1973) [Хокинг С, Эллис Дж *Крупно-*

- масштабная структура пространства-времени (М.: Мир, 1977)]
102. Rodrigues M G, Saa A *Phys. Rev. D* **80** 104018 (2009)
 103. González J A, Guzmán F S *Phys. Rev. D* **79** 121501(R) (2009)
 104. Lora-Clavijo F D, González J A, Guzmán F S *AIP Conf. Proc.* **1256** 339 (2010)
 105. Шацкий А А и др. *ЖЭТФ* **137** 268 (2010) [Shatskiy A A et al. *JETP* **110** 235 (2010)]
 106. Bonnor W B *Gen. Relat. Grav.* **21** 1143 (1989)
 107. Шацкий А А, Новиков И Д, Кардашев Н С *УФН* **181** 399 (2011) [Shatskiy A A, Novikov I D, Kardashev N S *Phys. Usp.* **54** 381 (2011)]
 108. Иванов П Б *УФН* **182** 1319 (2012) [Ivanov P B *Phys. Usp.* **55** 1232 (2012)]
 109. Jiménez Madrid J A, González-Díaz P F *Grav. Cosmol.* **14** 213 (2008)
 110. Jamil M, Qadir A, Rashid M A *Eur. Phys. J. C* **58** 325 (2008)
 111. Babichev E O, Dokuchaev V I, Eroshenko Yu N *ЖЭТФ* **139** 899 (2011) [*JETP* **112** 784 (2011)]
 112. Bardeen J M, Carter B, Hawking S W *Commun. Math. Phys.* **31** 161 (1973)
 113. Sharif M, Abbas G *Mod. Phys. Lett. A* **26** 1731 (2011)
 114. Babichev E et al. *Phys. Rev. D* **78** 104027 (2008)
 115. Bambi C et al. *Phys. Rev. D* **80** 104023 (2009)
 116. Babichev E, Mukhanov V, Vikman A *JHEP* (02) 101 (2008)
 117. Babichev E *Phys. Rev. D* **83** 024008 (2011)
 118. Garriga J, Mukhanov V F *Phys. Lett. B* **458** 219 (1999)
 119. Mukhanov V, Vikman A *JCAP* (02) 004 (2006)
 120. Armendariz-Picon C, Lim E A *JCAP* (08) 007 (2005)
 121. Rendall A D *Class. Quantum Grav.* **23** 1557 (2006)
 122. Adams A et al. *JHEP* (10) 014 (2006)
 123. Hashimoto A, Itzhaki N *Phys. Rev. D* **63** 126004 (2001)
 124. Lemaître G *Ann. Soc. Sci. Bruxelles A* **53** 51 (1933)
 125. Tolman R C *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **20** 169 (1934)
 126. Vaidya P C *Proc. Indian Acad. Sci. A* **33** 264 (1951)
 127. Vaidya P C *Nature* **171** 260 (1953); reprinted *Gen. Relat. Grav.* **31** 119 (1999)
 128. Plebanski J, Stachel J *J. Math. Phys.* **9** 269 (1968)
 129. Bonnor W B, Vaidya P C *Gen. Relat. Grav.* **1** 127 (1970)
 130. Wang A, Wu Y *Gen. Relat. Grav.* **31** 107 (1999)
 131. York J W (Jr.) *Phys. Rev. D* **31** 775 (1985)
 132. Babichev E, Dokuchaev V, Eroshenko Yu *Class. Quantum Grav.* **29** 115002 (2012)
 133. Dokuchaev V I, Eroshenko Yu N *Phys. Rev. D* **84** 124022 (2011)
 134. Israel W *Nuovo Cimento B* **44** 1 (1966)
 135. Israel W *Nuovo Cimento B* **48** 463 (1967)
 136. Berezin V A, Kuzmin V A, Tkachev I I *Phys. Rev. D* **36** 2919 (1987)
 137. Зельдович Я Б, Новиков И Д *Теория тяготения и эволюция звезд* (М.: Наука, 1971)
 138. Bogovalov S V *Astron. Astrophys.* **323** 634 (1997)
 139. Whittaker J M *Proc. R. Soc. Lond. A* **306** 1 (1968)
 140. Babichev E, Dokuchaev V, Eroshenko Yu *Class. Quantum Grav.* **22** 143 (2005)
 141. Carter B *Phys. Rev.* **174** 1559 (1968)
 142. López C A *Gen. Relat. Grav.* **29** 1095 (1997)
 143. Christodoulou D *Phys. Rev. Lett.* **25** 1596 (1970)
 144. Hawking S W *Phys. Rev. Lett.* **26** 1344 (1971)
 145. González-Díaz P F *Phys. Lett. B* **586** 1 (2004)
 146. Dokuchaev V I, Eroshenko Yu N, arXiv:1012.4614
 147. Sawicki I, Vikman A *Phys. Rev. D* **87** 067301 (2013)
 148. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Теория поля* (М.: Физматлит, 2012) [Landau L D, Lifshitz E M *The Classical Theory of Fields* (Oxford: Pergamon Press, 1975)]
 149. Ivanov P *Phys. Lett. B* **680** 212 (2009)
 150. Silva R, Lima J A S, Calvão M O *Gen. Relat. Grav.* **34** 865 (2002)
 151. González-Díaz P F, Sigüenza C L *Nucl. Phys. B* **697** 363 (2004)
 152. Braun S et al. *Science* **339** 52 (2013)
 153. Cerf N J, Adami C *Phys. Rev. Lett.* **79** 5194 (1997)
 154. Lima J A S, Alcaniz J S *Phys. Lett. B* **600** 191 (2004)
 155. Silva R et al. *Astron. Astrophys.* **537** A11 (2012)
 156. Izquierdo G, Pavón D *Phys. Lett. B* **633** 420 (2006)
 157. Pereira S H, Lima J A S *Phys. Lett. B* **669** 266 (2008)
 158. Lima J A S, Pereira S H *Phys. Rev. D* **78** 083504 (2008)
 159. Brevik I et al. *Phys. Rev. D* **70** 043520 (2004)
 160. McInnes B *JHEP* (08) 029 (2002)
 161. Bouhmadi-López M, Madrid J A J *JCAP* (05) 005 (2005)
 162. Gurzadyan V G, Penrose R, arXiv:1011.3706
 163. Carr B J, Coley A A *Int. J. Mod. Phys. D* **20** 2733 (2011)
 164. Лукаш В Н *ЖЭТФ* **79** 1601 (1980) [Lukash V N *Sov. Phys. JETP* **52** 807 (1980)]
 165. Babichev E, Mukhanov V, Vikman A *JHEP* (09) 061 (2006)
 166. Bruneton J-P *Phys. Rev. D* **75** 085013 (2007)
 167. Bruneton J-P, Esposito-Farèse G *Phys. Rev. D* **76** 124012 (2007)
 168. Блохинцев Д И *Пространство и время в микромире* (М.: Наука, 1982) [Перевод 1-го изд.: Blokhintsev D I *Space and Time in the Microworld* (Dordrecht: Reidel, 1973)]
 169. Hashimoto A, Itzhaki N *Phys. Rev. D* **63** 126004 (2001)
 170. Jacobson T, Mattingly D *Phys. Rev. D* **70** 024003 (2004)
 171. Drummond I T, Hathrell S J *Phys. Rev. D* **22** 343 (1980)
 172. Ohkuwa Y *Prog. Theor. Phys.* **65** 1058 (1981)
 173. Scharnhorst K *Phys. Lett. B* **236** 354 (1990)
 174. Долгов А Д, Хриплич И Б *ЖЭТФ* **85** 1153 (1983) [Dolgov A D, Khraplovich I B *JETP* **58** 671 (1983)]
 175. Dolgov A D, Novikov I D *Phys. Lett. B* **442** 82 (1998)
 176. Liberati S, Sonego S, Visser M *Ann. Physics* **298** 167 (2002)
 177. Hawking S W *Phys. Rev. D* **46** 603 (1992)
 178. Gödel K *Rev. Mod. Phys.* **21** 447 (1949)
 179. Gott J R (III) *Phys. Rev. Lett.* **66** 1126 (1991)
 180. Ori A *Phys. Rev. D* **76** 044002 (2007)
 181. Ori A *Phys. Rev. Lett.* **71** 2517 (1993)
 182. Soen Y, Ori A *Phys. Rev. D* **54** 4858 (1996)
 183. Ori A *Phys. Rev. Lett.* **95** 021101 (2005)
 184. Mallett R L *Found. Phys.* **33** 1307 (2003)
 185. Bonnor W B, Steadman B R *Gen. Relat. Grav.* **37** 1833 (2005)
 186. Grøn Ø, Johannessen S *New J. Phys.* **10** 103025 (2008)
 187. Morris M S, Thorne K S, Yurtsever U *Phys. Rev. Lett.* **61** 1446 (1988)
 188. Aharonov Y, Komar A, Susskind L *Phys. Rev.* **182** 1400 (1969)
 189. Gibbons G W, Herdeiro C A R *Phys. Rev. D* **63** 064006 (2001)
 190. Gibbons G, Hashimoto K, Piljin Y *JHEP* (09) 061 (2002)
 191. Gibbons G W *Class. Quantum Grav.* **20** S321 (2003)
 192. Gibbons G W *Rev. Mex. Fis.* **49** (S1) 19 (2003)
 193. Tolman R C *The Theory of the Relativity of Motion* (Berkeley: Univ. of California Press, 1917)
 194. Bonvin C, Caprini C, Durrer R, arXiv:0706.1538
 195. Blas D, Deffayet C, Garriga J *Class. Quantum Grav.* **23** 1697 (2006)
 196. Dubovsky S L, Sibiryakov S M *Phys. Lett. B* **638** 509 (2006)
 197. Horndeski G W *Int. J. Theor. Phys.* **10** 363 (1974)
 198. Fairlie D B, Govaerts J, Morozov A *Nucl. Phys. B* **373** 214 (1992)
 199. Deffayet C, Deser S, Esposito-Farèse G *Phys. Rev. D* **82** 061501(R) (2010)
 200. Dvali G, Gabadadze G, Porrati M *Phys. Lett. B* **485** 208 (2000)
 201. Doroshkevich A et al. *Phys. Rev. D* **81** 124011 (2010)
 202. Penrose R *Riv. Nuovo Cimento* (Numero Speciale I) 252 (1969)
 203. Penrose R *Phys. Rev. Lett.* **14** 57 (1965)
 204. Penrose R "Structure of space-time", in *Battelle Rencontres, 1967, Seattle, Wash.* (Lectures in Mathematics and Physics, Eds C M DeWitt, J A Wheeler) (New York: W.A. Benjamin, 1968) p. 121 [Пенроуз Р *Структура пространства-времени* (М.: Мир, 1972)]
 205. Penrose R *Ann. NY Acad. Sci.* **224** 125 (1973)
 206. Penrose R *Sci. Am.* **226** (5) 38 (1972) [Пенроуз Р *УФН* **109** 355 (1973)]
 207. Wald R *Ann. Physics* **82** 548 (1974)

208. Israel W *Found. Phys.* **14** 1049 (1984)
209. Bardeen J M *Nature* **226** 64 (1970)
210. Wald R M, in *American Physical Society, APS/AAPT Joint Meeting, April 18–21, 1997*, abstract #B4.01; gr-qc/9710068
211. Barausse E, Cardoso V, Khanna G *Phys. Rev. Lett.* **105** 261102 (2010)
212. Isoyama S, Sago N, Tanaka T *Phys. Rev. D* **84** 124024 (2011)
213. Bardeen J M *Nature* **226** 64 (1970)
214. Roman T A *Gen. Relat. Grav.* **20** 359 (1988)
215. Hod S *Phys. Rev. Lett.* **100** 121101 (2008)
216. Bondi H *Proc. R. Soc. Lond. A* **281** 39 (1964)
217. Bondi H, van der Burg M G J, Metzner A W K *Proc. R. Soc. Lond. A* **269** 21 (1962)
218. Nielsen A B *Class. Quantum Grav.* **27** 245016 (2010)
219. Bardeen J M, Carter B, Hawking S W *Commun. Math. Phys.* **31** 161 (1973)
220. Berezin V et al. *Class. Quantum Grav.* **22** 4443 (2005)
221. Visser M, Kar S, Dadhich N *Phys. Rev. Lett.* **90** 201102 (2003)
222. González-Díaz P F *Phys. Rev. D* **68** 084016 (2003)

Black holes in the presence of dark energy

E.O. Babichev

Laboratoire de Physique Théorique d'Orsay CNRS UMR 8627, Université Paris-Sud 11 91405 Orsay Cedex, France
E-mail: eugeny.babichev@th.u-psud.fr

V.I. Dokuchaev, Yu.N. Eroshenko

*Institute for Nuclear Research, Russian Academy of Sciences,
 prospr. 60-letiya Oktyabrya 7a, 117312 Moscow, Russian Federation*
E-mail: dokuchaev@inr.ac.ru, eroshenko@inr.ac.ru

The new, rapidly developing field of theoretical research into dark energy interaction with black holes (and in particular, the accretion of dark energy onto black holes) is reviewed. The term "dark energy" is meant to cover a wide range of field theory models as well as perfect fluids with various equations of state, including cosmological dark energy. Various accretion models are analyzed in terms of the simplest test field approximation or by allowing for back-reaction on the black hole metric. The behavior of various types of dark energy in the vicinity of Schwarzschild and electrically charged black holes is examined. Nontrivial effects due to the presence of dark energy in the black hole vicinity are discussed. In particular, a physical explanation is given of why a black hole decreases in mass when accreting phantom energy, a process in which the basic energy conditions of the famous theorem of nondecreasing horizon area in classical black holes are violated. A theoretical possibility of a signal escaping from beneath the black hole event horizon is discussed for a number of dark energy models. Finally, the violation of the laws of thermodynamics by black holes in the presence of noncanonical fields is considered.

PACS numbers: 04.70.Bw, 04.70.Dy, **95.36.+x**, 98.80.Cq

DOI: 10.3367/UFNr.0183.201312a.1257

Bibliography — 222 references

Received 25 March 2013, revised 7 June 2013

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **183** (12) 1257–1280 (2013)

Physics – Uspekhi **56** (12) (2013)