

ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

## Возможна ли маскировка без сингулярностей?

### Новые идеи маскировки

(ответы на комментарии к статье "Маскировка материальных тел методом волнового обтекания" [УФН 180 475 (2010)])

А.Е. Дубинов, Л.А. Мытарева

Даются ответы на комментарии к статье А.Е. Дубинова и Л.А. Мытаревой "Маскировка материальных тел методом волнового обтекания" [УФН 180 475 (2010)], приведённые в письме в редакцию Н.Н. Розанова "Достижима ли идеальная невидимость даже при монохроматическом излучении?" [УФН 181 787 (2011)]. Приводятся примеры некоторых пространственных конфигураций, для которых возможно построение маскирующих покрытий без сингулярностей (расходимости) материальных параметров. Обсуждаются новые идеи в методах маскировки.

PACS numbers: 41.20.Jb, 42.25.Bs, 42.30.Wb, 43.20.Gp

DOI: 10.3367/UFNr.0182.201203i.0337

#### Содержание

1. Истоки (337).
2. О маскировке без сингулярностей (337).
3. Новости маскировки (339).
4. Заключение (341).

Список литературы (341).

#### 1. Истоки

К вопросу о приоритете: к сожалению, работа Л.С. Долина [1], на которую указывает автор письма в редакцию УФН [2], ранее нам была неизвестна. Но буквально спустя несколько дней после выхода онлайн-версии нашей статьи [3] сам Л.С. Долин любезно приспал нам репринт своей работы. И действительно, работа [1] имеет самое прямое отношение к рассматриваемой в статье [3] теме волновой маскировки материальных тел. В [1] были выведены выражения для компонент тензоров  $\hat{\epsilon}$  и  $\hat{\mu}$  сферической маскирующей оболочки, которые много позднее получили Дж. Пендри и др. [4]. И хотя идея маскировки в [1] не была развита столь красочно, как у зарубежных коллег, в работе Долина указано, что преобразования координат "могут быть использованы для конструирования неотражающих неоднородностей".

В дальнейшем мы обязательно будем ссылаться на работу [1] как на приоритетную.

#### 2. О маскировке без сингулярностей

Теперь обратимся к существу проблемы. В письме [2] указывается, что основным препятствием в достижении идеальной маскировки методом волнового обтекания является сингулярность преобразования координат, используемого для расчёта маскирующих оболочек. В результате некоторые компоненты тензоров  $\hat{\epsilon}$  и  $\hat{\mu}$  неизбежно обращаются в бесконечность на каком-либо множестве точек внутри оболочки. Эта проблема, по мнению автора [2], является непреодолимой, что доказывает принципиальную невозможность идеальной маскировки.

И действительно, отображение односвязной области в двусвязную не может быть взаимно однозначным. Например, при отображении круглого цилиндра в цилиндр с коаксиальной полостью (или круга в кольце) (рис. 1) каждой точке оси ставится в соответствие бесконечное множество точек внутренней поверхности (окружность). Тогда при линейном преобразовании

$$r' = \frac{b-a}{b} r + a, \quad \phi' = \phi, \quad z' = z \quad (1)$$

для компонент тензоров проницаемостей получим следующие выражения:

$$\begin{aligned} \epsilon_{rr} &= \mu_{rr} = \frac{r-a}{r}, & \epsilon_{\phi\phi} &= \mu_{\phi\phi} = \frac{r}{r-a}, \\ \epsilon_{zz} &= \mu_{zz} = \left(\frac{b}{b-a}\right)^2 \frac{r-a}{r}, \end{aligned} \quad (2)$$

А.Е. Дубинов, Л.А. Мытарева. Саровский государственный физико-технический институт,  
ул. Духова 6, 607186 Саров, Нижегородская обл.,  
Российская Федерация  
Тел. (83130) 4-51-44, (83130) 5-12-35  
E-mail: dubinov-ae@yandex.ru, mytareva-la@yandex.ru

Статья поступила 16 апреля 2011 г.,  
после доработки 6 июля 2011 г.

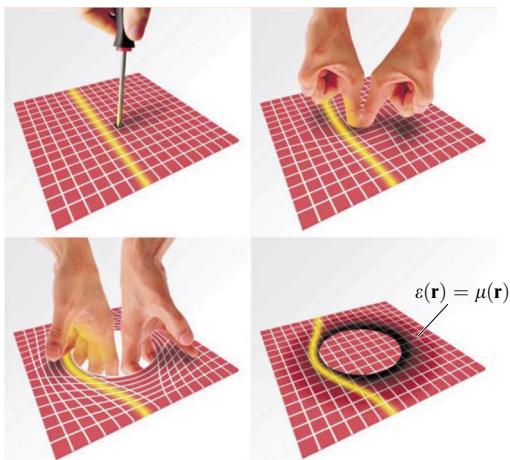


Рис. 1. Преобразование (1). (Из работы [5].)

где  $a$  и  $b$  — соответственно внутренний и внешний радиусы оболочки. Видно, что  $\phi$ -компоненты на внутренней границе стремятся к бесконечности.

Содержание письма [2] было воспринято нами как критика статьи [3], в которой мы не учитываем обязательное появление сингулярности (расходимости) некоторых компонент тензоров  $\hat{\epsilon}$  и  $\hat{\mu}$  и многократно используем понятие "идеальная маскировка", которая вследствие этой сингулярности никогда не достижима (см. заголовок [2]).

Попробуем разразить. Во-первых, использование понятия "идеальная маскировка" допустимо даже при её принципиальной невозможности. Мы же используем, например, понятие "идеальный газ", зная, что все реальные газы отличаются в своих уравнениях состояния от идеального. Попробуйте публично объявить все книги и статьи, в которых рассматривается идеальный газ, ошибочными и бесполезными!

Во-вторых, проблема сингулярности не была оставлена нами без внимания (см., например, [3, раздел 7.3]). Этую проблему мы считаем ключевой при построении идеальных маскирующих оболочек, но не единственной.

Покажем, как пытались решить данную проблему в различных работах. Уже изначально понятно, что существует по крайней мере два подхода к решению проблемы сингулярности: или научиться создавать оболочки с заданной расходностью на заданном множестве точек, или находить такие преобразования координат, которые дают компоненты тензоров оболочек без расходностей.

Разработчики практически никак не преуспели в решении проблемы сингулярности в рамках первого подхода. Здесь можно назвать лишь единственную известную работу [6], где проводился анализ неидеальной цилиндрической оболочки с параметрами (2), у которой отсутствует тонкий внутренний слой  $\delta$  (рис. 2). Это делалось для того, чтобы проверить, как сильно повлияет на эффект маскировки удаление тонкого внутреннего слоя, содержащего точки, в которых  $\phi$ -компоненты тензоров  $\epsilon$  и  $\mu$  расходятся.

Было записано выражение для амплитуды излучения, рассеянного на оболочке с внесённым возмущением  $\delta$  (см. рис. 2). Устремив  $\delta$  к нулю, авторы [6] обнаружили,

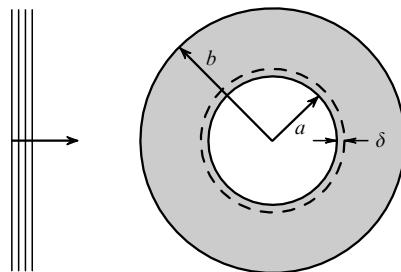


Рис. 2. Цилиндрическое маскирующее покрытие с возмущением  $\delta$ . (Из работы [6].)

что при уменьшении  $\delta$  на три порядка рассеяние уменьшается максимум на один порядок! Такая медленная сходимость говорит о том, что малейшее отклонение геометрии оболочки от идеальной вызовет появление значительного рассеяния.

Собственно говоря, именно эти результаты и побудили многие исследовательские группы заняться решением проблемы сингулярности путём нахождения форм и профилей маскирующих оболочек без точек расходимости. При этом второй подход оказался гораздо более продуктивным, чем первый.

Это объясняется тем, что преобразование (1) и следующая из него конфигурация оболочки (2) — не единственны для данной геометрии, что особо подчёркивается в [3] с иллюстрацией несколькими примерами. И эта возможность позволяет найти требуемое преобразование координат.

Ключевую идею о том, как найти такое преобразование, даёт работа [7]. В ней утверждается, что наличие или отсутствие сингулярных точек в оболочке зависит от меры того множества точек, из которого при координатном преобразовании "раздувается" полость. Таких точек не будет, если меры оригинального множества точек и его образа совпадают.

Это требование не выполняется для цилиндрической оболочки, полученной линейным преобразованием (1), поскольку её полость "вырастает" из оси цилиндра (множество меры 1). В результате и появляется сингулярность.

Так как образ — это всегда поверхность (внутренняя поверхность оболочки), то оригиналом также должно быть множество меры 2. Но как это сделать?

Например, в работе [7] предложено решение для оболочки в виде эллиптического цилиндра. Для этого используется линейное преобразование классических координат эллиптического цилиндра, в которых координатными линиями (в плоскости поперечного сечения) служат эллипсы с фокусами в одних и тех же точках (рис. 3). Тогда внутренняя поверхность эллиптической оболочки получается из участка плоскости (в сечении, показанном на рис. 3, это отрезок  $[-p, p]$ ), поэтому компоненты диэлектрической и магнитной проницаемостей данной оболочки нигде не расходятся. На этот вариант оболочки без сингулярности было указано в [3].

И ещё одно маскирующее покрытие без сингулярностей было предложено в [8] и также рассмотрено в [3]. Название статьи [8] переводится с английского как "Прячемся под ковриком: новая стратегия маскировки" — так авторы образно называют маскировку плоским слоем на фоне ровной поверхности, имеющим на

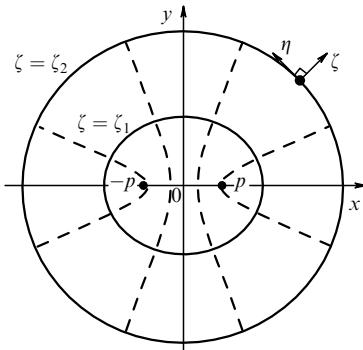


Рис. 3. Система координат эллиптического цилиндра. (Из работы [7].)

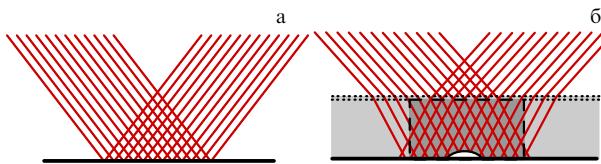


Рис. 4. Траектории лучей, падающих: (а) на фоновую поверхность; (б) на маскирующий слой в виде коврика. (Из работы [8].)

нижней стороне небольшое углубление, в которое помещается скрываемый объект (рис. 4).

В данном случае преобразование взаимно однозначно, поэтому никаких сингулярностей здесь быть не может, а идеальная маскировка, по-видимому, возможна (по крайней мере, с точки зрения отсутствия расходимостей)! Надо отметить, что в последнее время многие зарубежные исследователи волновой маскировки уделяют большое внимание именно разного рода "коврикам" [9–14]. Мы уже сообщали в [3] об успешной экспериментальной реализации сверхвысокочастотного коврика, показавшей, что можно не только избежать сингулярностей, но и избавиться, кроме того, и от анизотропии оболочки, и от монохроматичности эффекта (оболочка маскировала на четырёх разных частотах: 13, 14, 15 и 16 ГГц)! В другой работе, [15], на коврике, изготовленном из наноразмерных элементов, экспериментально был продемонстрирован маскировочный эффект в оптическом диапазоне ( $\lambda = 1520$  нм), а недавно в работе [16] была осуществлена акустическая маскировка на частоте 3 кГц с помощью слоистого коврика из пластика.

К сказанному мы можем добавить ещё и то, что в последнее время опубликован ряд работ, в которых рассчитаны оболочки с различной (в том числе произвольной) геометрией, имеющие конечные материальные параметры (см., например, [17–19]).

Итак, то, что на расходимость в [3] мы обращали особое внимание и даже представили два варианта оболочек без сингулярностей, является неоспоримым. И хотя мы полностью согласны с автором [2] в том, что идеальную оболочку с сингулярностями создать нельзя, проблема, по-видимому, решаема.

И ещё одно замечание. Активно отслеживая публикации по теме маскировки в течение последних четырёх лет, мы должны сказать, что за это время несколько раз возникала ситуация, в которой обнаруживалась, казалось бы, неразрешимая проблема, препятствующая соз-

данию и применению маскирующей оболочки, в той или иной степени приближающейся к идеальной. Тем не менее каждый раз находилось новое нетривиальное решение, позволяющее выйти из тупика. Будем же оптимистами!

### 3. Новости маскировки

Следует отметить, что технологии маскировки развиваются сейчас очень динамично и масштабно: всего за один год, прошедший после опубликования нашей статьи [3], сформировался ряд новых ключевых идей, к которым относятся идеи о внешней маскировке, анти-маскировке, о реализации эффектов миража, иллюзии и др. Эти идеи оказались настолько удивительными, что мы не можем не воспользоваться удобным случаем для краткого рассказа о них.

Одна из упоминавшихся в [3] важных проблем волновой маскировки — слепота маскируемого тела, т.е. отсутствие канала его связи с внешним миром. В [3] также было указано на один простой способ преодоления слепоты с помощью создания малого окошка в маскирующей оболочке. В развитие этой идеи в [20] была предложена и исследована оболочка со множеством окошек.

Интересная геометрическая находка приведена в работе [21] — внешняя маскировка. Если в пространстве определённым образом расположить несколько маскирующих элементов в виде кластера, то помещённое внутрь кластера тело будет невидимым. И тогда между маскирующими элементами возникают окна, через которые можно осуществить связь маскируемого объекта с внешним миром. Принцип действия внешней маскировки показан на рис. 5.

В верхней части рис. 5 представлена последовательность трёх кадров в различные моменты времени процесса рассеяния сферического волнового импульса на металлическом теле со сложной формой. Мы видим и отражённую волну, и область тени, по которым легко обнаружить рассеиватель. Но если тело поместить внутрь кластера маскирующих элементов, то отражённая волна и тень исчезают. Изучение такой внешней маскировки продолжилось в работах [22, 23].

Другой пример внешней маскировки — так называемый китайский зонтик, изобретённый китайскими учёными [24], — приведён на рис. 6. U-образный диэлектри-

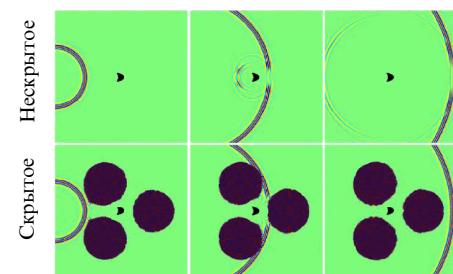
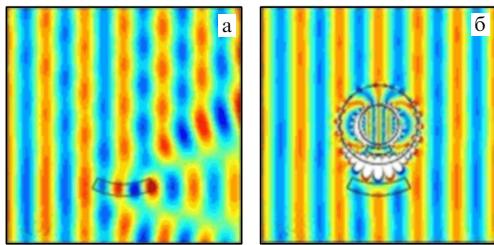
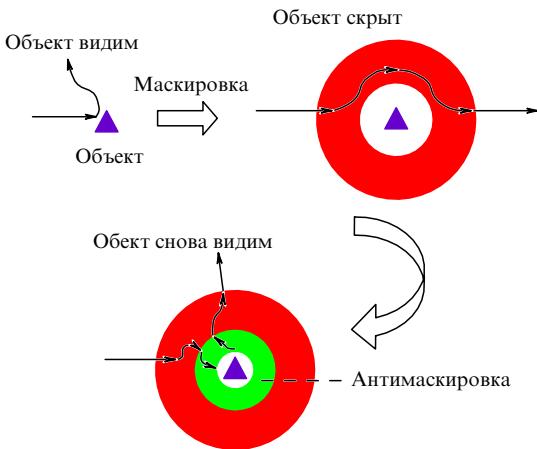


Рис. 5. Результаты моделирования внешней маскировки для трёх последовательных моментов времени: в верхней части рисунка — рассеяние металлическим телом сферического электромагнитного импульса с образованием отражённой волны и тени; в нижней части рисунка — внешняя маскировка тела кластером из трёх маскирующих элементов. (Из работы [21].)



**Рис. 6.** Маскировка методом китайского зонтика: (а) открытый рассеиватель; (б) рассеиватель, замаскированный зонтиком. (Из работы [24].)



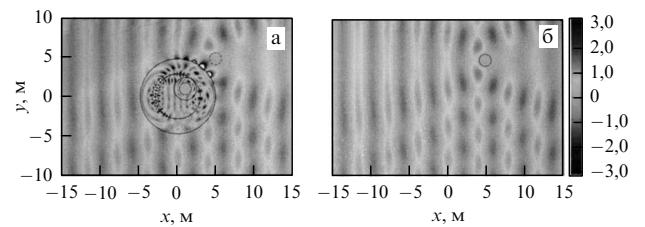
**Рис. 7.** Схема антимаскировки [24].

ческий предмет-рассеиватель создаёт тень для плоской волны. Если рядом с рассеивателем расположить специально рассчитанный круглый маскирующий элемент, то он, как зонтик от дождя, скроет рассеиватель (сложная структура волны вблизи зонтика свидетельствует о применении здесь маскировки на основе преобразования типа волны — электромагнитной волны в поверхностные плазмоны и обратно).

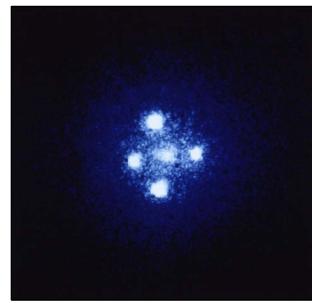
Ещё одна идея борьбы со слепотой маскируемого тела, названная её авторами антимаскировкой (anti-cloaking), была предложена в [25]. Суть антимаскировки очень проста: тело можно кратковременно окружить внутренней оболочкой, которая нейтрализует действие внешней маскирующей оболочки (рис. 7). Было показано, что структура внутренней антимаскировочной оболочки может быть рассчитана для произвольной геометрии тела и внешней маскирующей оболочки. (См. также об антимаскировке [26, 27].)

Подчеркнём, что маскировка методом волнового обтекания решает главную задачу — ввести в заблуждение внешнего наблюдателя относительно факта наличия или места нахождения скрываемого тела, скрыть его основные свойства (размер, форму, состав материалов и т.д.), — придавая телу невидимость.

Но невидимость — не единственное решение этой задачи. Можно, например, ввести в заблуждение наблюдателя относительно места нахождения тела так, чтобы наблюдатель видел его изображение в другом месте, не в том, где оно реально находится. Эта технология получила название *мираж*. Как рассчитать оболочку, формирующую эффект миража, предложено в [28]. Однако найденная там структура оболочки создавала мираж на



**Рис. 8.** Волновые картины, объясняющие мираж [29]. Формирование одинакового поля рассеяния при падении плоской волны: (а) на металлический цилиндр радиусом 0,8 м с центром в точке (1,1), окружённый специальной оболочкой; (б) на такой же цилиндр, но без оболочки и с центром в точке (5,5).



**Рис. 9.** Изображение креста Эйнштейна, полученное телескопом "Хаббл". (Из <http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/7/7e/EinsteinCross.jpg>.)

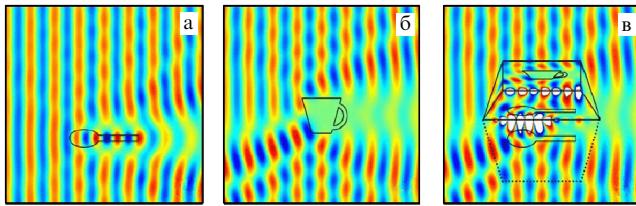
расстоянии всего в треть длины волны от места нахождения объекта. В [29] предложено новое решение, в котором мираж располагается уже на существенно большем удалении, чем в [28] (рис. 8).

Оказывается, можно также создать множество одинаковых изображений одного объекта в разных местах, сформировав так называемый *множественный мираж*. Эффект множественного миража уже давно известен астрономам: в результате гравитационного линзирования лучей массивным телом можно наблюдать на небе два и более изображений одного и того же компактного объекта. В качестве примера приведём так называемый крест Эйнштейна — четырёхкратное изображение квазара Q2237 + 030 (или QSO 2237 + 0305), линзированное галактикой ZW 2237 + 030 (рис. 9).

И ещё одна изящная возможность — *иллюзия* — вид маскировки, при которой наблюдатель вводится в заблуждение относительно формы, размеров и материала маскируемого тела. Проиллюстрируем этот вид маскировки результатами расчётов из работы [30].

Допустим, надо скрыть информацию о диэлектрической ложке так, чтобы внешнему наблюдателю казалось, что эта ложка является металлической чашкой с ручкой, т.е. необходимо обмануть наблюдателя относительно материала, формы и топологии тела. Удивительно, но и эта задача имеет решение! Ложку можно окружить специально подобранный и рассчитанной оболочкой, формирующей такое рассеяние волны, которое и создаёт необходимую иллюзию. Результаты расчётов представлены на рис. 10. Впоследствии идея иллюзии рассматривалась и получила развитие в [31–33].

Отметим, что расчёт оболочек, формирующих иллюзии и миражи, так же как и собственно маскирующих оболочек, — это задачи из области трансформационной



**Рис. 10.** Волновые картины из [30], объясняющие иллюзию: (а) рассеяние плоской волны ложкой с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = 2$ ; (б) рассеяние плоской волны металлической чашкой с  $\epsilon = -1$ ; (в) рассеяние плоской волны ложкой в оболочке, создающей такое же рассеяние, что и чашка, т.е. волновая картина иллюзии.

оптики. Основы этого сравнительно нового направления изложены, например, в обзоре [34].

#### 4. Заключение

Таким образом, представленный выше материал дополняет наш обзор [3] и убедительно демонстрирует существенный прогресс в понимании и в развитии волновой маскировки. Возникающие проблемы, такие как сингулярность материальных параметров маскирующих оболочек, слепота маскируемого объекта и др., постепенно находят решение.

#### Список литературы

1. Долин Л С *Изв. вузов. Радиофизика* **4** 964 (1961)
2. Розанов Н Н *УФН* **181** 787 (2011) [*Rozanov N N Phys. Usp.* **54** 763 (2011)]

3. Дубинов А Е, Мытарева Л А *УФН* **180** 475 (2010) [*Dubinov A E, Mytareva L A Phys. Usp.* **53** 455 (2010)]
4. Pendry J B, Schurig D, Smith D R *Science* **312** 1780 (2006)
5. Wegener M, Linden S *Phys. Today* **63** (10) 32 (2010)
6. Ruan Z et al. *Phys. Rev. Lett.* **99** 113903 (2007)
7. Jiang W X et al. *Appl. Phys. Lett.* **93** 194102 (2008)
8. Li J, Pendry J B *Phys. Rev. Lett.* **101** 203901 (2008)
9. Dupont G, Guenneau S, Enoch S *Phys. Rev. A* **82** 033840 (2010)
10. Xu X et al. *Opt. Express* **18** 24477 (2010)
11. Schmid R, Halimeh J C, Wegener M *Opt. Express* **18** 24361 (2010)
12. Zhang P, Lobet M, He S *Opt. Express* **18** 18158 (2010)
13. Ma H F et al. *Opt. Express* **17** 19947 (2009)
14. Kallos E, Argyropoulos C, Hao Y *Phys. Rev. A* **79** 063825 (2009)
15. Lee J H et al. *Opt. Express* **17** 12922 (2009)
16. Popa B-I, Zigoneanu L, Cummer S A *Phys. Rev. Lett.* **106** 253901 (2011)
17. Li W et al. *Comput. Mater. Sci.* **50** 607 (2010)
18. Wang X-H et al. *Chin. Phys. B* **19** 064102 (2010)
19. Chang Z et al. *Opt. Express* **18** 3917 (2010)
20. Wang X-H et al. *Chin. Phys. B* **19** 064101 (2010)
21. Guevara Vasquez F, Milton G W, Onofrei D *Opt. Express* **17** 14800 (2009)
22. Chen H, Chan C T *Opt. Lett.* **34** 2649 (2009)
23. Han T, Qiu C-W, Tang X *Opt. Lett.* **35** 2642 (2010)
24. Lai Y et al. *Phys. Rev. Lett.* **102** 093901 (2009)
25. Chen H et al. *Opt. Express* **16** 14603 (2008)
26. Blanchard C et al. *J. Opt. Soc. Am. B* **26** 1831 (2009)
27. Yang Y-Q, Zhang M, Yue J-X *Chin. Phys. B* **20** 024101 (2011)
28. Zolla F et al. *Opt. Lett.* **32** 1069 (2007)
29. Li W et al. *J. Phys. D Appl. Phys.* **43** 245102 (2010)
30. Lai Y et al. *Phys. Rev. Lett.* **102** 253902 (2009)
31. Pendry J *Nature* **460** 579 (2009)
32. Jiang W X et al. *Opt. Express* **18** 11276 (2010)
33. Jiang W X, Cui T J *Phys. Rev. E* **83** 026601 (2011)
34. Кильдишев А В, Шалаев В М *УФН* **181** 59 (2011) [*Kildishev A V, Shalaev V M Phys. Usp.* **54** 53 (2011)]

#### Is singularity-free cloaking possible? New cloaking ideas

(a reply to comments on the paper "Invisible cloaking of material bodies using the wave flow method" [*Usp. Fiz. Nauk* **180** 475 (2010)])

**A.E. Dubinov, L.A. Mytareva**

Sarov State Institute of Physics and Technology,  
ul. Dukhova 6, 607186 Sarov, Nizhny Novgorod region, Russian Federation  
Tel. + 7 (83130) 4 51 44, + 7 (83130) 5 12 35  
E-mail: dubinov-ae@yandex.ru, mytareva-la@yandex.ru

Replies are made to comments in N.N. Rozanov's letter to the Editor "Can even monochromatic radiation ensure ideal invisibility?" (see *Usp. Fiz. Nauk* **181** 787 (2011) [*Phys. Usp.* **54** 763 (2011)]) concerning our paper "Invisible cloaking of material bodies using the wave flow method" (*Usp. Fiz. Nauk* **180** 475 (2010) [*Phys. Usp.* **53** 455 (2010)]). Examples are given of spatial configurations that enable singularity-free cloaking materials to be created. Some emerging cloaking ideas are discussed.

PACS numbers: 41.20.Jb, 42.25.Bs, 42.30.Wb, 43.20.Gp

DOI: 10.3367/UFNr.0182.201203i.0337

Bibliography — 34 references

Received 16 April 2011, revised 6 July 2011

*Uspekhi Fizicheskikh Nauk* **182** (3) 337–341 (2012)

*Physics – Uspekhi* **55** (3) (2012)