

ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Невылетание цвета и структура адронов в решеточной хромодинамике

В.Г. Борняков, М.И. Поликарпов, Т. Судзуки, М.Н. Чернодуб, Г. Шиергольц

Представлены недавно полученные результаты расчетов на суперкомпьютерах в решеточной КХД с динамическими фермионами. Описаны глюонные поля в мезонах и барионах, состоящих из статических (бесконечно тяжелых) кварков. Обсуждается разрыв струны, связывающей кварки в адроны, обусловленный рождением из вакуума кварк-антикварковой пары. Рассмотрен температурный фазовый переход в КХД. Полученные результаты показывают, что вакуум КХД ведет себя подобно дуальному сверхпроводнику, а невылетание осуществляется за счет образования дуального аналога струны Абрикосова.

PACS numbers: 12.38.Aw, 12.38.Gc, 25.75.Nq

Содержание

1. Введение (19).
2. Решеточные теории (20).
 - 2.1. Основные определения.
 - 2.2. Размер решеток и объем вычислений.
3. Глюонные поля в мезоне (22).
 - 3.1. Параметры вычислений и максимальная абелева калибра.
3.2. Абелевые переменные и монопольные токи.
 - 3.3. Монополии в вакууме квантовой хромодинамики.
 - 3.4. Потенциал между тяжелыми кварками.
 - 3.5. Экранировка магнитного заряда.
 - 3.6. Цветная струна, наблюдаемые.
 - 3.7. Структура абелевой струны.
 - 3.8. Длинные струны.

В.Г. Борняков. Государственный научный центр
"Институт теоретической и экспериментальной физики"
117259 Москва, Б. Черемушкинская ул. 25, Российской Федерации
Тел. (095) 129-95-73. Факс (095) 127-08-33
Государственный научный центр
"Институт физики высоких энергий",
142284 г. Протвино, Московская обл., Российской Федерации
Тел. (0967) 713-559. Факс (0967) 742-874
E-mail: bornvit@sirius.ihep.su

М.И. Поликарпов, М.Н. Чернодуб. Государственный научный центр
"Институт теоретической и экспериментальной физики"
117259 Москва, Б. Черемушкинская ул. 25, Российской Федерации
Тел. (095) 129-95-73. Факс (095) 127-08-33
E-mail: polykarp@heron.itep.ru

Т. Судзуки. Институт теоретической физики,
Университет г. Канадзава, 920-1192, Япония
Тел. (81) 76-264-5680. Факс (81) 76-264-5741

E-mail: suzuki@hep.s.kanazawa-u.ac.jp
Г. Шиергольц. ДЭЗИ, D-22603 Гамбург, Германия,
Институт компьютерных вычислений фон Ноймана, ДЭЗИ, D-15738
Цойтен, Германия
Тел. (8-1049) 33 762-77-238. Факс: (8-1049) 33 762-77-413
E-mail: Gerrit.Schierholz@desy.de

Статья поступила 24 марта 2003 г.,
после доработки 30 августа 2003 г.

4. Конечные температуры (29).

4.1. Критическая температура. 4.2. Потенциал между тяжелыми кварками при конечной температуре. 4.3. Динамика монополей.

5. Изучение структуры бариона (33).

5.1. Наблюдаемые. 5.2. Статический потенциал и структура струны в трехкварковой системе при нулевой температуре.
5.3. Структура бариона при ненулевой температуре.

6. Заключение (35).

Список литературы (37).

1. Введение

В настоящее время аналитические расчеты в квантовой хромодинамике (КХД) самосогласованы только в ультрафиолетовой области в рамках теории возмущений, а наиболее интересные задачи, скажем, разработка теории невылетания цвета, расчет спектра масс адронов и другие непертурбативные проблемы не имеют аналитического решения, полученного непосредственно из лагранжиана КХД. Известно, что физическая величина M , имеющая размерность массы, должна зависеть от затравочного заряда теории g при малых g как

$$M \propto \exp\left(-\frac{\text{const}}{g^2}\right). \quad (1)$$

Так как зависимость M от g неаналитическая, то при помощи теории возмущений невозможно вычислить величины типа масс адронов. Только численные расчеты на суперкомпьютерах позволяют получить зависимость (1) исходя непосредственно из лагранжиана КХД. Несмотря на известные успехи описания непертурбативных явлений при помощи правил сумм, инстанционной модели вакуума, метода полевых корреляторов и т.д. не удается получить массу адронов в виде (1). Любой результат такого рода означал бы большой шаг в развитии теории поля. Скажем, аналитическое доказательство существования щели в спектре глюодинамики (ненулевой массы легчайшего возбуждения —

глюбала) входит в число "задач тысячелетия", и за ее решение назначена премия в миллион долларов (подробности можно найти в Интернете по адресу http://www.claymath.org/Millennium_Prize_Problems/).

Таким образом, ряд задач квантовой теории поля может быть решен в настоящее время только численно. Численный метод исследования решеточной КХД — это вполне сформировавшееся, быстро развивающееся направление. Ожидается, что этот подход позволит решить следующие задачи:

- вычислить спектр масс адронов, константу связи α_s , массы легких кварков;
- предсказать низкоэнергетическое поведение различных матричных элементов с учетом сильных взаимодействий;
- предсказать массы экзотических состояний, глюболов, гибридов и т.д.;
- получить фазовую диаграмму кварк-глюонной материи в плоскости $\mu - T$ (химический потенциал — температура);
- получить исчерпывающую информацию о механизме невылетания цвета и (если повезет) построить теорию этого явления.

Эти задачи уже частично решаются в рамках решеточного подхода: спектр масс легчайших адронов совпадает в пределах ошибок с экспериментальными значениями (см. раздел 2.2), исследование решеточных теорий в абелевой проекции позволило развить модель невылетания цвета (см. раздел 3.1).

Результаты, представленные в настоящем обзоре, получены за последние два года коллаборацией DIK (ДЭЗИ-ИТЭФ-Университет г. Канадзава) [1–4]. Обзор построен следующим образом. В разделе 2 даны основные определения решеточной теории. Раздел 3 посвящен описанию структуры глюонных полей внутри мезона. В разделе 4 описываются эти же поля при конечной температуре, обсуждается разрыв струны за счет рождения из вакуума кварк-антикварковой пары и температура фазового перехода (крессовера). Раздел 5 посвящен описанию глюонных полей в барионах при нулевой и конечной температурах. Отметим, что для изучения глюонных полей в мезонах и барионах удобно исключить движение кварков, поэтому мы рассматриваем мезоны и барионы, построенные из бесконечно тяжелых кварков. В разделе 6 сформулированы основные результаты обсуждаемых в обзоре работ.

2. Решеточные теории

2.1. Основные определения

Для проведения численных вычислений в КХД необходимо от непрерывной теории в пространстве Минковского перейти к решеточной теории в евклидовом пространстве. Для этого производится поворот Вика, время заменяется на мнимое время, $t \rightarrow it$, и производящий функционал теории \mathcal{Z} (интеграл Фейнмана) становится похожим на статистическую сумму:

$$\mathcal{Z} = \int \exp \{iS_M[\varphi]\} \mathcal{D}\varphi \rightarrow \int \exp \{-S[\varphi]\} \mathcal{D}\varphi, \quad (2)$$

где S_M и S — действия в пространстве Минковского и в евклидовом пространстве соответственно. Аналогия со

статистической физикой становится совсем полной после перехода к дискретному пространству-времени. При этом рассматривается конечное четырехмерное евклидово пространство, $0 < x, y, z, t \leq R$, и предполагается, что координаты принимают дискретные значения. Таким образом получаем четырехмерную решетку с узлами в точках $s = (x_1, x_2, x_3, x_4)$, $1 \leq x_k \leq L = R/a$, a — шаг решетки. Производящий функционал теории сводится теперь к конечномерному интегралу:

$$\mathcal{Z} = \int \prod_s d\varphi(s) \exp \{-S[\varphi]\}. \quad (3)$$

Переход от континуального интегрирования к интегрированию по $\varphi(s)$ позволяет рассчитывать квантовые средние численно. Непрерывный предел соответствует $L \rightarrow \infty$ и $a \rightarrow 0$, реальные расчеты проводятся при конечных L и a , а систематические ошибки оцениваются стандартным образом — варьированием числа узлов решетки L^4 и шага решетки a .

Для лагранжиана КХД

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2g^2} \text{Tr } F_{\mu\nu}^2(x) - \sum_f \bar{\psi}_f(x) (D_\mu \gamma_\mu + m_f) \psi_f(x), \quad (4)$$

где $\psi_f, \bar{\psi}_f$ — кварковые поля с ароматом f , $F_{\mu\nu}$ — тензор напряженности калибровочного поля, D_μ — ковариантная производная, γ_μ — матрицы Дирака, m_f — масса кварка, решеточный аналог определен неоднозначно. Очевидны два требования, накладываемые на решеточный лагранжиан:

калибровочная инвариантность;

правильный (наивный) непрерывный предел: при $a \rightarrow 0$ решеточный лагранжиан должен переходить в непрерывный лагранжиан (4). Этим двум требованиям удовлетворяет бесконечно много решеточных лагранжианов. Простейший и наиболее естественный вид решеточного действия предложен Вильсоном [5]:

$$S = S_W^G + S_W^F, \quad (5)$$

где

$$S_W^F = \frac{1}{\chi a^4} \sum_s \bar{\psi}(s) \psi(s) + \frac{1}{2a^3} \sum_{s,\mu} \bar{\psi}(s) [(\gamma_\mu - r) U_\mu(s) \psi(s + \hat{\mu}) - (\gamma_\mu + r) U_\mu^\dagger(s - \hat{\mu}) \psi(s - \hat{\mu})] \quad (6)$$

— фермионная часть действия для одного аромата, а

$$S_W^G = \beta \sum_P \left(1 - \frac{1}{3} \text{Re Tr } U_P \right) \quad (7)$$

— действие калибровочных полей, χ — параметр, определяющий массу кварка, и $\beta = 6/g^2$ — решеточная константа связи. "Плакетная матрица" U_P построена стандартным образом из реберных переменных $U_\mu(s) = \exp [ia\hat{A}_\mu(s)]$, где $\hat{A}_\mu(s)$ — калибровочное SU(3)-поле. Фермионное действие Вильсона стремится к непрерывному пределу медленнее, чем действие калибровоч-

ных полей:

$$\begin{aligned} S_W^G &\xrightarrow{a \rightarrow 0} \frac{1}{2g^2} \int \text{Tr} F_{\mu\nu}^2 d^4x + O(a^2), \\ S_W^F &\xrightarrow{a \rightarrow 0} \int \bar{\psi}(D_\mu \gamma_\mu + m) \psi d^4x + O(a). \end{aligned} \quad (8)$$

Этот недостаток устранен в "улучшенном" действии для фермионных полей

$$S^F = S_W^F - \frac{i}{2} \kappa g a^5 c_{SW} \sum_s \bar{\psi}(s) \sigma_{\mu\nu} F_{\mu\nu}(s) \psi(s) \equiv \bar{\psi} \hat{M} \psi, \quad (9)$$

где $\sigma_{\mu\nu} = [\gamma_\mu, \gamma_\nu]/(2i)$, и параметр c_{SW} определяется непертурбативным образом [6]. Действие S^F стремится к непрерывному пределу с точностью $O(a^2)$, и в представленных в обзоре расчетах использовалось именно это действие.

Численное интегрирование возможно только по калибровочным полям. Интегрирование по фермионам выполняется аналитически:

$$\int \mathcal{D}\psi \mathcal{D}\bar{\psi} \exp[\bar{\psi} \hat{M} \psi] = \det \hat{M}, \quad (10)$$

и на компьютерах нужно вычислить интеграл вида

$$\mathcal{Z} = \int \mathcal{D}U_\mu(s) \exp\{-S[U_\mu(s)]\}, \quad (11)$$

где $S[U_\mu(s)] = S_W^G[U_\mu(s)] - \ln \det \hat{M}[U_\mu(s)]$, $\mathcal{D}U_\mu(s) = \prod_{s,\mu} dU_\mu(s)$ и $dU_\mu(s)$ — интеграл по мере Хаара калибровочной группы $SU(3)$.

В дальнейшем мы рассматриваем решеточную КХД с u - и d -кварками и предполагаем, что их массы равны. Таким образом, решеточная КХД характеризуется параметрами β и κ , которые определяют шаг решетки и массу кварков. Реальные расчеты проводятся на решетках с конечным числом узлов V , для симметричной решетки $V = L^4$, где L — число узлов по одному направлению.

2.2. Размер решеток и объем вычислений

Вычисление интегралов типа (11) для реальной КХД — весьма непростая задача. Используются крупнейшие суперкомпьютеры, и существует большое сообщество физиков, которые изобретают различные алгоритмы, основанные на методе Монте-Карло, для наибыстрейшего вычисления интегралов (11). Обсуждение этих алгоритмов (их описание дано в обзоре [7]) выходит за рамки настоящего обзора. Отметим лишь, что при численных расчетах интеграл в (11) заменяется суммой по конфигурациям глюонного поля, генерированных с весом $\exp(-S_{\text{eff}})$. Зачем же в решеточных вычислениях нужны суперкомпьютеры, вплоть до самых быстродействующих? Ответ дают следующие простые рассуждения. Оценим размер решетки, необходимый для проведения расчетов в реальной КХД. Если мы хотим с точностью 10 % описать структуру бариона, то на линейный размер бариона должно находиться порядка десяти шагов решетки. Но в КХД существуют π -мезоны, которые примерно в 10 раз легче барионов, и на них будет находиться порядка 100 решеточных шагов. Поэтому минимальное число узлов $V = L^4 \approx 100^4$. При расчетах

КХД на решетке объема L^4 приходится вычислять интегралы по калибровочным полям кратности $32L^4$, а фермионный детерминант нужно вычислять от матрицы размера $12L^4 \times 12L^4$. Более того, необходимый объем вычислений растет быстрее, чем рост степеней свободы, и полуфеноменологическое выражение для расчетов в КХД с двумя легкими кварками выглядит следующим образом [8]:

$$\begin{aligned} \text{объем вычислений} &\approx 2,8 \left(\frac{N_{\text{conf}}}{1000}\right) \left(\frac{m_\pi/m_\rho}{0,6}\right)^{-6} \times \\ &\times \left(\frac{R}{3 \text{ фм}}\right)^5 \left(\frac{1/a}{2 \text{ ГэВ}}\right)^7 \text{ Терафлоп год}, \end{aligned} \quad (12)$$

где N_{conf} — число конфигураций глюонного поля, m_π и m_ρ — массы π -мезона и ρ -мезона соответственно (значение отношения m_π/m_ρ определяет значение массы кварка). Например, для генерации 100 конфигураций с параметрами $m_\pi/m_\rho = 0,6$ (т.е. массой кварка ~ 50 МэВ), $R = 3$ фм, $1/a = 2$ ГэВ потребуется 100 дней работы компьютера производительностью 1 Терафлоп. Отметим высокие степени в выражении (12), указывающие на быстрый рост объема вычислений при приближении к непрерывному или киральному пределу.

Из соотношения (12) следует, что пока компьютерные расчеты в решеточной КХД с реалистичными параметрами не могут выполняться. Расчеты проводятся при больших значениях массы кварков (~ 50 –100 МэВ), когда π -мезон не легкий. Полученные значения физических величин экстраполируются при помощи киральной теории возмущений к реалистическим значениям массы легкого кварка (~ 3 МэВ). Пример такой экстраполяции показан на рис. 1а, из которого видно, что соотношение $m_\pi^2 \propto m_q$ выполняется в довольно широком интервале изменения массы кварка. Полученный при помощи аналогичной экстраполяции спектр масс адронов в решеточной КХД без динамических кварков приведен на рис. 1б. Видно, что реальный спектр масс описывается весьма неплохо, причем отметим, что в суперкомпьютер реально была заложена лишь информация о лагранжиане КХД.

Теперь несколько слов о суперкомпьютерах, используемых в вычислениях на решетках. Быстро действие лучших суперкомпьютеров растет как экспонента от года выпуска, как видно из рис. 1в. Все специализированные (dedicated) компьютеры, перечисленные на этом рисунке, кроме "Earth Simulator", предназначены для расчетов в решеточной КХД. "Earth Simulator" фирмы NEC является в настоящее время самой быстрой машиной, ее производительность около 40 терафлоп. Хотя сейчас этот суперкомпьютер используется для исследования глобальных природных явлений, в 2004 г. на нем планируется также проведение расчетов в решеточной КХД. Результаты, представленные в настоящем обзоре, получены на серийных суперкомпьютерах ES40(HP) университета Гумбольта (ФРГ), SR-8000(Hitachi) университета г. Мюнхена (ФРГ), SX5(NEC) университета г. Осака (Япония), SR-8000 исследовательского центра KEK (Япония), а также на первом (и пока единственном) российском суперкомпьютере MBC 1000М. Последняя машина была собрана в 2000 г. в Межведомственном суперкомпьютерном центре (Москва) и состоит из 768 процессоров Alpha21264A, объединенных высокоско-

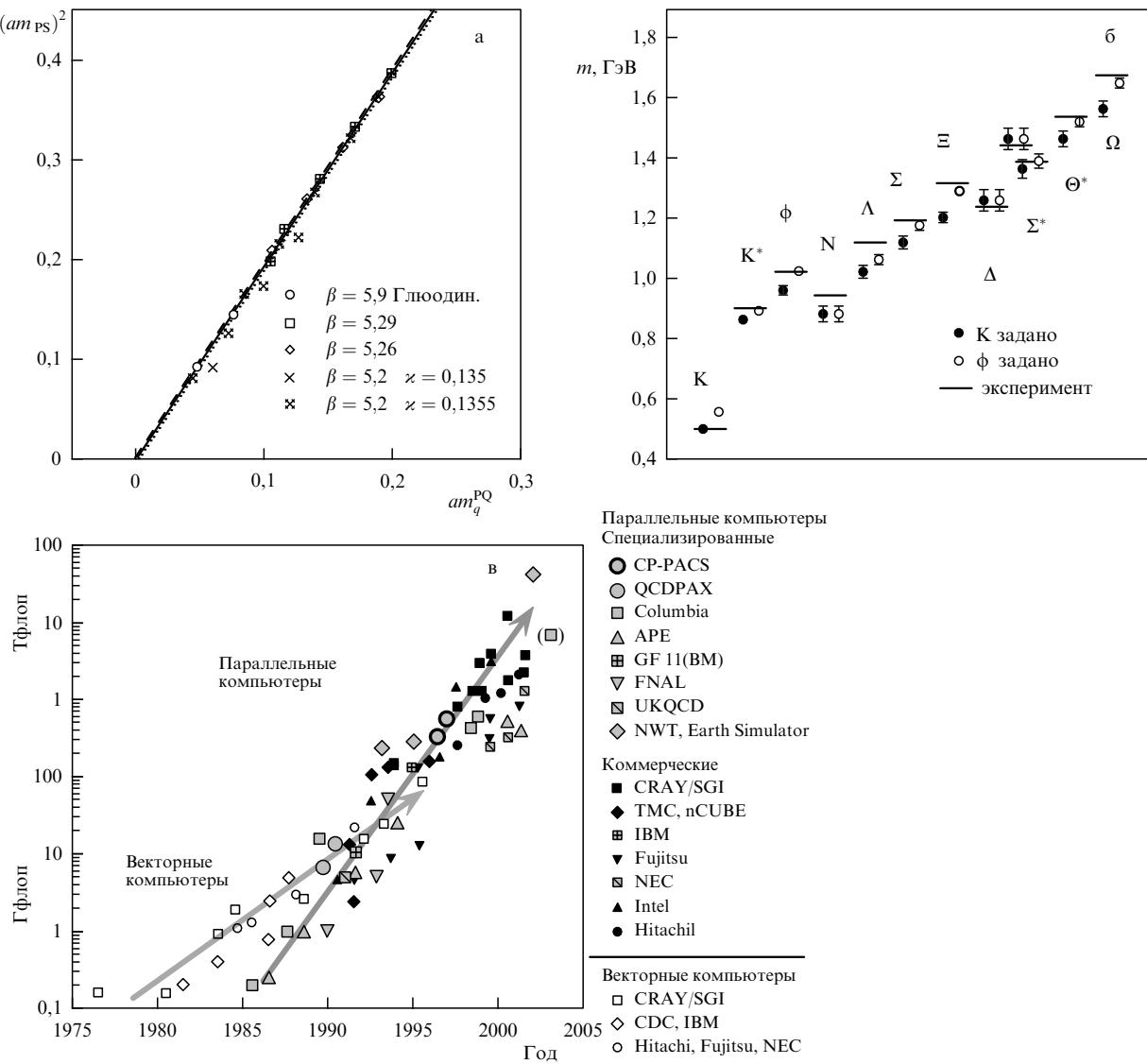


Рис. 1. (а) Зависимость квадрата массы π -мезона m_π^2 от массы кварка m_q (данные приведены в решеточных единицах), полученная UKQCD коллегией [9]. (б) Спектр масс адронов, полученный CP-PACS коллегией [10] в КХД без динамических кварков. Масса s-кварков фиксировалась равной экспериментальному значению массы K-мезона или массы ф-мезона. (в) Быстродействие лучших суперкомпьютеров, рисунок взят из работы [11].

ростной сетью Myrinet. Подробную информацию о МВС 1000М можно найти в Интернете (<http://www.jsc.ru>). В настоящее время (февраль 2003) эта машина занимает 74-е место в списке самых быстродействующих компьютеров мира (<http://www.top500.org/list/>).

3. Глюонные поля в мезоне

В настоящем разделе представлены результаты по исследованию полей внутри мезона, состоящего из бесконечно тяжелой пары кварк-антикварк. Таким образом, кварк и антикварк статичны, что позволяет исследовать струну, приводящую к невылетанию. Для оценки влияния динамических (виртуальных) кварков рассматриваются струны как в полной КХД¹, так и в SU(3)-

глюодинамике. Затравочный заряд последней подобран так, что шаг решетки в обеих теориях примерно одинаков. Это позволяет разнице в результатах целиком отнести к эффектам, возникающим из-за динамических кварков. После введения основных определений кратко описывается структура вакуумных полей и свойства струны, приводящей к невылетанию.

3.1. Параметры вычислений и максимальная абелева калибровка

Вычисления проводились на конфигурациях полей, полученных коллегиями QCDSF и UKQCD [12]. Всего использовались 5 различных наборов параметров для полной КХД и 4 набора для КХД без виртуальных кварков (для глюодинамики). Характеристики конфигураций приведены в табл. 1. Общепринято выражать результаты вычислений через "параметр силы" (force parameter) r_0 , который равен 0,50(7) фм [13]. Известно, что в теории без кварков непрерывный предел устана-

¹ Для краткости мы называем "полной" КХД SU(3)-теорию Янга–Миллса с кварками двух ароматов с массой порядка 100 МэВ.

Таблица 1. Параметры конфигураций

β	\varkappa	m_π/m_ρ	r_0/a	$a, \text{ фм}$	Решетка	Число конф.
Полная КХД						
5,20	0,1355	0,6014 (96)	5,041 (40)	0,097 (1)	$16^3 \times 32$	400
5,25	0,13575	0,595 (10)	5,500 (60)	0,089 (1)	$24^3 \times 48$	44
5,29	0,1355	0,7095 (70)	5,595 (83)	0,088 (2)	$24^3 \times 48$	52
5,29	0,135	0,7565 (44)	5,26 (7)	0,093 (2)	$16^3 \times 32$	400
5,29	0,134	0,8306 (26)	4,813 (45)	0,102 (2)	$16^3 \times 32$	100
SU(3)-глюодинамика						
5,8			3,665	0,137 (2)	$24^3 \times 48$	30
6,0			5,368	0,091 (1)	$16^3 \times 32$	175
6,0			5,368	0,091 (1)	$24^3 \times 48$	30
6,2			7,383	0,068 (2)	$24^3 \times 48$	30

вливаются при тех значениях затравочной константы g , при которых величины, имеющие размерность массы, зависят от g по формуле (1). В рассматриваемой в обзоре теории с фермионами есть два параметра — затравочный заряд g и затравочная масса фермиона m , и непрерывный предел устанавливается при тех значениях g и m , при которых установлены "линии постоянной физики" в плоскости $g-m$. В этом случае все размерные величины удается выразить через "параметр силы" r_0 . Линии постоянной физики установлены с хорошей точностью [12] для действия с параметрами, приведенными в табл. 1.

В настоящем обзоре, как правило, рассматриваются калибровочные поля в абелевой проекции [14], т.е. приведены данные только для абелевой части глюонных полей. Этот прием позволяет в несколько раз уменьшить статистический шум, и именно поэтому нам удалось детально исследовать структуру мезонов и барионов. Вначале глюонные поля разыгрываются методом Монте-Карло согласно выражению (11), затем фиксируется максимальная абелева (МА) калибровка. Эта калибровка была предложена в работах [15] для проверки модели невылетания 'т Хоофта – Мандельстама [16]. В этой модели в вакууме сконденсированы монополи, что приводит к сжатию электрических полей кварков в трубку, подобную дуальной струне Абрикосова. Наличие струны, в свою очередь, приводит к линейному потенциалу на больших расстояниях, обеспечивающему невылетание. Модель невылетания 'т Хоофта – Мандельстама была ранее проверена в SU(2)-глюодинамике [17]. В настоящем обзоре приведены результаты, подтверждающие указанную модель для решеточной КХД.

Итак, мы используем МА-калибровку для вычисления средних в абелевой проекции. Фиксация этой калибровки сводится [15] к максимизации функционала

$$F[U] = \frac{1}{12V} \sum_{s,\mu} \left(|U_\mu^{11}(s)|^2 + |U_\mu^{22}(s)|^2 + |U_\mu^{33}(s)|^2 \right), \quad (13)$$

где U_μ^{ii} — диагональные элементы матрицы U_μ , по локальным калибровочным преобразованиям $g(s)$: $U_\mu(s) \rightarrow U_\mu^g(s) = g(s)^\dagger U_\mu(s) g(s + \hat{\mu})$. Мы использовали алгоритм "медленного охлаждения" (Simulated Annealing) [18] для фиксации калибровки. Этот метод сводится к термализации конфигураций $\{g(s)\}$ согласно распределению

лению

$$p(g; U) = \exp \left\{ \frac{F[U^g]}{T_{\text{ext}}} \right\}. \quad (14)$$

Внешняя "температура" T_{ext} уменьшается от некоторого начального значения до нуля (на практике — до минимально возможного значения). Используемый алгоритм намного эффективнее, чем обычная итерационная максимизация. Тем не менее проблема грибовских копий, существующая в рассматриваемой калибровке [19], не решается полностью. Однако систематическая ошибка, возникающая из-за этой проблемы, невелика ($\approx 3\%$) [1].

3.2. Абелевы переменные и монопольные токи

После фиксации МА-калибровки из решеточных реберных переменных $U_\mu(s) \in \text{SU}(3)$ извлекаются абелевы поля [15, 20]:

$$u_\mu(s) = \text{diag}(u_\mu^{(1)}(s), u_\mu^{(2)}(s), u_\mu^{(3)}(s)), \quad (15)$$

где

$$u_\mu^{(l)}(s) = \exp [i\theta_\mu^{(l)}(s)], \quad \theta_\mu^{(l)}(s) \in \left[-\frac{4}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi \right]. \quad (16)$$

Переменная $u_\mu(s)$ определяется из условия максимизации $|\text{Tr}[U_\mu^\dagger(s) u_\mu(s)]|^2$. Функционал (13) инвариантен относительно калибровочных преобразований $g(s) \in \text{U}(1) \times \text{U}(1)$, т.е. калибровочная свобода фиксирована не полностью. Абелевы переменные $u_\mu(s)$ играют роль калибровочных полей и преобразуются калибровочными преобразованиями $\text{U}(1) \times \text{U}(1)$:

$$u_\mu(s) \rightarrow g(s) u_\mu(s) g^\dagger(s + \hat{\mu}). \quad (17)$$

Полученная после фиксации калибровки теория обладает также вейлевской симметрией.

Монопольные токи определяются стандартным образом [21] через плакетные углы $\theta_P^{(l)}$:

$$k^{(l)}(*s, \mu) = \frac{1}{2\pi} \sum_{P \in C} \theta_P^{(l)} = \{0, \pm 1, \pm 2\}, \quad (18)$$

суммирование здесь осуществляется по ориентируемым граням P куба C , который ортогонален направлению μ , а

узел *s дуален кубу C . Плакетные углы $\theta_p^{(l)}$ обычным образом вычисляются из реберных переменных $\theta_\mu^{(l)}$, а затем подвергаются сдвигу для выполнения условия [20]

$$\sum_{l=1}^3 \theta_p^{(l)} = 0. \quad (19)$$

Из условия (19) следует соотношение

$$\sum_{l=1}^3 k^{(l)}({}^*s, \mu) = 0, \quad (20)$$

поэтому только два монопольных тока являются независимыми. Отметим, что условие (19) не нарушает вейлевскую симметрию. Закон сохранения монопольных токов выполняется для каждого цвета отдельно:

$$\sum_\mu \nabla_\mu^- k^{(l)}({}^*s, \mu) = 0, \quad l = 1, 2, 3, \quad (21)$$

где ∇_μ^- — решеточная производная.

3.3. Монополи в вакууме квантовой хромодинамики

Сохранившиеся монопольные токи $k^{(l)}({}^*s, \mu)$ образуют кластеры [22] на дуальной решетке. В работах [22, 23] обнаружено, что в SU(2)-глюодинамике эти кластеры разделяются на два класса: "маленькие" (ультрафиолетовые) кластеры, имеющие конечный размер в единицах шага решетки a , и "большие" (инфракрасные) кластеры, которые переклируют через всю решетку вне зависимости от ее размера. Плотность монополей², принадлежащих инфракрасным кластерам, подчиняется скейлингу, т.е. имеет конечное значение в непрерывном пределе [24]. Распределение кластеров по размеру³ для полной КХД показано на рис. 2а. Видно, что на большой решетке ($24^3 \times 48$) распределение инфракрасных кластеров отделено щелью от распределения ультрафиолетовых кластеров. На меньшей решетке ($16^3 \times 32$) нет четкого разделения между инфракрасными и ультрафиолетовыми кластерами (рис. 2б).

На рисунке 3 представлена плотность монополей

$$\rho = \frac{1}{12V} \sum_{l, {}^*s, \mu} |k^{(l)}({}^*s, \mu)| \quad (22)$$

как функция отношения масс π - и ρ -мезонов. Это отношение уменьшается при уменьшении массы кварка.

То, что в полной КХД плотность монополей больше, чем в глюодинамике, можно качественно объяснить следующим образом. В работах [25–27] показано, что монополи скоррелированы с инстантонами. С другой стороны, фермионный детерминант приводит к притяжению инстантонов и антиинстантонов, возрастающему с уменьшением массы кварка. Это вызывает образование инстантон-антиинстантонных пар, суммарное число инстантонов и антиинстантонов возрастает, и соответ-

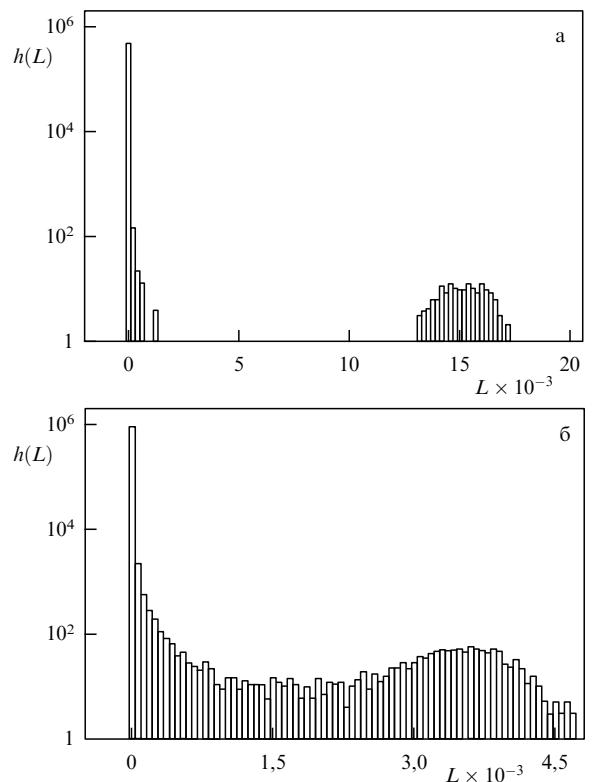


Рис. 2. Распределение длин монопольных кластеров: (а) на решетке $24^3 \times 48$, $\beta = 5,29$, $\chi = 0,1355$; (б) на решетке $16^3 \times 32$, $\beta = 5,29$, $\chi = 0,135$.

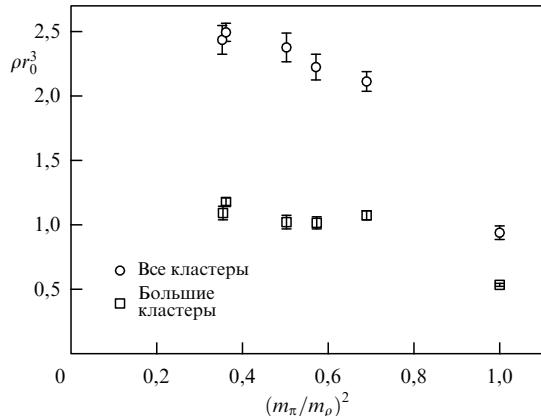


Рис. 3. Плотность монополей в полной КХД, $m_\pi/m_\rho = 1$ соответствует глюодинамике с $\beta = 6,0$.

венно должна возрастать плотность монополей. Причем большинство дополнительных монопольных траекторий представляют собой небольшие замкнутые пути вокруг центров инстантонов, что оказывается важным для объяснения асимметрии монопольных токов, наблюдаемой при конечной температуре (см. раздел 4.3).

3.4. Потенциал между тяжелыми夸克ами

Принцип абелевой доминанности [28] состоит в том, что в абелевой проекции физические величины, связанные с инфракрасными свойствами теории, могут быть с хорошей точностью вычислены с помощью операторов,

² Говоря о плотности монополей, мы используем общепринятую терминологию. Вакуум КХД магнитно нейтрален, и в каждый момент времени число монополей равно числу антимонополей. При обсуждении плотности монополей имеется в виду плотность монополь-антимонопольного газа.

³ Размером кластера называется суммарная длина линий магнитных токов, составляющих данный кластер.

построенных только из абелевых переменных, т.е. среднее $\langle \mathcal{O} \rangle^{\text{nonAb}}$ и $\langle \mathcal{O} \rangle^{\text{Ab}}$,

$$\langle \mathcal{O} \rangle^{\text{nonAb}} = \frac{1}{\mathcal{Z}} \int \exp(-\tilde{S}_{\text{eff}}) \mathcal{O}(U_\mu) \mathcal{D}U_\mu(s), \quad (23)$$

$$\langle \mathcal{O} \rangle^{\text{Ab}} = \frac{1}{\mathcal{Z}} \int \exp(-\tilde{S}_{\text{eff}}) \mathcal{O}(u_\mu) \mathcal{D}U_\mu(s), \quad (24)$$

дают совпадающие между собой с хорошей точностью значения для физических величин, определяющих инфракрасное поведение теории. Примером такой физической величины является натяжение струны. Таким образом, при вычислении абелевых операторов реберные матрицы $U_\mu(s)$ заменяются на диагональные $u_\mu(s)$. Действие \tilde{S}_{eff} — это действие КХД, включающее член, фиксирующий калибровку, и логарифм детерминанта Фаддеева — Попова. Интегрирование в (23) и (24) проводится по "фундаментальной модулярной области" в соответствии с процедурой непертурбативной фиксации калибровки [29]. Отметим, что $\langle \mathcal{O} \rangle^{\text{Ab}}$ зависит от выбора абелевой калибровки. В настоящее время абелева доминантность подтверждена для глюодинамики в МА-калибровке, определенной в разделе 3.3. В этом разделе мы продемонстрируем принцип абелевой (и монопольной) доминантности на примере потенциала взаимодействия между статическими кварком и антискварком. Статический потенциал определяется стандартным образом из петли Вильсона. Например, абелев потен-

циал выражается в виде

$$V_{ab}(r) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\langle W_{ab}(r, T) \rangle}{\langle W_{ab}(r, T+1) \rangle}, \quad (25)$$

где

$$W_{ab}(r, T) = \frac{1}{3} \text{Tr } \mathcal{W}_C,$$

$$\mathcal{W}_C = \prod_{s \in C} \text{diag}(u_\mu^{(1)}(s), u_\mu^{(2)}(s), u_\mu^{(3)}(s)) \quad (26)$$

и C — контур размера $r \times T$. На практике предел $T \rightarrow \infty$ в выражении (25) трудно достижим, и поэтому применялась процедура "размазывания" (smearing) для пространственноподобных реберных переменных $u_\mu(s)$. Это позволило нам существенно улучшить интеграл перекрытия между волновой функцией состояния, созданного нашим оператором, и реальной волновой функцией кварк-антикварковой пары и уже для $T/a = 5$ получить асимптотическое значение потенциала (25). Данные для $V_{ab}(r)$ подгонялись функцией

$$V_{ab}(r) = V_{ab}^0 + \sigma_{ab} r - \frac{\alpha_{ab}}{r}, \quad (27)$$

где σ_{ab} — абелево натяжение струны, α_{ab} — абелев кулоновский коэффициент, V_{ab}^0 — абелева собственная энергия статических источников.

На рисунке 4а, б показан статический потенциал для SU(3)-глюодинамики и для полной КХД. Абелева до-

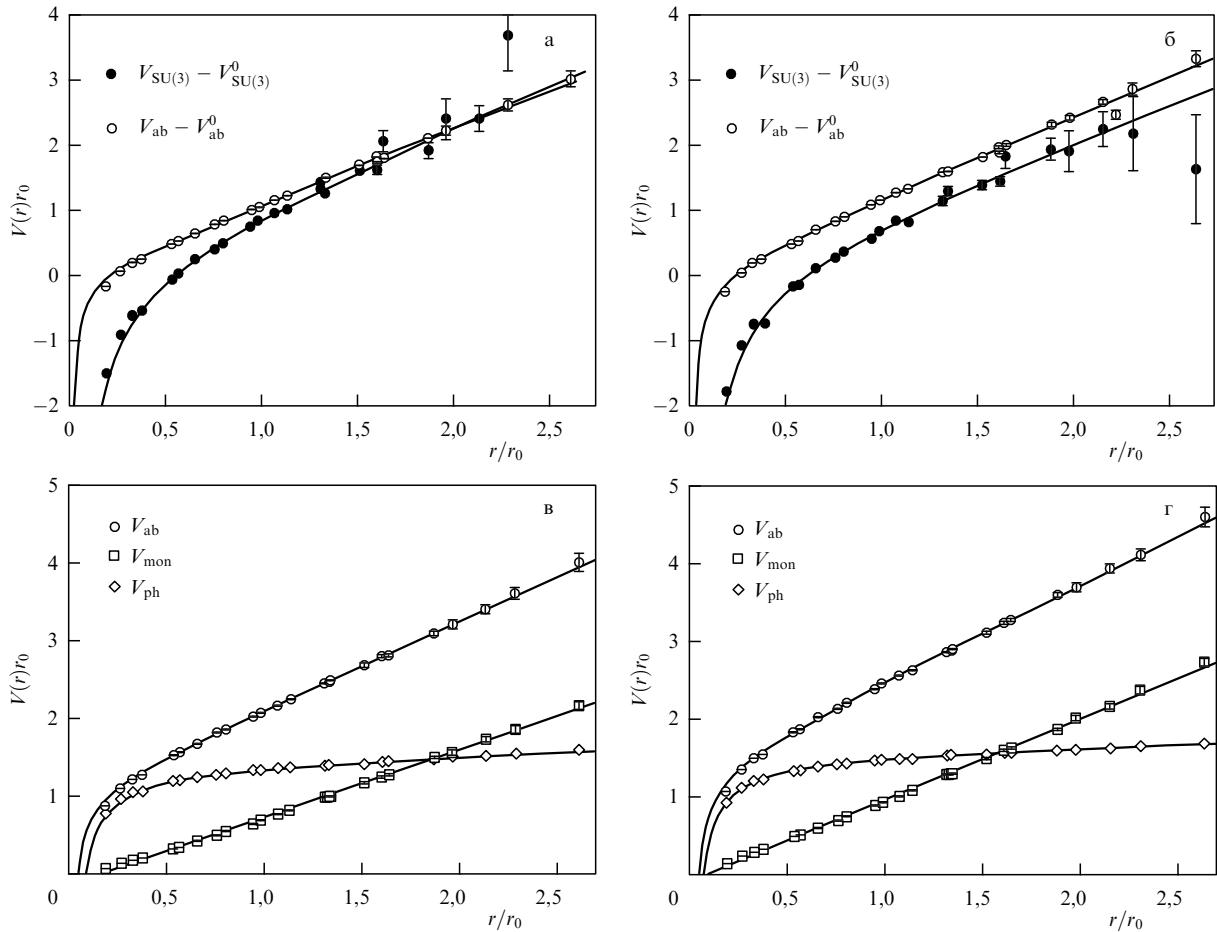


Рис. 4. Полный и абелев статический потенциал: (а) для SU(3)-глюодинамики ($\beta = 6.0$); (б) для полной КХД ($\beta = 5.29$, $\varkappa = 0.135$). Разложение абелева потенциала на монопольную и фотонную части; (в) SU(3)-глюодинамика, $\beta = 6.0$; (г) полная КХД, $\beta = 5.29$, $\varkappa = 0.135$.

Таблица 2. Абелево и монопольное натяжение струны и монопольная длина экранировки в полной КХД и в SU(3)-глюодинамике

m_π/m_ρ	σ_{ab}/σ	σ_{mon}/σ_{ab}	ξ/r_0	$\sigma_{ab}/\rho\xi$
0,6014 (96)	0,89 (4)	0,80 (4)	0,484 (19)	2,1 (2)
0,7095 (70)	0,95 (3)	0,87 (3)	0,466 (26)	2,6 (3)
0,7565 (44)	0,97 (6)	0,83 (8)	0,521 (17)	2,3 (2)
0,8306 (26)	0,97 (6)	0,88 (5)	0,482 (17)	2,5 (2)
—	0,83 (3)	0,84 (3)	0,662 (34)	3,2 (3)

минантность выполняется с хорошей точностью, как это видно из табл. 2.

Для более детального изучения роли монополей абелевы реберные переменные можно разложить на "монопольную" и "фотонную" части [30, 31]:

$$\theta_\mu^{(l)}(s) = \theta_\mu^{(l)mon}(s) + \theta_\mu^{(l)ph}(s), \quad (28)$$

$$\theta_\mu^{(l)mon}(s) = 2\pi \sum_{s'} D(s - s') \nabla_\alpha^- m_{\alpha\mu}^{(l)}(s'), \quad (29)$$

где $D(s) = \Delta^{-1}(s)$ — кулоновский пропагатор на решетке, а $m_{\alpha\mu}^{(l)}(s')$ — число струн Дирака, пересекающих пластины (s, α, μ) . Смысл такого разбиения состоит в том, что монопольный ток (18) выражается только через $\theta_\mu^{(l)mon}(s)$. Из монопольных и фотонных полей можно извлечь монопольный и фотонный вклады в абелев потенциал. Эти вклады для глюодинамики и полной КХД представлены на рис. 4в, г. Оказывается, что монопольный вклад дает более 80 % абелева натяжения струны, а фотонная часть потенциала вообще не дает вклада в σ . Все эти факты находятся в согласии с монопольным механизмом невылетания цвета.

3.5. Экранировка магнитного заряда

Если модель вакуума как дуального сверхпроводника верна, то монопольный заряд должен экранироваться экспонентой $\exp(-r/\xi)$, где ξ — обратная масса дуального фотона. Мы действительно наблюдаем подобную экранировку, измеряя магнитный поток через сферу радиуса r , окружающую магнитный монополь. В конечном объеме поток должен падать не экспоненциально, а как

$$\Phi(r) = \Phi_0 \exp\left(-\frac{L}{2\xi}\right) \operatorname{sh} \frac{L - 2r}{2\xi}, \quad (30)$$

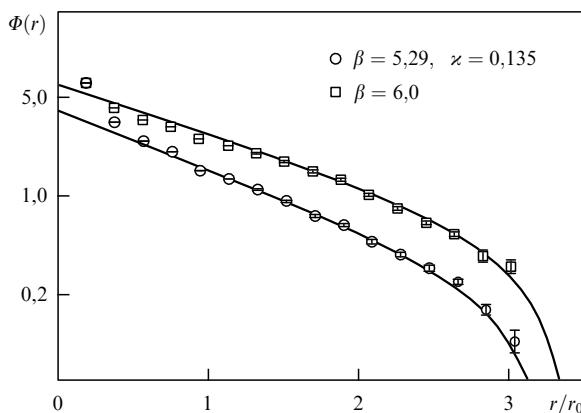


Рис. 5. Подгонка численных данных для потока поля магнитного заряда.

где L — размер решетки. Подгонка параметров Φ_0 и ξ , исходя из численных данных, дает значения ξ , приведенные в табл. 2. Пример подгонки численных данных при помощи выражения (30) показан на рис. 5.

Зависимость ξ от m_π/m_ρ позволяет качественно объяснить, почему в полной КХД при монопольной плотности ρ , превосходящей значение, полученное в глюодинамике, натяжение струны практически не меняется. В модели невзаимодействующего монопольного газа [23] $\sigma \propto \rho\xi$. Как следует из табл. 2, с увеличением отношения m_π/m_ρ плотность ρ возрастает, а обратная масса дуального фотона ξ уменьшается, что объясняет неизменность натяжения струны.

3.6. Цветная струна, наблюдаемые

Исследование струны между кварком и антикварком в SU(2)-глюодинамике в МА-проекции [32–34] показывает, что монопольный ток и электрическое поле удовлетворяют дуальному закону Ампера. Более того, они удовлетворяют классическим уравнениям движения для дуального сверхпроводника (дуальной абелевой модели Хиггса) [35]. В настоящем разделе мы приведем наши результаты [1], показывающие, что дуальный закон Ампера выполняется для средних $\langle \mathbf{E} \rangle$ и $\langle \mathbf{k} \rangle$ в окрестности струны, обеспечивающей невылетание в полной КХД, и опишем структуру этой струны в терминах абелевых переменных.

Для вычисления среднего от абелева оператора

$$\mathcal{O}(s) = \operatorname{diag}[\mathcal{O}^{(1)}(s), \mathcal{O}^{(2)}(s), \mathcal{O}^{(3)}(s)] \quad (31)$$

в поле струны вычисляются следующие корреляторы:

$$\langle \mathcal{O}(s) \rangle_{\mathcal{W}} \equiv \frac{1}{3} \frac{\langle \operatorname{Tr} \mathcal{O}(s) \operatorname{Tr} \mathcal{W}_C \rangle}{\langle \operatorname{Tr} \mathcal{W}_C \rangle} - \frac{1}{3} \langle \operatorname{Tr} \mathcal{O} \rangle. \quad (32)$$

Это выражение верно для С-четных операторов типа плотности действия и плотности монополей. Для С-нечетных операторов, таких, как электрическое поле и монопольный ток, рассматриваются средние типа

$$\langle \mathcal{O}(s) \rangle_{\mathcal{W}} \equiv \frac{\langle \operatorname{Tr} (\mathcal{O}(s) \mathcal{W}_C) \rangle}{\langle \operatorname{Tr} \mathcal{W}_C \rangle}. \quad (33)$$

В выражениях (32), (33) абелева петля Вильсона \mathcal{W}_C (26) соответствует прямоугольному контуру $r \times \mathcal{T}$. При изменении профиля струны статические кварки закреплены в точках $x = 0$ и $x = r$. Оператор $\mathcal{O}(s)$ помещается или в плоскость xy , $z = 0$ и $t = \mathcal{T}/2$, или в плоскость xz , $y = 0$ и $t = \mathcal{T}/2$. Расстояние от точки s до линии, соединяющей статические кварки, обозначим как r_\perp .

Для вычисления плотности действия ρ_A используется оператор

$$\mathcal{O}(s) = \frac{\beta}{3} \sum_{\mu > v} \operatorname{diag}[\cos \theta_{\mu\nu}^{(1)}(s), \cos \theta_{\mu\nu}^{(2)}(s), \cos \theta_{\mu\nu}^{(3)}(s)], \quad (34)$$

где $\theta_{\mu\nu}^{(l)}(s)$ — абелевые пластины углы, построенные из реберных углов $\theta_\mu^{(l)}(s)$ (16). Отметим, что плотность действия в евклидовом пространстве и плотность действия в пространстве Минковского имеют противоположные знаки [32, 33].

Оператор для вычисления электрического поля \mathbf{E} получается из пластиных углов $\theta_{\mu\nu}^{(l)}(s)$ так же, как и для

SU(2)-калибровочной группы [33]:

$$\mathcal{O}_j(s) = \text{diag}(\text{i}\theta_{4j}^{(1)}(s), \text{i}\theta_{4j}^{(2)}(s), \text{i}\theta_{4j}^{(3)}(s)), \quad (35)$$

а оператор монопольного тока определяется выражением

$$\mathcal{O}_j^{(l)}(*s) = 2\pi i k^{(l)}(*s, \mu). \quad (36)$$

Локальная плотность монополей $\rho(*s)$ определяется с помощью оператора

$$\mathcal{O}(*s) = \frac{1}{4} \sum_{\mu} \text{diag}(|k^{(1)}(*s, \mu)|, |k^{(2)}(*s, \mu)|, |k^{(3)}(*s, \mu)|). \quad (37)$$

3.7. Структура абелевой струны

В этом разделе мы описываем структуру струны в полной КХД и в SU(3)-глюодинамике для расстояния между пробными кварками равного 1 фм.

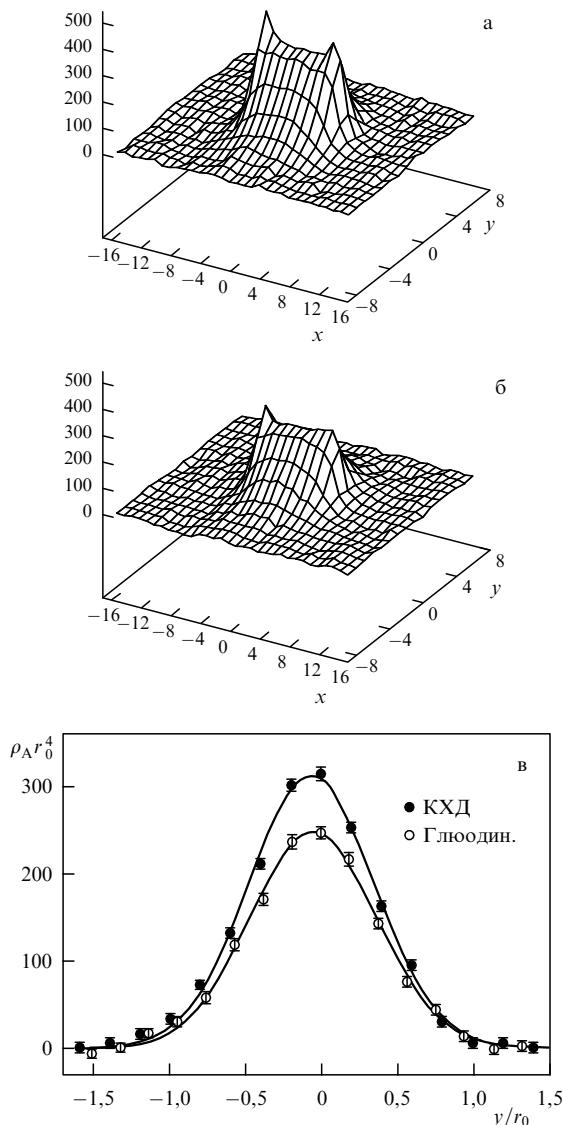


Рис. 6. Плотность действия $\rho_A(s)r_0^4$ абелевой струны в полной КХД (а) и в SU(3)-глюодинамике (б) и профиль плотности в центре струны для обеих теорий (в).

На рисунке 6а, б показана средняя плотность действия, соответствующая оператору (34). Подгонка профиля плотности действия (рис. 6в) функцией

$$\rho_A(r_{\perp}, x) = \text{const} \exp\left(-\frac{r_{\perp}^2}{\delta^2}\right) \quad (38)$$

дает значение $\delta = 0,29(1)$ фм как для КХД с динамическими кварками, так и для SU(3)-глюодинамики.

На рисунке 7а, б изображено электрическое поле струны. Хорошо видно, что в узкой области вокруг оси, соединяющей夸克 с антикварком, поле направлено вдоль этой оси, как и ожидалось для струны, приводящей к невылетанию. Профиль продольной компоненты электрического поля в абелевой струне показан на рис. 7в. Существует небольшое различие этих профилей для SU(3)-глюодинамики и для КХД с динамическими кварками. Подгонка данных при $r_{\perp} > 0,25$ фм с помощью функции

$$E_x = \text{const} \exp\left(-\frac{r_{\perp}}{\lambda}\right) \quad (39)$$

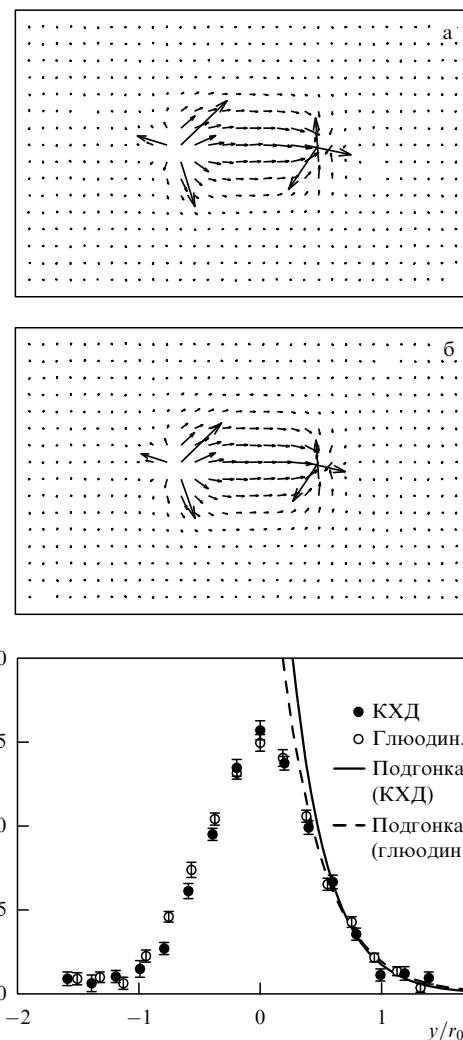


Рис. 7. Электрическое поле струны в полной КХД (а) и в SU(3)-глюодинамике (б) и его профиль в центре струны для обеих теорий (в).

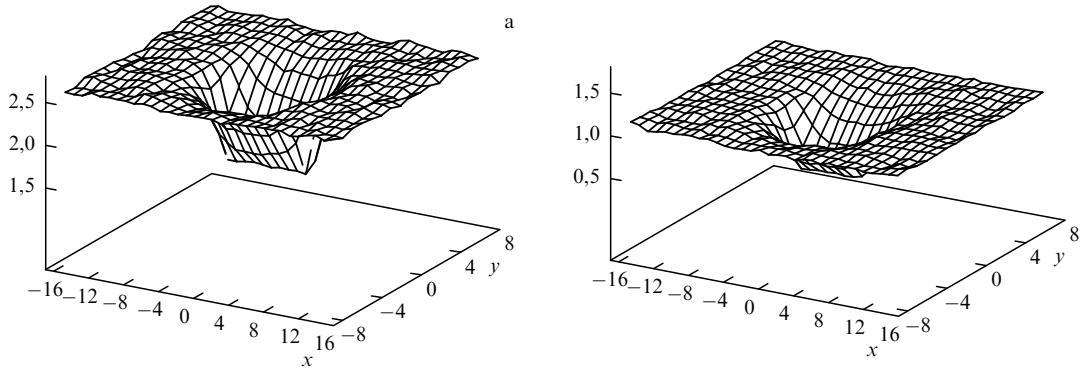


Рис. 8. Монопольная плотность $\rho(^*s) r_0^3$ в струне в полной КХД (а) и в SU(3)-глюодинамике (б).

дает глубину проникновения $\lambda = 0,15(1)$ фм для полной КХД и $\lambda = 0,17(1)$ фм для SU(3)-глюодинамики.

На рисунке 8 представлена монопольная плотность, соответствующая оператору (37), в струне, соединяющей пробные кварк и антискварк. Плотность монополей вне струны примерно в 2 раза больше в случае КХД с динамическими кварками, чем в случае SU(3)-глюодинамики, что согласуется с рис. 3. В центре струны плотность монополей мала в согласии с монопольным механизмом невылетания: конденсат поля Хиггса подавлен внутри струны Абрикосова – Нильсена – Ольсена. В этой же модели монопольный ток и электрическое поле должны подчиняться дуальному закону Ампера:

$$\mathbf{k} = \nabla \times \mathbf{E}. \quad (40)$$

Монопольные токи в плоскости, перпендикулярной струне, соединяющей пробные кварк и антискварк, показаны на рис. 9а, б. Видно, что ток закручивается вокруг центра струны, и только перпендикулярная радиусу компонента тока не равна нулю. На рисунке 9в, г приведены численные данные для левой и правой части формулы (40) внутри струны, порожденной пробными кварком и антискварком. Видно, что дуальный закон Ампера хорошо выполняется как в полной КХД, так и в SU(3)-глюодинамике. В случае SU(2)-глюодинамики дуальный закон Ампера удовлетворяется с еще большей точностью [33–35]. То, что внутри струны, ответственной за невылетание, выполняется дуальный закон Ампера, является весьма нетривиальным фактом. Вероятно, это следствие того, что абелевы поля в рассматриваемой калибровке играют большую роль в

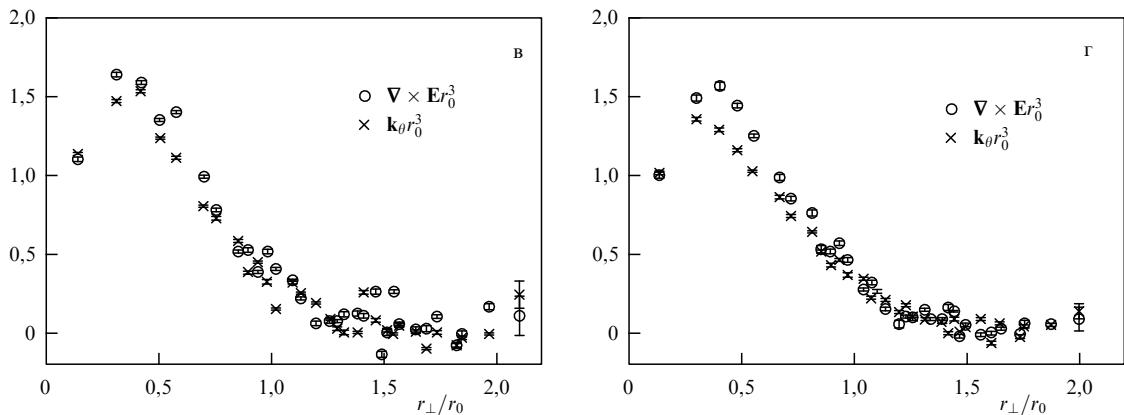
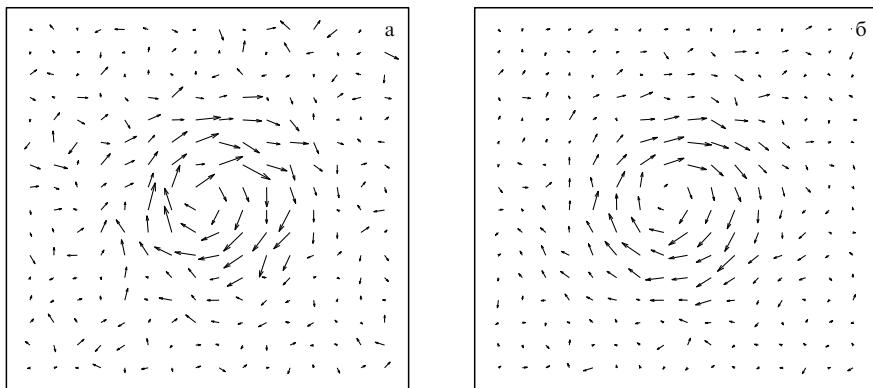


Рис. 9. Монопольный ток $\mathbf{k}r_0^3$ в центре струны ($x = r/2$) в полной КХД (а) и в SU(3)-глюодинамике (б). Проверка дуального закона Ампера в полной КХД (в) и в SU(3)-глюодинамике (г).

эффекте невылетания цвета, и это явление может служить отправной точкой для построения теории невылетания.

3.8. Длинные струны

Если в полной КХД пробные кварк и антискварк разделить большим расстоянием, то струна между ними разорвется за счет рождения из вакуума кварк-антискварковой пары. В настоящем обзоре мы рассматриваем виртуальные кварки с массой ~ 100 МэВ, и в этом случае расстояние, на котором ожидается разрыв струны, оценивается в 1,2 фм. На рисунке 10 показано электрическое поле струны на решетке $24^3 \times 48$ для $r/a = 18$, что соответствует длине струны 1,6 фм. Для уменьшения статистического шума электрическое поле извлекалось из монопольной части реберных переменных. Несмотря на большую длину струны не видно никаких признаков разрыва. Возможное объяснение этого факта следующее [36–40]. Перекрытие состояния, создаваемого оператором вильсоновской петли, с состоянием, соответствующим разорванной струне, очень мало; вклад последнего состояния существен только для таких T , которые удовлетворяют неравенству $\exp(-2m_{\text{SL}}(r+T)) \gg \exp(-\sigma r T)$, здесь m_{SL} — энергия мезона, образованного морским кварком и тестовым статическим кварком, без учета собственной энергии статического кварка. Эта оценка дает $T \gg 3$ фм при $r \approx 1,5$ фм [38]. В решеточных единицах $T = 3$ фм соответствует $T/a = 34$, мы же не могли брать более $T/a = 10$ из-за быстро уменьшающегося отношения сигнала к шуму. Таким образом, наблюдение разрыва струны на решетке оказывается очень сложной задачей. Однако в разделе 4.2 будет показано, что при конечной температуре (но ниже фазового перехода, т.е. в фазе невылетания) разрыв струны все же виден в результатах численных расчетов.

Подгонка профиля плотности действия длинной струны при помощи формулы (38) дает $\delta = 0,30(3)$ фм, примерно такая же ширина была получена и при $r = 1$ фм. Это довольно удивительный результат, так как модели струны [41] с эффективным действием Намбу–Гото предсказывают уширение струны с ростом расстояния r . Отметим, что уширение струны не было найдено и в SU(2)-глюодинамике [42].

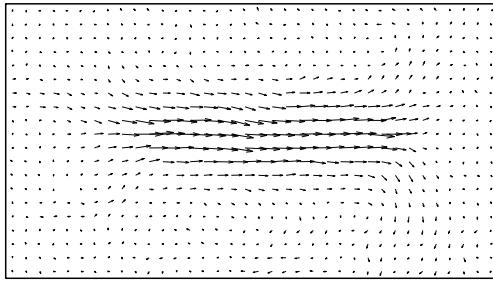


Рис. 10. Монопольная часть электрического поля струны, полученная на решетке $24^3 \times 48$, для петли Вильсона на контуре $r \approx 1,6$ фм, $T \approx 0,9$ фм.

4. Конечные температуры

При увеличении температуры в SU(3)-глюодинамике происходит фазовый переход первого рода, разделяющий фазу невылетания цветных зарядов (низкие темпе-

ратуры) и фазу вылетания цвета. В этой модели параметром порядка фазового перехода при конечной температуре является фундаментальная поляковская петля, которая определяется как произведение реберных переменных U_4 вдоль прямого пути, замкнутого за счет граничных условий,

$$L(\mathbf{x}) = \prod_{t=1}^{L_t} U_4(\mathbf{x}, t). \quad (41)$$

Ненулевое значение среднего от петли Полякова, наблюдающееся в высокотемпературной фазе, указывает на нарушение глобальной $Z(3)$ -симметрии. Поляковская петля является параметром порядка только для модели без динамических кварков, т.е. в случае бесконечно больших масс кварков. В противоположном пределе нулевых масс кварков (т.е. в киральном пределе КХД) параметром порядка является киральный конденсат $\langle \bar{\psi} \psi \rangle$. Род фазового перехода зависит от количества безмассовых кварков: киральный фазовый переход в КХД с тремя безмассовыми кварками является переходом первого рода, а в случае двух кварков фазовый переход отсутствует и вместо перехода наблюдается так называемый мягкий кроссовер (его часто называют "непрерывным фазовым переходом"). В реальной КХД свойства фазового перехода определяются двумя легкими (u и d) и одним более тяжелым (s) кварками, в то время как остальные кварки слишком тяжелы, чтобы оказывать заметное влияние. При ненулевых и конечных значениях масс кварков ни петля Полякова, ни киральный конденсат, строго говоря, не являются параметрами порядка. Численные результаты показывают, однако, что восприимчивости обоих параметров порядка могут быть использованы для определения точки перехода [43]. В разделах 4.1–4.3 обсуждаются численные результаты для критической температуры, параметров статического межкваркового потенциала и свойств монополей при конечных температурах, полученные нами в работах [2, 3].

4.1. Критическая температура

Одним из самых простых операторов, которые описывают переход вылетание–невылетание цвета, является среднее от петли Полякова (41). Как уже обсуждалось в начале раздела 4, квантовое среднее от этого оператора не является строгим оператором порядка, но, тем не менее, эта величина представляет собой определенный интерес. Квантовые средние для различных типов петель Полякова мы приводим на рис. 11а.

Видно, что неабелева поляковская петля $\langle L \rangle$, а также абелева, монопольная и фотонная составляющие, представленные на рис. 11а, не имеют скачков. Петли Полякова малы в фазе вылетания цветных зарядов (малые χ) и постепенно растут при увеличении параметра χ , что соответствует движению в глубь фазы вылетания цвета. Вклад фотонов в петлю Полякова практически нечувствителен к фазовому переходу в противоположность абелеву и монопольному вкладам. Также можно заметить, что в случае КХД, как и в теории без полей материи, монопольный и фотонный вклады в абелеву петлю факторизуются: $\langle L_{\text{Ab}} \rangle \approx \langle L_{\text{mon}} \rangle \langle L_{\text{ph}} \rangle$. Эти свойства средних петель Полякова говорят о том, что для фазового перехода существенны именно монопольные степени свободы (т.е. именно эти степени свободы несут непертурбативную информацию), в то время как

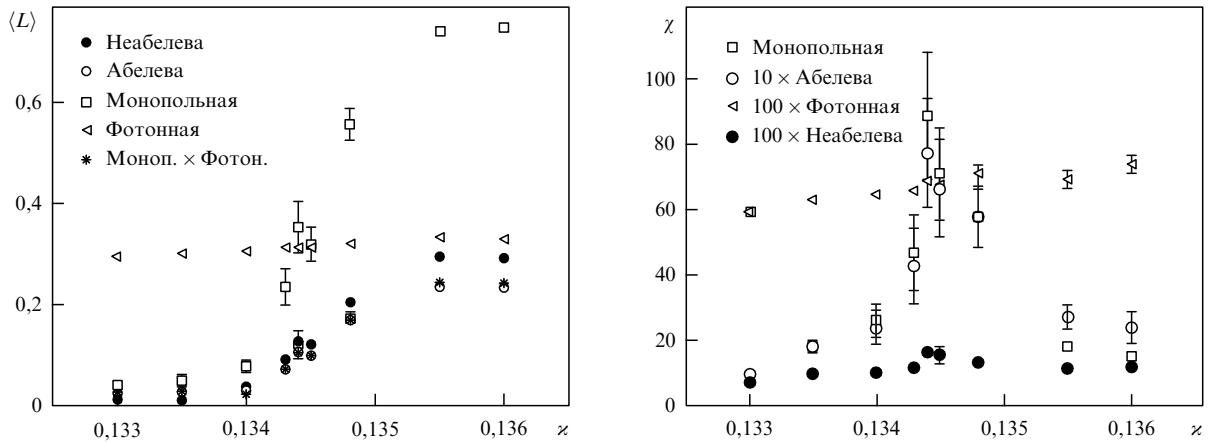


Рис. 11. (а) Средние от неабелевой, абелевой и монопольной петли Полякова, а также произведение средних от монопольной и фотонной петель; (б) соответствующие им восприимчивости при $\beta = 5,2$.

фотонная степень свободы является исключительно пертурбативной.

Следующий шаг — определение критического значения параметра ζ (обозначаемого ниже ζ_c). Простейший способ нахождения ζ_c состоит в определении максимального численного значения восприимчивости петли Полякова χ , $\chi \sim \langle L^2 \rangle - \langle L \rangle^2$. В неабелевом случае $\zeta_c = 0,1344(1)$ при $\beta = 5,2$ и $\zeta_c = 0,1341(1)$ при $\beta = 5,25$, согласно рис. 11б. Критические значения параметра ζ соответствуют некоторым критическим температурам, которые можно получить с помощью интерполяционной формулы, приведенной в работе [44]: $T_c r_0 = 0,54(2)$ при $\beta = 5,2$ и $T_c r_0 = 0,56(2)$ при $\beta = 5,25$. Для оценки температуры в физических единицах можно использовать значение $1/r_0 = 394$ МэВ, при котором получим $T_c = 213(10)$ МэВ и $T_c = 222(10)$ МэВ при $\beta = 5,2$ и $\beta = 5,25$ соответственно. Определяя отношения масс мезонов в этих критических точках [44], $m_\pi/m_\rho = 0,78$ и $0,82$, можно получить зависимость критической температуры от m_π/m_ρ .

Наряду с результатами работ [45] и [46] на рис. 12 приведены наши результаты для температуры перехода, определенной по максимуму восприимчивости. Для вычисления отношения $T_c/\sqrt{\sigma}$ использовалось феноме-

нологическое значение $\sqrt{\sigma} = 425$ МэВ. Из рисунка видно, что результаты всех групп хорошо согласуются друг с другом. Заметим, что в работах [45] и [46] вычисления проводились при другом (большем) шаге решетки. Поэтому из рис. 12 следует, что критическая температура практически не зависит от шага решетки. Абелевые, монопольные и фотонные восприимчивости приведены на рис. 11б (для одного значения решеточной константы связи $\beta = 5,2$). Можно заметить, что абелева и монопольная восприимчивость имеют максимум при одном и том же значении параметра ζ , который, в свою очередь, совпадает с пиком неабелевой восприимчивости, также показанной на рис. 11б. Отметим, что монопольная восприимчивость на порядок больше, чем абелева, в то время как абелева восприимчивость много больше неабелевой (разница также приблизительно в один порядок). Фотонная восприимчивость, как и следовало ожидать, практически не меняется при критической температуре. Эти результаты еще раз подтверждают тот факт, что монопольные степени свободы наиболее чувствительны к фазовому переходу.

4.2. Потенциал между тяжелыми кварками при конечной температуре

Наиболее очевидным эффектом учета динамических кварков является разрыв хромодинамической струны, натянутой между夸克ом и антикварком, если они находятся на достаточно большом расстоянии. Одной из наиболее серьезных проблем в изучении разрыва струны при нулевой температуре является малость перекрытия между "разорванным" состоянием и состоянием, создаваемым петлей Вильсона, как уже обсуждалось в разделе 3.8. Совершенно по-другому ситуация выглядит при ненулевой температуре, когда для измерения потенциала можно использовать петли Полякова. В этом случае перекрытие "разорванного" состояния с состоянием, создаваемым коррелятором поляковских петель, порядка единицы, что позволяет явно увидеть эффект разрыва струны. Потенциал $V(r, T)$ между тяжелыми (статическими) кварками определяется с помощью коррелятора поляковских петель следующим образом:

$$V(r, T) = -\ln \left\langle \frac{1}{9} L_x L_y^\dagger \right\rangle + C, \quad (42)$$

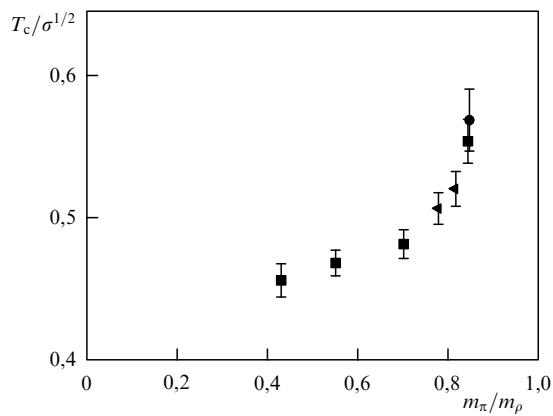


Рис. 12. Критическая температура фазового перехода. Данные, обозначенные треугольниками, получены в работах [2], квадратами — приведены в работе [45] и окружность — в работе [46].

где константа C включает в себя собственную энергию статических кварков и энтропийный вклад. При достаточно больших расстояниях коррелятор поляковских петель факторизуется:

$$\langle L_x L_y^\dagger \rangle \rightarrow |\langle L \rangle|^2, \quad |x - y| \rightarrow \infty, \quad (43)$$

причем $|\langle L \rangle|^2 \neq 0$, поскольку глобальная Z_3 симметрия нарушена из-за присутствия динамических фермионов. Заметим, что потенциал в (42) — это усредненный по цвету потенциал. Он связан с синглетным и октетным потенциалами соотношением [47]

$$\begin{aligned} \exp\left[-\frac{V(r, T)}{T}\right] = & \frac{1}{9} \exp\left[-\frac{V_{\text{sing}}(r, T)}{T}\right] + \\ & + \frac{8}{9} \exp\left[-\frac{V_{\text{oct}}(r, T)}{T}\right]. \end{aligned}$$

При ненулевой температуре $T > 0$ разрыв струны в низкотемпературной фазе КХД изучался в работе [48]. Обсуждая межкварковый потенциал, уместно рассмотреть спектральное представление для коррелятора поляковских петель [49]

$$\langle L_x L_y^\dagger \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} w_n \exp\left[-\frac{E_n(r)}{T}\right]. \quad (44)$$

При $T \rightarrow 0$ получаем, что вклад в потенциал дается только низшим состоянием, $V(r, 0) = E_0(r)$ (с точностью до некоторой постоянной величины). В противоположность этому потенциал $V(r, T)$ при $T > 0$ включает в себя вклады от всевозможных состояний.

При нулевой температуре синглетный потенциал может быть описан струнной моделью только до некоторого расстояния R_{br} между статическими кварками. При расстояниях больших, чем R_{br} , струнное состояние перестает быть основным, и на замену ему приходит так называемое "состояние разорванной струны", или, другими словами, состояние пары мезонов, состоящих из тяжелого и легкого (анти)кварка. Таким образом, при малых температурах существенны только два состояния в спектре, каждое из которых является основным при определенных расстояниях. Нами сделано предположение [2], что при всех температурах ниже критической

коррелятор петель Полякова может быть описан с хорошей точностью с помощью этих двух состояний — струнного и двухмезонного. В расчетах, сделанных в [2], синглетная часть потенциала не выделялась, т.е. предполагалось, что вкладом октетного потенциала можно пренебречь.

Итак, мы рассматриваем двухэкспоненциальную формулу для коррелятора петель Полякова

$$\frac{1}{9} \langle L_x L_y^\dagger \rangle = \exp\left[-\frac{V_0 + V_{\text{str}}(r, T)}{T}\right] + \exp\left[-\frac{2E(T)}{T}\right], \quad (45)$$

где струнный потенциал V_{str} , представлен в виде

$$\begin{aligned} V_{\text{str}}(r, T) = & -\frac{1}{r} \left[\alpha - \frac{1}{6} \arctan(2rT) \right] + \\ & + \left[\sigma(T) + \frac{2T^2}{3} \arctan \frac{1}{2rT} \right] r + \frac{T}{2} \ln(1 + 4r^2 T^2). \end{aligned} \quad (46)$$

Выражение (46) получено в работе [50]. Струнный потенциал (46) включает в себя вклады флуктуаций хромодинамической струны (энергию Казимира), натянутой на статические кварковые траектории, при конечной температуре T . В этом случае коэффициент α фиксирован, $\alpha = \pi/12$. Однако эта форма потенциала не учитывает обычное кулоновское взаимодействие, которое может модифицировать первый член в правой части уравнения (46). Поэтому по аналогии с работой [51] мы рассмотрели другое значение этого параметра — $\alpha = 0,33$. Что касается эффективной кварковой массы $m(T)$, то она определяется показателем экспоненты второго члена в правой части уравнения (45) за вычетом энергии самодействия:

$$m(T) = E(T) - \frac{V_0}{2}. \quad (47)$$

Наши численные расчеты показали, что статический потенциал между кварком и антикварком может быть довольно точно описан двухэкспоненциальной формулой (45), (46). Примеры подгонки приведены на рис. 13а при $T/T_c = 0,87$ и $0,98$ (здесь использовались данные при $\beta = 5,2$). На этом рисунке также показано асимптотическое значение потенциала $V_{\text{inf}} = -2T \ln \langle L \rangle$. Видно, что

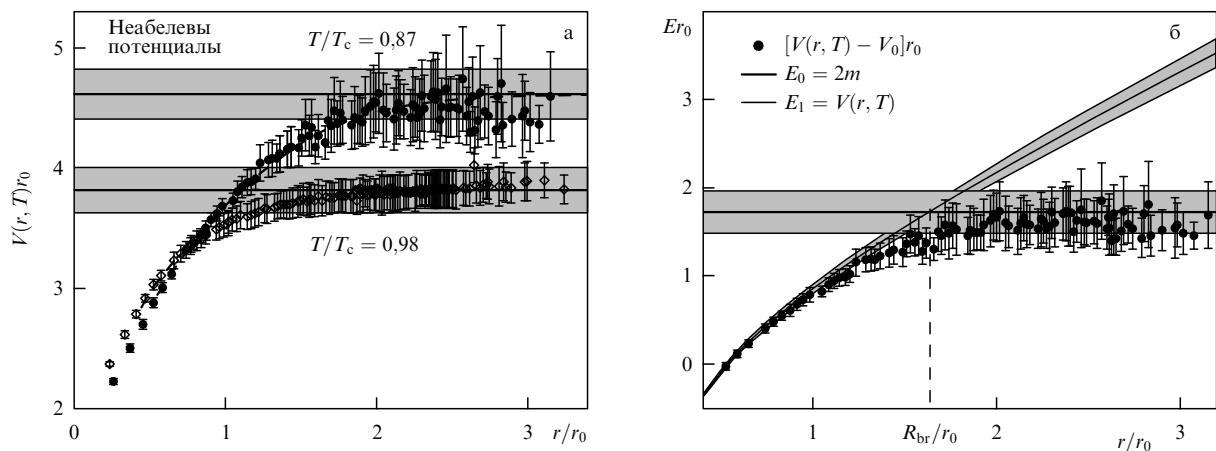


Рис. 13. (а) Межкварковый потенциал с подгоночными кривыми при $T/T_c = 0,87$ и $0,98$ и соответствующие значения V_{inf} ; (б) энергии струнного и двухмезонного состояний и V_{inf} при $T/T_c = 0,87$.

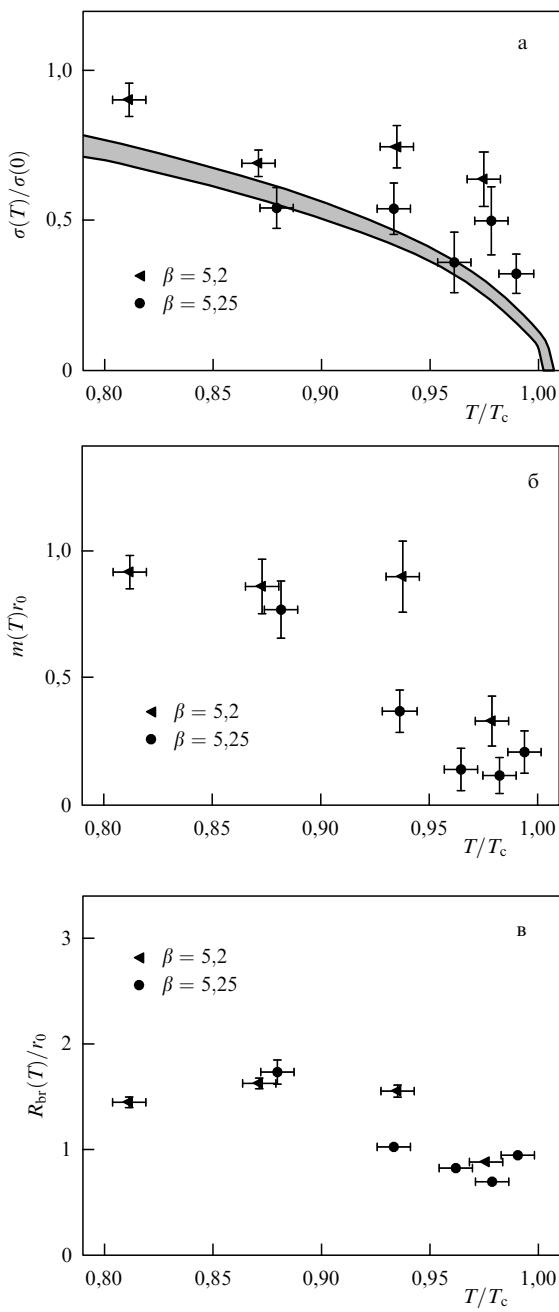


Рис. 14. Натяжение струны (а), эффективная кварковая масса (б) и расстояние между статическими кварками R_{br} , при котором рвется натянутая между ними струна (в), как функции температуры.

потенциал сходится к своему асимптотическому значению при максимально доступных значениях межкваркового расстояния.

Натяжение струны и эффективная кварковая масса, полученные в результате подгонки неабелева потенциала, представлены на рис. 14а, б. Натяжение струны для глюодинамики [52] показано заштрихованной областью. Видно, что значения отношения $\sigma(T)/\sigma(0)$ в теории с динамическими фермионами лежат несколько выше, чем соответствующие значения в теории без фермионов, однако окончательный вывод о соотношении между этими величинами делать рано ввиду довольно больших статистических и систематических погрешностей наших результатов. Наши значения эффективной

массы кварка выше, чем значения, полученные в работе [53] на основе численных результатов, взятых из работы [43]. Такое различие, вероятно, объясняется тем, что в [53] изучалась КХД с тремя ароматами, тогда как мы рассматриваем теорию с двумя ароматами.

Определив параметры потенциала, мы можем вычислить расстояние R_{br} , на котором рвется хромодинамическая струна. Расстояние R_{br} определяется равенством первого и второго слагаемых в правой части (45):

$$V_{str}(R_{br}, T) = 2m(T). \quad (48)$$

Это соотношение проиллюстрировано на рис. 13б, на котором приведены энергии струнного и двумезонного состояний. Расстояние, на котором уровни пересекаются, соответствует R_{br} .

Зависимость расстояния R_{br} от температуры показана на рис. 14в. С увеличением температуры это расстояние уменьшается, но при критической температуре $T = T_c$ расстояние R_{br} не равно нулю.

4.3. Динамика монополей

Одной из наиболее важных характеристик монополей является средняя плотность монопольных траекторий ρ , определенная уравнением (22). На рисунке 15а показана монопольная плотность для чистой глюодинамики и КХД. Данные для чистой глюодинамики получены на решетке такого же размера, как для теории с фермионами. Как видно из рис. 15а, плотность монополей в теории с динамическими фермионами значительно выше, чем в теории без фермионов, что согласуется с результатами при нулевой температуре.

Другой интересной характеристикой монополей является асимметрия монопольных токов, определяемая следующим образом:

$$\eta = \frac{\rho_t - \rho_s}{\rho_t + \rho_s}, \quad (49)$$

где ρ_t , ρ_s — плотности временных и пространственных магнитных токов соответственно,

$$\begin{aligned} \rho_t &= \frac{1}{3N_t N_s^3} \left\langle \sum_{a=1}^3 \sum_s |k_4^a(s)| \right\rangle, \\ \rho_s &= \frac{1}{9N_t N_s^3} \left\langle \sum_{a=1}^3 \sum_s \sum_{i=1}^3 |k_i^a(s)| \right\rangle. \end{aligned} \quad (50)$$

Смысл величины η прост: если все токи статические, то $\eta = 1$, а если распределение монополей изотропно, то асимметрия монопольных токов отсутствует и $\eta = 0$. Оказывается, что в теории с фермионами асимметрия η равняется нулю в фазе невылетания и становится ненулевой выше критической точки (рис. 15б). Аналогичное поведение η наблюдается и в глюодинамике, где монополи становятся статическими в пределе высоких температур. Заметим, однако, что увеличение η с повышением температуры происходит в КХД значительно медленнее, чем в глюодинамике.

Высокая плотность монополей в КХД и свойства асимметрии монопольных токов могут быть объяснены образованием в вакууме сильных локальных квантовых флуктуаций из-за присутствия фермионного детермина. Такие флуктуации приводят к образованию монопольных петель (траекторий), а их локальная при-

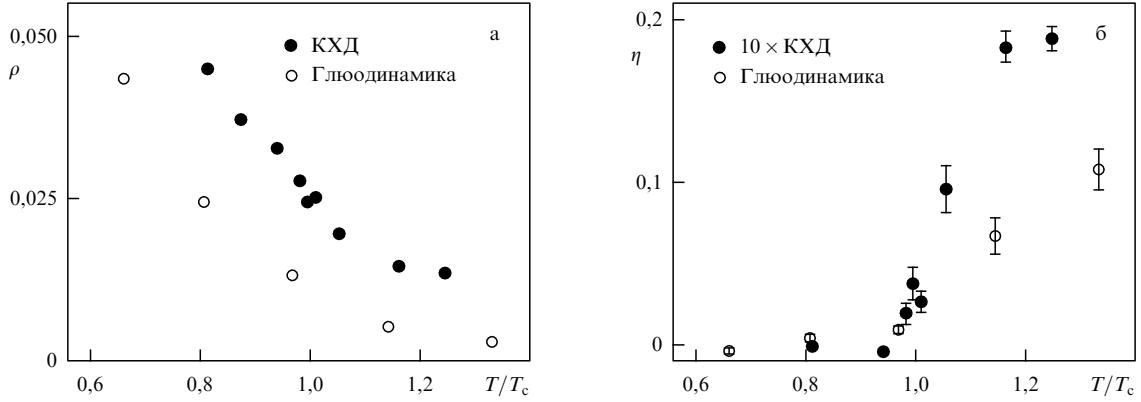


Рис. 15. (а) Монопольная плотность и (б) асимметрия монопольных токов как функции температуры.

рода делает эти петли короткими. Последнее свойство приводит к симметрии между пространственными и временнóй компонентами монопольного тока в этих монопольных петлях, поскольку их размер мал по сравнению с обратной температурой (т.е. размером решетки во временнóм направлении). Таким образом, общая плотность монополей в КХД оказывается больше, чем в глоодинамике. При этом из-за изотропии коротких монопольных петель разность $\rho_t - \rho_s$ меняется в меньшей степени, чем сумма $\rho_t + \rho_s$, что согласуется с меньшими значениями асимметрии η в КХД по сравнению с ее значениями в глоодинамике.

Другой причиной большой плотности монополей в КХД может быть образование инстантон-антиинстантонных пар. Это явление уже обсуждалось в конце раздела 3.3.

5. Изучение структуры бариона

В этом разделе обсуждается структура струны в системе трех статических кварков при нулевой и ненулевой температурах. Изучение системы трех статических кварков на решетке важно для получения информации о структуре бариона. До последнего времени не было ответа на вопрос о том, существует ли истинно трехчастичное взаимодействие (соответствующее Y-подобной конфигурации глюонных полей) или же взаимодействие на больших расстояниях является суммой двухчастичных взаимодействий (струна формы Δ) [55–59]. Некоторые решеточные результаты интерпретировались в пользу Δ -конфигурации [56, 57], в то же время другие результаты поддерживали гипотезу об Y-форме [58, 59]. Такое противоречие существовало долгое время вследствие того, что разница между предсказаниями этих двух гипотез для барионного потенциала довольно мала, в то время как решеточные вычисления с высокой точностью затруднены из-за быстрого роста потенциала с расстоянием между кварками. Поэтому представляется полезным прямое измерение распределения глюонного поля внутри бариона. Следует отметить, что недавно были получены результаты для барионного потенциала и распределения поля внутри бариона в дуальной абелевой модели Хиггса как модели вакуума КХД [60, 61] и при помощи метода полевых корреляторов [62]. Эти результаты указывают на Y-подобную конфигурацию глюонных полей.

5.1. Наблюдаемые

Мы изучали конфигурацию абелевых глюонных полей в трехкварковой системе после фиксации МА-калибровки [4]. Использование абелевых переменных существенно уменьшает статистические ошибки, а поскольку изучение мезонной конфигурации подтвердило наличие абелевой доминантности после фиксации МА-калибровки (см. раздел 3), то можно рассчитывать, что обсуждаемые в этом разделе результаты, полученные с абелевыми операторами, правильно описывают неабелеву барионную струну. Нашей целью является также сравнение результатов, полученных на решетке, с предсказаниями дуальной модели Ландау–Гинзбурга [60, 61].

Трансляция бариона из точки A в точку B описывается оператором (барионная петля Вильсона [57, 59])

$$W_{3q} = \frac{1}{3!} \epsilon^{ijk} \epsilon^{i'j'k'} U_{\Gamma_1}^{ii'} U_{\Gamma_2}^{jj'} U_{\Gamma_3}^{kk'}, \quad (51)$$

где $U_\Gamma = \prod_{l \in \Gamma} U_l$ — произведение реберных матриц вдоль пути Γ , а траектории (бесконечно тяжелых) кварков, соединяющие точки A и B (рис. 16а), обозначены как Γ_k .

Энергия основного состояния бариона (общий потенциал взаимодействия трех кварков) равна

$$V(x_1, x_2, x_3) = -\frac{1}{T} \lim_{T \rightarrow \infty} W_{3q}. \quad (52)$$

Абелева барионная петля Вильсона выражается через абелевые реберные переменные $u_\mu(s)$,

$$W_{3q}^{\text{Ab}} = \frac{1}{3!} |\epsilon^{ijk}| u_{\Gamma_1}^{(i)} u_{\Gamma_2}^{(j)} u_{\Gamma_3}^{(k)}, \quad (53)$$

по аналогии с неабелевой петлей (51). Локальные наблюдаемые, описывающие барионную струну, определяются как средние от соответствующих операторов в присутствии вильсоновской петли, аналогично их определению в случае кварк-антикварковой системы. Для С-четных наблюдаемых, таких, как плотность действия, средние определяются точно так же с заменой обычной петли Вильсона на барионную. Для С-нечетных наблюдаемых, например для электрического поля, среднее определяется следующим образом [4]:

$$\langle \mathcal{O}(s) \rangle_{3q} = \frac{\langle (1/3!) |\epsilon_{ijk}| \mathcal{O}^{(i)}(s) u_{\Gamma_1}^{(i)} u_{\Gamma_2}^{(j)} u_{\Gamma_3}^{(k)} \rangle}{\langle W_{3q}^{\text{Ab}} \rangle}. \quad (54)$$

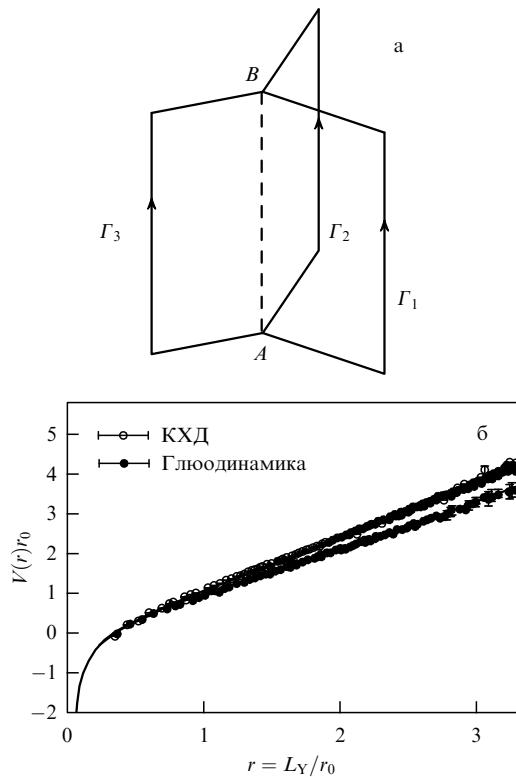


Рис. 16. (а) Барионная петля Вильсона; (б) сравнение неабелева и абелева барионных потенциалов, вычисленных в глюодинамике.

При ненулевой температуре вместо петли Вильсона используется произведение трех поляковских петель:

$$P_{3q}^{Ab} = \frac{1}{3!} |\epsilon^{ijk}| u_4^{(i)}(\mathbf{x}_1) u_4^{(j)}(\mathbf{x}_2) u_4^{(k)}(\mathbf{x}_3), \quad (55)$$

где

$$u_4^{(i)}(\mathbf{x}_k) = \prod_{t=1}^T u_4^{(i)}(t, \mathbf{x}_k) \quad (56)$$

является абелевой поляковской петлей. Средние, с заменой W_{3q}^{Ab} на P_{3q}^{Ab} , определяются так же, как и при нулевой температуре.

5.2. Статический потенциал и структура струны в трехкварковой системе при нулевой температуре

На рисунке 16б приведен барионный потенциал как функция L_Y — минимальной длины барионной струны, имеющей Y-форму [59]. Сплошная кривая соответствует потенциальному, подогнанному с использованием данных для конфигурации с равными расстояниями между кварками. Для таких конфигураций $|r_i - r_j| = L_Y/\sqrt{3}$ для всех пар i, j кварков, и можно использовать подгоночную функцию вида

$$V(L_Y) = -\frac{3\sqrt{3}e}{L_Y - \sigma L_Y + V_0}. \quad (57)$$

Подгонка дает значение абелева натяжения струны (в решеточных единицах) 0,038 (1), что составляет 83 (3) % от значения неабелева натяжения струны [59]. Этот результат указывает на наличие абелевой доминантно-

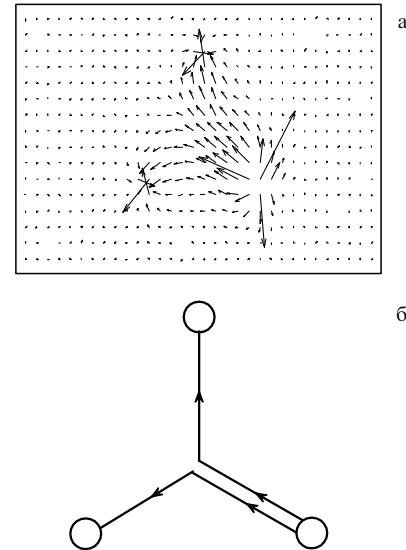


Рис. 17. (а) Цветное электрическое поле и (б) его схематическое изображение.

сти в барионной системе. Ожидается, что отношение абелева натяжения струны к неабелеву натяжению струны возрастет в непрерывном пределе, поскольку подобное возрастание обнаружено в SU(2)-глюодинамике [63]. Проведя аналогичный анализ для полной КХД, мы получили значение абелева натяжения струны 0,039 (1), совпадающее в пределах ошибок с результатом, полученным в SU(3)-глюодинамике.

На рисунке 17а изображено абелово электрическое поле в системе трех кварков. Цветовой индекс оператора электрического поля в уравнении (54) совпадает с цветовым индексом кварка, расположенного справа внизу на рис. 17а. Очевидно, что этот кварк является источником потока цветного электрического поля. Поток делится на две равные части вблизи центра бариона, каждая из которых поглощается двумя другими кварками. Поведение потока электрического поля показано схематично на рис. 17б. На рисунке 18 представлены монопольная и фотонная компоненты абелева потенциала. Из этого рисунка видно, что монопольная часть абелева глюонного поля ответственна за линейный

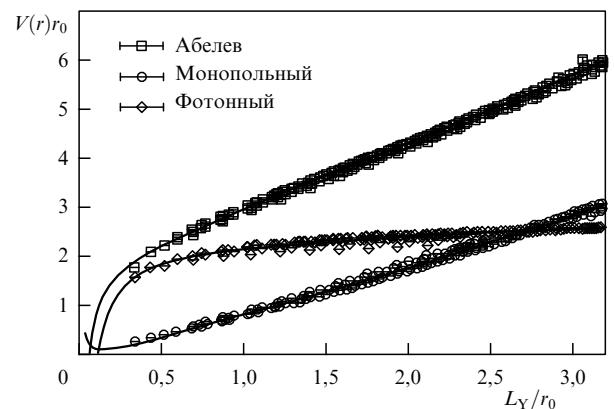


Рис. 18. Абелев барионный потенциал в полной КХД и его монопольная и фотонная компоненты как функции L_Y .

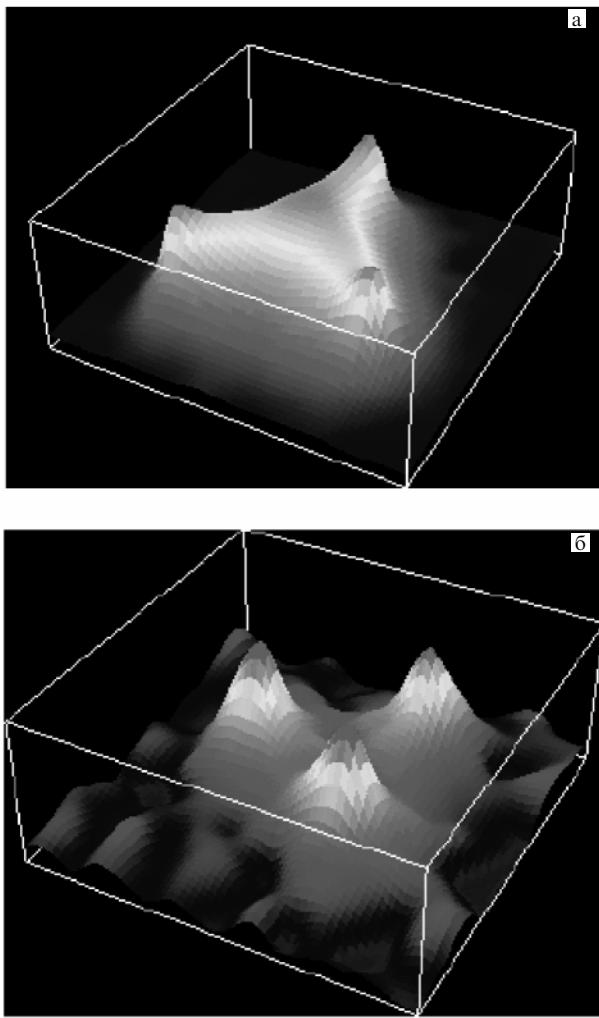


Рис. 19. Абелева плотность действия в трехкварковой системе в полной КХД при $T = 0$ (а) и при $T = 1,25 T_c$ (б).

потенциал как и в случае взаимодействия кварка и антикварка.

Абелева плотность действия в случае КХД приведена на рис. 19а. В абелевой плотности видны три пика, соответствующие положению статических кварков, и струна, указывающая на невылетание цвета. Важным наблюдением является тот факт, что в центре конфигурации имеется явный пик, что указывает на Y-форму барионной струны. В фотонной компоненте абелевой плотности действия видны только пики, соответствующие источникам, в то время как монопольная компонента полностью воспроизводит структуру барионной струны, включая пик в центре.

Подобная картина наблюдается и на рис. 20а, где показаны абелево электрическое поле и соответствующие монопольная и фотонная компоненты. Фотонная часть качественно согласуется с кулоновским полем, а в монопольной нет следов источников. Из рисунка 20б можно видеть, что в плоскости, перпендикулярной к потоку, имеется соленоидальный магнитный ток. Таким образом, в трехкварковой системе наблюдается тот же сценарий невылетания цвета, что и для кварк-антикварковой пары [3]. А именно, кулоновское поле источников индуцирует в вакууме КХД соленоидальный магнитный

ток. Этот ток, в свою очередь, индуцирует электрическое поле, имеющее форму струны с Y-геометрией и сокращающее кулоновское поле источников в области пространства вне струны. Полученные результаты согласуются с предсказаниями свойств вакуума КХД, следующими из дуальной модели Ландау–Гинзбурга [60, 61, 64].

До сих пор обсуждались результаты, полученные в полной КХД. Наши результаты для абелевой плотности действия в SU(3)-глюодинамике качественно совпадают с результатами в полной КХД. Поэтому естественно предположить, что механизм образования струны, имеющей Y-форму, один и тот же в КХД и в SU(3)-глюодинамике.

5.3. Структура бариона при ненулевой температуре

В данном разделе обсуждаются результаты, полученные нами для магнитных токов и электрических полей внутри бариона в полной КХД при ненулевой температуре. Вычисления были проведены на несимметричной решетке $16^3 \times 8$. Известно, что при температуре выше критической в кварк-антикварковой системе струна и соленоидальный магнитный ток исчезают, а абелево электрическое поле становится кулоновским⁴. Этот эффект наблюдался как в глюодинамике [65], так и в полной КХД [3, 66]. Мы измерили абелев барионный потенциал и обнаружили, что, как и ожидалось, он растет линейно⁵ при $T < T_c$ и быстро выполняется при $T \geq T_c$.

На рисунке 20в показаны монопольная компонента электрического поля и магнитный ток в плоскости ортогональной потоку. Видно, что для $T < T_c$ поведение и электрического поля, и магнитного тока очень похожи на поведение соответствующих величин при нулевой температуре (рис. 20а, б). Стоит отметить, что оператор P_{3q}^{Ab} , используемый при конечной температуре, в отличие от оператора W_{3q}^{Ab} не имеет соединения Y-формы. Это подчеркивает тот факт, что Y-форма структуры бариона не связана с формой оператора, использованного для создания трехкваркового состояния.

При температуре $T > T_c$ обнаружено исчезновение соленоидального магнитного тока и монопольной компоненты электрического поля. Как видно из рис. 19б абелева плотность действия имеет только три пика при отсутствии струны, соединяющей кварки. Эта картина согласуется с вылетанием цвета в высокотемпературной фазе.

6. Заключение

В обзоре рассмотрены следующие результаты:

- подтверждена абелева доминантность для решеточной КХД. В МА-проекции абелевы поля воспроизводят около 90 % полного натяжения струны, что указывает на ведущую роль абелевых степеней свободы в проблеме невылетания;
- при исследовании свойств струны, ответственной за невылетание в статической системе кварк-антикварк,

⁴ В настоящее время численные данные не позволяют определенно различить поля Кулона и Юкавы в системе трех кварков.

⁵ Потенциал должен начать выполняться и выйти на константу за счет рождения кварков из вакуума на расстояниях, превышающих те, что показаны на рисунке.

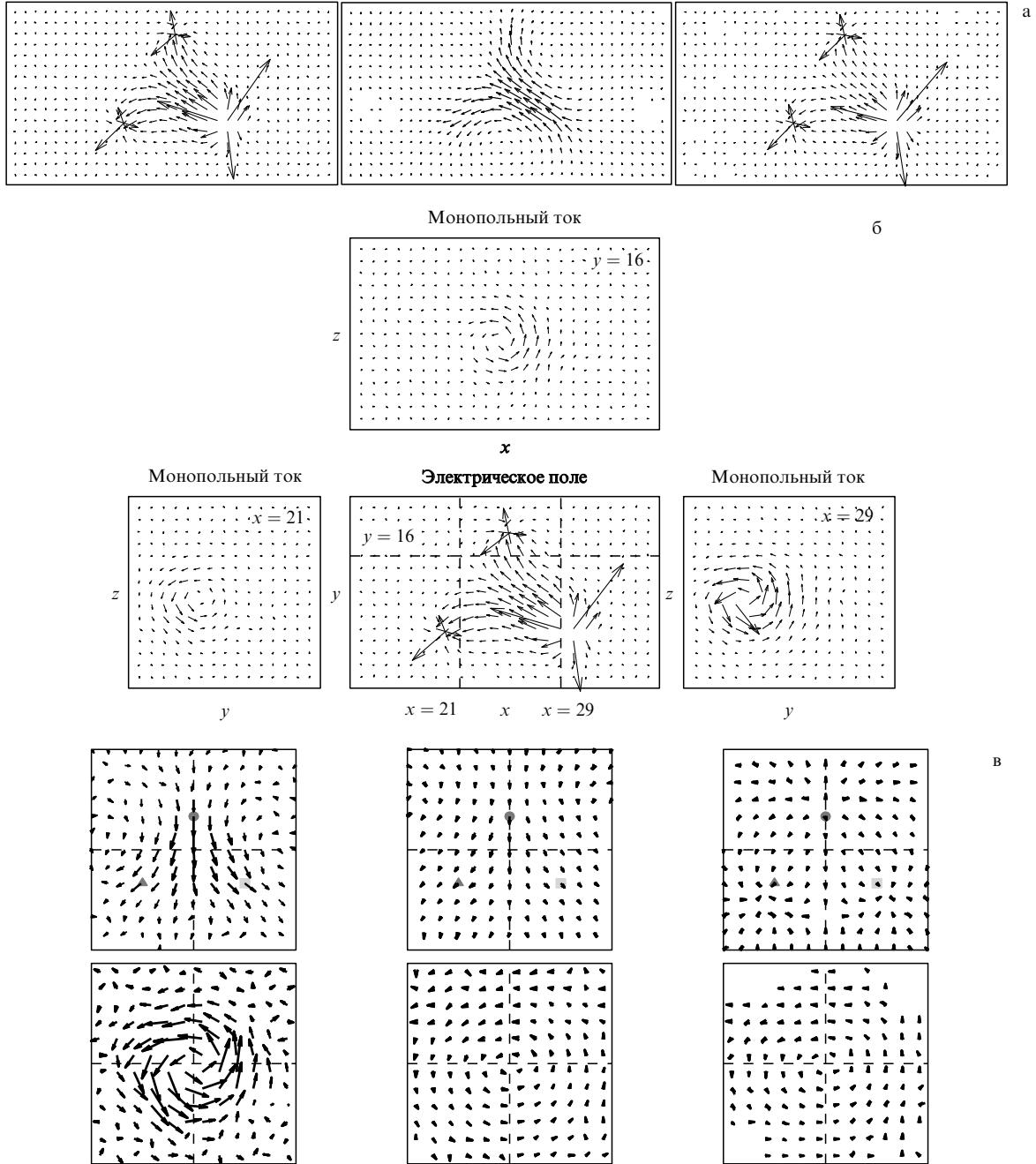


Рис. 20. (а) Слева направо: абелева, монопольная и фотонная компоненты электрического поля; (б) абелево электрическое поле и соленоидальный магнитный ток; (в) цветное электрическое поле (верхний ряд) и соленоидальный магнитный ток (нижний ряд) при (слева направо) $T = 0,87 T_c$, $T = T_c$, $T = 1,25 T_c$. Результаты получены в полной КХД.

установлено выполнение дуального закона Ампера для абелева электрического поля и абелевых монопольных токов. Для ширины струны получено значение порядка 0,3 фм и обнаружено, что ширина не зависит от длины струны;

- на решетке с рекордно малым шагом вычислена температура фазового перехода. В киральном пределе она составляет $T_c \approx 170$ МэВ в теории с двумя легкими кварками и $T_c \approx 150$ МэВ в КХД с u -, d - и s -кварками;

- при конечной температуре ($T < T_c$) обнаружен эффект разрыва струны за счет рождения кварк-антикварковой пары из вакуума. Найдены параметры потенциала между тяжелым кварком и антикварком в режиме

разрыва струны. Вклады монополей в натяжение струны, эффективную кварковую массу и расстояние, на котором рвется струна, хорошо согласуются с соответствующими величинами, полученными с помощью неабелевых корреляторов;

- при исследовании полей внутри бариона, состоящего из трех статических кварков, обнаружено, что в режиме невылетания наблюдается Y-подобная конфигурация полей, соответствующая трехчастичному потенциалу, который нельзя описать как сумму парных сил.

Авторы глубоко благодарны за многочисленные плодотворные обсуждения А.И. Веселову, Х. Ичи, И. Кома, И. Мори, И. Накамура, Д. Пляйтнеру, Д.А. Си-

гаеву, А.А. Славнову, П.В. Уварову, Т. Штрайеру, Г. Штюбену, совместно с которыми получено большинство представленных результатов. Обсуждения с Г. Бали, Т. Ковачем, М. Мюллер-Пройскером, Х. Суганумой и А. Хартом чрезвычайно помогли авторам в проведении исследований.

Мы искренне благодарны сотрудникам Межведомственного суперкомпьютерного центра (Москва) и, в особенности, А.В. Забродину за помощь в вычислениях на российском суперкомпьютере МВС-1000М.

Работа выполнена при частичной поддержке: Т.С. — JSPS грантами 13135210 и (В) 15340073, М.И.П. и В.Г.Б. — грантами РФФИ 02-02-17308, РФФИ 01-02-17456, ННИО-РФФИ 436 RUS 113/739/0, РФФИ-ННИО 03-02-04016, INTAS-00-00111 и премией CRDF RPI-2364-MO-02, М.Н.Ч. — стипендиией JSPS P01023.

Список литературы

1. Bornyakov V et al. *Nucl. Phys. B: Proc. Suppl.* **106–107** 634 (2002); hep-lat/0310011
2. Bornyakov V et al. *Nucl. Phys. B: Proc. Suppl.* **119** 703 (2003); Mori Y et al. *Nucl. Phys. A* **721** 930 (2003)
3. Bornyakov V et al. *Nucl. Phys. B: Proc. Suppl.* **119** 712 (2003)
4. Ichie H et al. *Nucl. Phys. B: Proc. Suppl.* **119** 751 (2003); *Nucl. Phys. A* **721** 899 (2003)
5. Wilson K G *Phys. Rev. D* **10** 2445 (1974)
6. Jansen K, Sommer R *Nucl. Phys. B* **530** 185 (1998)
7. Peardon M *Nucl. Phys. B: Proc. Suppl.* **106–107** 3 (2002)
8. Ukawa A (CP-PACS and JLQCD Collab.) *Nucl. Phys. B: Proc. Suppl.* **106–107** 195 (2002)
9. Garden J et al. (UKQCD Collab.) *Nucl. Phys. B: Proc. Suppl.* **83–84** 165 (2000)
10. Aoki S et al. (CP-PACS Collab.) *Phys. Rev. Lett.* **84** 238 (2000)
11. Kanaya K et al. (CP-PACS Collab.) *Fortschr. Phys.* **50** 531 (2002)
12. Booth S et al. (QCDSF-UKQCD Collab.) *Phys. Lett. B* **519** 229 (2001)
13. Sommer R *Nucl. Phys. B* **411** 839 (1994)
14. 't Hooft G *Nucl. Phys. B* **190** 455 (1981)
15. Kronfeld A S et al. *Phys. Lett. B* **198** 516 (1987); Kronfeld A S, Schierholz G, Wiese U-J *Nucl. Phys. B* **293** 461 (1987); Brandstaeter F, Schierholz G, Wiese U-J *Phys. Lett. B* **272** 319 (1991)
16. Mandelstam S *Phys. Rep.* **23** 245 (1976); 't Hooft G, in *High Energy Physics: Proc. of the EPS Intern. Conf., Palermo, Italy, 23–28 June 1975* (Intern. Physics Series, 6, Eds A Zichichi) (Bologna: Compositori, 1976)
17. Chernodub M N, Polikarpov M I, in *Confinement, Duality, and Nonperturbative Aspects of QCD* (NATO ASI Series, Ser. B, Vol. 368, Ed. van Baal P) (New York: Plenum Press, 1998) p. 387; hep-th/9710205 (1997); Haymaker R W *Phys. Rep.* **315** 153 (1999)
18. Bali G S et al. *Nucl. Phys. B: Proc. Suppl.* **42** 852 (1995)
19. Bali G S et al. *Phys. Rev. D* **54** 2863 (1996)
20. Polikarpov M I, Yee K *Phys. Lett. B* **316** 333 (1993)
21. DeGrand T A, Toussaint D *Phys. Rev. D* **22** 2478 (1980)
22. Kitahara S, Matsubara Y, Suzuki T *Prog. Theor. Phys.* **93** 1 (1995)
23. Hart A, Teper M *Phys. Rev. D* **58** 014504 (1998); **60** 114506 (1999)
24. Bornyakov V, Müller-Preussker M *Nucl. Phys. B: Proc. Suppl.* **106–107** 646 (2002)
25. Chernodub M N, Gubarev F V *Письма в ЖЭТФ* **62** 91 (1995)
26. Hart A, Teper M *Phys. Lett. B* **371** 261 (1996)
27. Bornyakov V, Schierholz G *Phys. Lett. B* **384** 190 (1996)
28. Suzuki T, Yotsuyanagi I *Phys. Rev. D* **42** 4257 (1990)
29. Gribov V N *Nucl. Phys. B* **139** 1 (1978); Семенов-Тяншинский М А, Франке В А, в сб. *Записки научных семинаров Ленинградского отделения Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР* Т. 120 (Л.: Наука, 1982) с. 159; Zwanziger D *Nucl. Phys. B* **378** 525 (1992); **399** 477 (1993)
30. Smit J, van der Sijs A J *Nucl. Phys. B* **355** 603 (1991)
31. Suzuki T et al. *Phys. Lett. B* **347** 375; Erratum **351** 603 (1995)
32. Haymaker R W et al. *Phys. Rev. D* **53** 389 (1996)
33. Bali G S, Schlichter Ch, Schilling K *Phys. Rev. D* **51** 5165 (1995); *Prog. Theor. Phys. Suppl.* (122) 67 (1996)
34. Koma Y et al. "A fresh look on the flux tube in Abelian-projected SU(2) gluodynamics", Preprint ITEP-LAT/2002-14; KANAZAWA-02-22; RCNP-Th02015; hep-lat/0210014
35. Gubarev F V et al. *Phys. Lett. B* **468** 134 (1999)
36. Glässner U et al. (SESAM Collab.) *Nucl. Phys. B: Proc. Suppl.* **53** 283 (1997); Allton C R et al. (UKQCD Collab.) *Phys. Rev. D* **60** 034507 (1999); Bolder B et al. (SESAM-T_χL Collab.) *Phys. Rev. D* **63** 074504 (2001)
37. Güsken S *Nucl. Phys. B: Proc. Suppl.* **63** 16 (1998)
38. Aoki S et al. (CP-PACS Collab.) *Nucl. Phys.: Proc. Suppl.* **73** 216 (1999)
39. Schilling K *Nucl. Phys. B: Proc. Suppl.* **83–84** 140 (2000)
40. Suzuki T, Chernodub M N *Phys. Lett. B* **563** 183 (2003); hep-lat/0207018; Preprint ITEP-LAT/2002-06
41. Lüscher M, Münster G, Weisz P *Nucl. Phys. B* **180** 1 (1981)
42. Bali G S, in *3rd Intern. Conf. on Quark Confinement and the Hadron Spectrum, Newport News, VA, 7–12 June 1998*, p. 17; hep-ph/9809351
43. Karsch F, Laermann E, Peikert A *Nucl. Phys. B* **605** 579 (2001)
44. Booth S et al. (QCDSF-UKQCD Collab.) *Phys. Lett. B* **519** 229 (2001)
45. Karsch F *AIP Conf. Proc.* **602** 323 (2001)
46. Edwards R G, Heller U M *Phys. Lett. B* **462** 132 (1999)
47. McLerran L D, Svetitsky B *Phys. Rev. D* **24** 450 (1981)
48. DeTar C et al. *Phys. Rev. D* **59** 031501 (1999)
49. Lüscher M, Weisz P *JHEP* **0207** 049 (2002)
50. Gao M *Phys. Rev. D* **40** 2708 (1989)
51. Bali G S et al. (SESAM and T_χL Collab.) *Phys. Rev. D* **62** 054503 (2000)
52. Kaczmarek O et al. *Phys. Rev. D* **62** 034021 (2000)
53. Digal S, Petreczky P, Satz H *Phys. Lett. B* **514** 57 (2001)
54. Sommer R, Wosiek J *Phys. Lett. B* **149** 497 (1984)
55. Thacker H B, Eichten E, Sexton J C *Nucl. Phys. B: Proc. Suppl.* **4** 234 (1988)
56. Bali G S *Phys. Rep.* **343** 1 (2001)
57. Alexandrou C, de Forcrand Ph, Tsapalis A *Phys. Rev. D* **65** 054503 (2002)
58. Alexandrou A, de Forcrand Ph, Jahn O, hep-lat/0209062; *Nucl. Phys. B: Proc. Suppl.* (2003) (to appear)
59. Takahashi T T et al. *Phys. Rev. D* **65** 114509 (2002); *Phys. Rev. Lett.* **86** 18 (2001)
60. Koma Y et al. *Phys. Rev. D* **64** 014015 (2001);
61. Комаров Д А, Чернодуб М Н *Письма в ЖЭТФ* **68** 109 (1998)
62. Kuzmenko D S, Simonov Yu A *Phys. Lett. B* **494** 81 (2000); hep-ph/0302071
63. Bornyakov V, Müller-Preussker M *Nucl. Phys. B: Proc. Suppl.* **106–107** 646 (2002)
64. Kamizawa S et al. *Nucl. Phys. B* **389** 563 (1993)
65. Peng Y, Haymaker R W *Phys. Rev. D* **52** 3030 (1995)
66. Feilmair W, Markum H *Nucl. Phys. B* **370** 299 (1992)

Color confinement and hadron structure in lattice chromodynamics

V.G. Bornyakov

Russian State Research Center

"Institute of Theoretical and Experimental Physics",
B. Cheremushkinskaya 25, 117259 Moscow, Russian Federation
Tel. (7-095) 129-95 73. Fax (7-095) 127-08 33

Russian State Research Center

"Institute for High Energy Physics",
142284 Protvino, Moscow Region, Russian Federation
Tel. (0967) 713-559. Fax (0967) 742-874
E-mail: bornvit@sirius.ihcp.su

M.I. Polikarpov, M.N. Chernodub

Russian State Research Center

"Institute of Theoretical and Experimental Physics",
B. Cheremushkinskaya 25, 117259 Moscow, Russian Federation
Tel. (7-095) 129-95 73. Fax (7-095) 127-08 33
E-mail: polykarp@heron.itep.ru

T. Suzuki

Institute for Theoretical Physics, Kanazawa University, Kanazawa 920-1192, Japan
Tel. (81) 76-264-5680. Fax (81)76-264-5741
E-mail: suzuki@hep.s.kanazawa-u.ac.jp

G. Schierholz

Deutsches Elektronen-Synchrotron DESY D-22603 Hamburg, Germany,
John von Neumann-Institut für Computing NIC, Deutsches Elektronen-Synchrotron DESY,
D-15738 Zeuthen, Germany
Tel. (8-1049) 33 762-77-238. Fax (8-1049) 33 762-74-413
E-mail: Gerrit.Schierholz@desy.de

Results of a recent supercomputer analysis of lattice QCD with dynamic fermions are presented. Gluon fields inside mesons and baryons with static (infinitely heavy) quarks are described. The breakup, due to the creation of a quark-antiquark pair from the vacuum, of the string that couples quarks into hadrons is discussed. The finite temperature QCD phase transition is considered. The results obtained show that the QCD vacuum behaves as a dual superconductor and that quark confinement is due to the formation of a dual analog of the Abrikosov string.

PACS numbers: 12.38.Aw, 12.38.Gc, 25.75.Nq

Bibliography — 66 references

Received 24 March 2003, revised 30 August 2003