

Эффект Саньяка во вращающейся системе отсчета. Релятивистский парадокс Зенона

Г.Б. Малыкин

После публикации нашего обзора [1], посвященного критическому рассмотрению различных способов объяснения эффекта Саньяка [2–4] (см. также [5, 6]) и показавшего ошибочность нерелятивистских объяснений данного эффекта, в редакцию журнала УФН стали поступать статьи, в которых отрицается существование эффекта Саньяка в специальной теории относительности (СТО). В этих работах утверждается, что в сопровождающей вращение кольцевого интерферометра системе отсчета разность фаз встречных волн, вычисленная в рамках СТО, равна нулю. К сожалению, подобного рода работы публиковались ранее и продолжают публиковаться в различных изданиях [7–13].

Отрицая существование эффекта Саньяка в СТО, авторы упомянутых статей делают весьма различные и совершенно неверные выводы. Так, авторы [9, 11] приходят к заключению, что причиной существования эффекта Саньяка являются силы Кориолиса, возникающие во вращающейся системе отсчета. Авторы [7, 8, 10] полагают, что величина эффекта должна зависеть не от площади интерферометра, а от формы его периметра, а для волоконного кольцевого интерферометра (ВКИ) — от характера намотки волоконного световода. В [12, 13] подвергается сомнению справедливость СТО в целом и, в частности, утверждается, что эффект Саньяка следует рассматривать в рамках теории "светоносного эфира".

Рассмотрим причину, побудившую авторов [7–13] отрицать возможность адекватного объяснения эффекта Саньяка в рамках СТО. В лабораторной (инерциальной) системе отсчета K величину эффекта Саньяка в рамках СТО можно вычислить исходя из инвариантности интервала $x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2$ [14] (где x, y, z — координаты волнового фронта, t — время, c — скорость света в вакууме) или, что проще и физически нагляднее, исходя из релятивистского закона сложения скоростей — фазовой скорости волны v_ϕ в локально сопровождающей инерциальной системе отсчета K' и линейной скорости $R\Omega$ этой системы (имеем в виду кольцевой интерферометр радиуса R , который вращается с угловой скоростью Ω):

$$v_\phi^\pm = \frac{v_\phi \pm R\Omega}{1 \pm v_\phi R\Omega/c^2}. \quad (1)$$

(Отметим, что поскольку регистрация эффекта Саньяка реально осуществляется по результату интерференции

встречных волн, то здесь и далее речь пойдет о времени распространения фазовых фронтов — точек фиксированной фазы каждой из волн.) Отсюда, учитывая, что пути встречных волн в системе различны и составляют $l^\pm = 2\pi R \pm R\Omega t^\pm$, можно получить выражения для времен прохождения кольца встречными волнами $t^\pm$ и найти разность этих времен, которая в главном порядке величины составит [1, 15]

$$\Delta t = t^+ - t^- = \frac{4\pi R^2 \Omega}{c^2}. \quad (2)$$

Затем с помощью преобразований Лоренца можно найти величину $\Delta t'$ в инерциальной системе отсчета K' , мгновенно сопровождающей вращение кольцевого интерферометра, которая с точностью до малых релятивистских поправок порядка $R^2 \Omega^2 / c^2$ совпадает с Δt . Однако, если проводить в рамках СТО вычисление величины разности времен распространения встречных волн $\Delta t'$ непосредственно в системе отсчета K' , то, на первый взгляд, может возникнуть некоторое недоразумение. Действительно, фазовые скорости встречных волн в системе K' равны по абсолютной величине и составляют v_ϕ , пути фазовых фронтов, казалось бы, также равны, поскольку в системе K' делительное зеркало неподвижно, и, казалось бы, разность времен распространения встречных волн $\Delta t'$ также должна равняться нулю, что и означает отсутствие эффекта Саньяка в системе K' .

Ситуация в некотором смысле напоминает парадокс Зенона о стреле (апория Зенона "Стрела" [16]). Стрела в каждый момент времени покоится, но тем не менее движется. В данном случае скорости и пути встречных волн в кольцевом интерферометре в системе K' равны, тем не менее, как показывают измерения, имеет место разность их времен распространения. Вследствие этого, с нашей точки зрения, рассматриваемое противоречие по аналогии с так называемым квантовым парадоксом Зенона можно назвать *релятивистским парадоксом Зенона*.

Разумеется, в действительности наблюдатель, находящийся во вращающейся системе отсчета, которая является неинерциальной, обнаружит, что скорости встречных волн, определенные как отношение длины путей фазовых фронтов к затраченным на прохождение этих путей временам, различны [14, 17, 18]. Ошибка авторов [7–13] заключается в том, что система K' — это инерциальная система отсчета, которая мгновенно сопровождает неинерциальную вращающуюся систему отсчета K'_{nonin} . В каждый отдельно взятый момент времени K' имеет одинаковое значение абсолютной величины скорости ($R\Omega$) относительно системы K , но направление этой скорости меняется во времени. Фактически необходимо рассматривать множество инерциальных систем $K'_1, K'_2, K'_3, \dots$, которые сопровождают вращение кольцевого интерферометра в различ-

Г.Б. Малыкин. Институт прикладной физики РАН,
603950 Нижний Новгород, ул. Ульянова 46, Российская Федерация
Тел. (8312) 38-43-70, 38-45-67
E-mail: malykin@mail.nnov.ru

Статья поступила 19 марта 2002 г.

ные моменты времени. Если устремить разность временных интервалов между соседними системами K'_i, K'_{i+1} к нулю и осуществить непрерывный переход от одной системы к другой, то можно корректно рассчитать разность времен распространения встречных волн в кольцевом интерферометре. Однако это довольно сложный путь, гораздо проще проводить соответствующие вычисления во вращающейся (неинерциальной) системе отсчета K'_{nonin} с помощью метрического тензора при отсутствии внешнего гравитационного поля [14, 17]. Как показано в [17], физическая причина существования эффекта Саньяка во вращающейся системе отсчета K'_{nonin} заключается в различии скоростей встречных волн (причем в данном случае не важно, о каких скоростях идет речь: о фазовых скоростях волновых фронтов непрерывного излучения или о групповых скоростях коротких световых импульсов), которые в первом приближении составляют $v^{\pm} = v \pm R\Omega v^2/c^2$.

Существует еще более простой и физически несколько формальный вывод выражения для величины эффекта Саньяка в системе K'_{nonin} , основанный на принципе эквивалентности и эффекте замедления времени в гравитационном поле [1]. Для этого рассматривается некоторая вращающаяся система отсчета K'_{in} , совпадающая с вращающейся системой отсчета K'_{nonin} , и эквивалентная ей, но дополненная нерелятивистским (ньютоновским) скалярным потенциалом гравитационного поля, описывающим ускорение Кориолиса. Действительно, во вращающейся системе отсчета помимо центростремительного ускорения для движущихся тел (в частности, для часов), сопровождающих точки фиксированной фазы встречных волн, имеет место ускорение Кориолиса, абсолютная величина которого составляет $2\Omega v_{\phi}$, а направление зависит от того, происходит движение в направлении вращения (в этом случае его направление совпадает с направлением центростремительного ускорения) или в направлении, противоположном вращению (в этом случае его направление противоположно направлению центростремительного ускорения). Если в выражении для скалярного потенциала U выбрать пределы интегрирования так, чтобы в центре вращения, где центростремительное ускорение отсутствует, выполнялось условие $U = 0$ [1, 18], то потенциалы для встречных волн будут равны в точке, соответствующей центру вращения. Преобразования в системе K'_{in} формально производятся так, как если бы она была инерциальной. Время распространения волновых фронтов встречных волн в системе K'_{in} составит [1]

$$(t^{\pm})^{K'_{\text{in}}} = t \sqrt{1 + \frac{(U'_{\text{in}})^{\pm}}{c^2}} = t \sqrt{1 - \frac{\Omega^2 R^2}{2c^2} \mp \frac{2\Omega v_{\phi} R}{c^2}}, \quad (3)$$

где $t = 4\pi R/(v_{\phi}^{+} + v_{\phi}^{-})$, величины $v_{\phi}^{\pm}$ определяются выражением (1). Далее последнее подкоренное выражение в (3) разлагают по малому параметру $\Omega v_{\phi} R/c^2 \ll 1$ и пренебрегают влиянием гравитационного потенциала, соответствующего центростремительному ускорению. В результате получается приближенное выражение для разности времен прохождения точками фиксированной фазы встречных волн, которое с точностью до малых релятивистских поправок совпадает с выражением (1), полученным в инерциальной системе K (см. также [1]).

Итак, в мгновенно сопровождающей системе отсчета K' абсолютные величины скоростей встречных волн равны, но во вращающейся системе отсчета K'_{in} (а также в системе K'_{nonin}) они различаются. Таким образом, аналогия с парадоксом Зенона является достаточно глубокой: в каждый момент времени фазовые скорости встречных волн равны, но на сколь угодно малом, но конечном отрезке времени они различны. Как известно, парадокс Зенона, который

поражал воображение людей, живших 25 веков назад, после появления дифференциального исчисления получил в высшей степени тривиальное объяснение: скорость тела (в данном случае — стрелы) определяется не его мгновенным положением в пространстве, а производной от его пространственной координаты по времени. Объяснение релятивистского парадокса Зенона в известной мере аналогично объяснению его античного аналога: элементы метрического тензора в мгновенно сопровождающей вращение кольцевого интерферометра инерциальной системе отсчета K' совпадают с соответствующими элементами метрического тензора во вращающейся системе отсчета K'_{nonin} , однако их производные по четырем пространственно-временным координатам x, y, z и t (символы Кристоффеля) в двух рассматриваемых системах не совпадают [17]. Таким образом, системы отсчета K' и K'_{nonin} не являются полностью эквивалентными, а системы K'_{nonin} и K'_{in} эквивалентны лишь формально.

Что касается объяснения эффекта Саньяка с помощью рассмотрения непосредственного воздействия сил Кориолиса на встречные волны [9, 11], то его несостоятельность еще 80 лет назад была показана А. Ланном [19], а несостоятельность объяснения данного эффекта в рамках теории "светоносного эфира" [12, 13] показана 75 лет назад С.И. Вавиловым [5] (см. также [1]). Относительно влияния характера намотки световода на величину эффекта Саньяка в ВКИ [7, 8, 10] следует отметить, что в последнее время появился ряд статей (см., например, [20, 21]), содержащих данное утверждение, ошибочность которого показана в нашей работе [22]. Правомочность рассмотрения эффекта Саньяка в рамках СТО была недавно отмечена в препринте [23]. Автор выражает благодарность Вл.В. Кочаровскому за ряд полезных замечаний.

Список литературы

1. Малыкин Г Б *УФН* **170** 1325 (2000)
2. Sagnac M G C.R. Acad. Sci. **157** 708 (1913)
3. Sagnac M G C.R. Acad. Sci. **157** 1410 (1913)
4. Sagnac M G J. Phys. Ser. 5 (Paris) **4** 177 (1914)
5. Вавилов С И "Экспериментальные основания теории относительности", в кн. *Собрание сочинений* Т. 4 (М.: Изд-во АН СССР, 1956) с. 9
6. Малыкин Г Б *УФН* **167** 337 (1997)
7. Staroverova M E, in *Proc. Intern. Conf. "Geometrization of Physics III"*, Kazan, 1–5 October 1997 (Kazan, 1997) p. 153
8. Bashkov V I, Sintsova Yu V *Grav. Cosmology* **5** 319 (1999)
9. Bashkov V I, Malakhaltsev M A, gr-qc/0011061
10. Bashkov V I, Sintsova Yu V *Rep. Math. Phys.* **48** 353 (2001)
11. Bashkov V, Malakhaltsev M, in *Intern. Conf. "Geometrization of Physics V"* Kazan, 24–28 September 2001. Abstracts (Kazan, 2001) p. 2
12. Купряев Н В *Изв. вузов. Физ.* **42** (7) 8 (1999)
13. Купряев Н В *Изв. вузов. Физ.* **44** (8) 63 (2001)
14. Логунов А А, Чугреев Ю В *УФН* **156** 137 (1988)
15. Вугальтер Г А, Малыкин Г Б *Изв. вузов. Радиофиз.* **42** 373 (1999)
16. "Апория", в кн. *Философский энциклопедический словарь* 2-е изд. (М.: Сов. энциклопедия, 1989) с. 34; Лебедев А В "Зенон Элейский", см. там же с. 197
17. Ландау Л Д, Лифшиц Е М *Теория поля* (М.: Наука, 1967)
18. Тоннела М А *Основы электромагнетизма и теории относительности* (М.: ИИЛ, 1962) с. 295 [Tonnelat M A *Les Principes de la Théorie Électromagnétique et de la Relativité* (Paris: Masson, 1959)]
19. Lunn A C J. Opt. Soc. Am. **6** 112 (1922)
20. Frins E M, Dultz W *Opt. Commun.* **136** 354 (1997)
21. Senthilkumaran P, Thursby G, Culshaw B *Opt. Lett.* **25** 533 (2000)
22. Андропова И А, Малыкин Г Б *УФН* **172** 881 (2002)
23. Гинзбург В Л, Препринт ФИАН № 48 (М.: ФИАН, 2001)