

539.12.01

**СУПЕРСИММЕТРИЧНЫЕ МОДЕЛИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ
— ФИЗИКА ДЛЯ УСКОРИТЕЛЕЙ НОВОГО ПОКОЛЕНИЯ?**

М. И. Высоцкий

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	591
а) Программа Калуцы — Клейна	592
б) Проблема иерархий	592
в) Нарушение SUSY	594
г) Новые частицы	594
д) Распад протона и ЭДМ нейтрона	598
2. ($N = 1$)-суперсимметрия	599
а) Уникальность SUSY: алгебра	599
б) Представления супералгебр	600
в) Выделенность ($N = 1$)-теории	602
г) Компенсация квадратичных расходимостей в SUSY QED	602
3. Модели, основанные на мягком и спонтанном нарушении SUSY	603
а) Необходимость хиггсовских мультиплетов	603
б) Операторы, мягко нарушающие SUSY	605
в) Аргументы против моделей с явным нарушением	606
г) Спонтанное нарушение SUSY	606
д) Попытки построения моделей со спонтанным нарушением SUSY на масштабе 100 ГэВ	609
е) Модели с геометрической иерархией	610
4. Нарушение SUSY с учетом супергравитации	611
а) ($N = 1$)-материя + супергравитация	611
б) Суперхиггс-эффект	612
в) Низкоэнергетический лагранжиан	615
г) Массы кваркино, лептино и калибрино	616
д) Нарушение $SU(2) \times U(1)$ -симметрии	619
е) Нарушение $SU(2) \times U(1)$ -симметрии за счет радиационных поправок	619
ж) Перенормировка масс калибрино и легких кваркино	622
з) Недиagonalные нейтральные токи	622
и) ЭДМ нейтрона	623
к) На пути к «естественной» теории	624
5. SUSY GUT's и распад протона	624
а) Проблема иерархий	624
б) Вычисление M_{GUT} и $\sin^2 \theta_W$	626
в) Распад протона	627
6. Заключение	630
Приложение. Как писать суперсимметричные лагранжианы	631
Список литературы	635

1. ВВЕДЕНИЕ

Различные симметрии всегда играли большую роль в развитии физики элементарных частиц. По всей видимости, все началось с доброй старой изотопической симметрии, обобщенной Гелл-Манном и Неemanом до $SU(3)$ -симметрии, — так называемый «восьмеричный путь». Затем появилась киральная $SU(2)_L \times SU(2)_R$ -симметрия, легшая в основу алгебры токов. В то же время развивались локальные симметрии — из квантовоэлектродинамической $U(1)$ выросли неабелевы янг-миллсовские теории — $SU(2)_L \times U(1)$ -теория сла-

бого взаимодействия и цветовая $SU(3)$ -теория сильного взаимодействия. Над перечисленными выше внутренними симметриями стоит пуанкаре-симметрия пространства-времени: все разумные модели взаимодействия частиц пуанкаре-инвариантны.

а) Программа Калуцы — Клейна

Давно существует стремление стереть грань между внутренними и пространственными симметриями. Первый шаг в этом направлении был сделан Калуцой и Клейном¹, которые заметили, что локальная пуанкаре-инвариантность расширенного (5-мерного) пространства-времени может реализоваться в виде общей ковариантности 4-мерного многообразия + электродинамика (локальной $U(1)$ -инвариантности) в этом же 4-мерном пространстве. В подходе Калуцы — Клейна «лишние» измерения рассматриваются как компактные, обладающие малым радиусом порядка обратной массы Планка. Симметрии этих компактных многообразий проявляются на расстояниях, много больших их радиуса, как внутренние калибровочные симметрии (в случае 5 измерений одно «лишнее» замыкается в кольцо и приводит к $U(1)$ -электродинамике; в шестимерном пространстве можно реализовать $U(1) \times U(1)$ -симметрию, а можно — $SU(2)$, замыкая две лишние координаты в сферу, и т. д.). Динамика на планковских расстояниях сложна, в частности начинают возбуждаться состояния, отвечающие движению во внутреннем пространстве и имеющие массу порядка массы Планка (спектр этих состояний бесконечен).

Особенно привлекательной идея геометризации внутренних симметрий выглядит в настоящее время, так как в подходе Калуцы — Клейна естественным образом возникают дополнительные локальные симметрии, а мы знаем, что в основе низкоэнергетической (< 100 ГэВ) динамики лежит калибровочная $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ -инвариантность. На первый взгляд последовательная геометризация á la Калуца — Клейн невозможна по следующей простой причине: из метрики могут быть получены только бозонные поля, в то время как вся окружающая нас материя состоит из фермионов. В частности, на этот недостаток всего подхода указывал В. Паули в примечаниях к английскому изданию своей книги². Но именно здесь на помощь приходит суперсимметрия³ (SUSY), согласно которой каждому бозону в природе (а точнее говоря, в фундаментальном лагранжиане всех полей и взаимодействий) должен отвечать фермион. Суперсимметрия расширяет группу Пуанкаре и является в этом смысле пространственной. Наиболее ясно ее структура проявляется в суперпространстве, которое наряду с бозонными координатами x_μ содержит фермионные антикоммутирующие (грассманы) координаты θ_α . Итак, появляется принципиальная возможность построить все фундаментальные частицы из метрики расширенного суперпространства. На этом пути имеются большие трудности (в частности, с получением киральных фермионов⁴); тем не менее программа в целом выглядит весьма соблазнительной и, что важно для нас, SUSY является необходимой компонентой в современных попытках построения единых теорий поля по рецепту Калуцы — Клейна.

Во избежание недоразумений подчеркнем, что единая SUSY-теория (($N=8$)-супергравитация в 4-мерном пространстве?) может не иметь отношения к программе Калуцы — Клейна.

б) Проблема иерархий

В конце 1982-го — начале 1983 г. в экспериментах на коллайдере ЦЕРН были открыты W - и Z -бозоны. Эти частицы являются промежуточными векторными бозонами, ответственными за слабые взаимодействия, и их массы ($M_W = 80,9 \pm 1,5$ ГэВ, $M_Z = 95,6 \pm 1,4$ ГэВ) совпадают в пределах оши-

бок со значениями, предсказанными $SU(2)_L \times U(1)$ -теорией Глэшоу — Вайнберга — Салама. Наряду с векторными W - и Z -бозонами в $SU(2)_L \times U(1)$ -теории слабого взаимодействия предсказывается существование еще одного типа частиц — скалярных бозонов Хиггса (в минимальном варианте имеется один нейтральный хиггсовский бозон). Открытие этих частиц ожидается с еще большим нетерпением, чем ожидалось открытие векторных бозонов. Скалярные поля необходимы для нарушения $SU(2) \times U(1)$ -симметрии и придания ненулевой массы векторным бозонам перенормируемым образом. В то же время элементарные скалярные поля приводят к внутренним трудностям теории. При учете радиационных поправок все константы фундаментального $SU(3) \times SU(2)_L \times U(1)$ -симметричного лагранжиана перенормируются логарифмически. Это означает, что они мало чувствительны к деталям динамики при сверхвысоких энергиях порядка массы великого объединения $M_{\text{GUT}} \approx 10^{15}$ ГэВ или массы Планка $M_P \approx 10^{19}$ ГэВ. Действительно, в интервале масс 100 — 10^{19} ГэВ константы меняются лишь в несколько раз. Происходит так называемое «расщепление» низкоэнергетической и высокоэнергетической частей теории. Единственным исключением является масса скалярного поля. Она перенормируется квадратично, поэтому затравочная масса ~ 100 ГэВ получает добавку $\sim gM_P$ и «затягивается» на высокоэнергетический масштаб. В то же время вспомним, что именно отрицательный квадрат массы хиггсовского поля $M_H^2 \sim - (100 \text{ ГэВ})^2$ вызывает нарушение $SU(2)_L \times U(1)$ -симметрии и определяет порядок величины масс W - и Z -бозонов. Фундаментальное хиггсовское поле модели Вайнберга — Салама нарушает расщепление шкал и затягивает слабое взаимодействие на планковский масштаб масс (либо на масштаб масс великого объединения, что одинаково недопустимо). Это утверждение является содержанием так называемой «проблемы иерархий»⁵. В теории с фундаментальными скалярными частицами естественной является иерархия масс на уровне $g^2 \sim 10^{-2} < M_1^2/M_2^2 < g^{-2} \sim 10^2$, необходима же иерархия $M_P/M_W \sim 10^{34}$.

Массы спинорных частиц перенормируются логарифмически (простейший пример — перенормировка массы электрона в квантовой электродинамике). В SUSY-теории массы бозонов и фермионов вырождены, и квадратичная перенормировка массы бозонов отсутствует. Таков суперсимметричный сюжет решения проблемы иерархий⁶. Он интенсивно исследуется последние три года; этому развитию и посвящен настоящий обзор. Сокращение квадратичных расходимостей в SUSY-теории происходит при сложении вкладов от петель, в которых распространяются бозоны и фермионы. В силу SUSY соответствующие интегралы равны по модулю, и фермионные петли имеют дополнительный знак минус в силу ферми-статистики.

Как уже было сказано, в SUSY-моделях каждому фермиону отвечает бозон, и наоборот. В каждом супермультиплете имеется одинаковое количество бозонов и фермионов. К сожалению, на современном уровне развития не удастся включить в один супермультиплет известные бозоны (промежуточные векторные или хиггсовские) и фермионы (лептоны и кварки). Число фундаментальных частиц приходится удваивать, ставя в соответствие каждой известной частице ее суперпартнера.

В эксперименте никаких следов ферми-бозевого вырождения не видно. Это значит, что реалистические модели должны содержать в себе механизм нарушения SUSY. Суперсимметрия вводится для сокращения квадратичных расходимостей и нарушается для описания наблюдаемого спектра частиц, что не должно смущать, так как концепция нарушенных симметрий оказалась весьма плодотворной в физике частиц, последний пример чему — открытие W - и Z -бозонов. Смущать может другое: если вводившиеся ранее симметрии предсказывали существование одной-двух новых частиц, открытие которых являлось их триумфом, то в SUSY-моделях появляется сразу столько же новых частиц, сколько мы уже знаем старых. Тем не менее постараемся найти какие-то оправдания для изучения SUSY-моделей. Во-первых,

SUSY, как уже было сказано выше, расширяет группу преобразований пространства-времени и поэтому является гораздо более радикальной, чем внутренние симметрии. Во-вторых, SUSY обладает большой математической красотой (иногда ее сравнивают с красотой неабелевых калибровочных теорий, полностью изменивших за последние 10 лет физику элементарных частиц). В-третьих, локально реализованная SUSY (а так как имеется принцип, согласно которому все фундаментальные симметрии должны быть локальными, то естественно применить его и к суперсимметрии) является единственной внутренне непротиворечивой теорией взаимодействующих точечных частиц со спином $3/2$ (гравитино) и наиболее перспективным кандидатом на конечную теорию гравитации (другие теории гравитации приводят к неконтролируемым расходимостям в петлевых поправках). В-четвертых, ультрафиолетовое поведение глобальных SUSY-теорий значительно «мягче», чем обычных теорий поля. С одним примером этого явления мы уже встретились: отсутствие квадратичных расходимостей в перенормировке массы скалярных частиц. В качестве другого приведем зануление во всех петлях β -функции Гелл-Манна — Лоу в большом количестве SUSY-теорий⁷. В-пятых, вспомним программу объединения всех частиц и взаимодействий по механизму Калуцы — Клейна, с которой мы начали введение. Приведенных аргументов достаточно для самого пристального изучения SUSY-моделей элементарных частиц и их предсказаний.

в) Нарушение SUSY

Для описания реального мира нужна теория с нарушенной SUSY. От схемы нарушения требуется, чтобы основное достоинство суперсимметрии — компенсация квадратичных расходимостей между бозонными и фермионными петлями — осталось в силе. Эта компенсация должна работать при массах ~ 100 ГэВ, поэтому во всех SUSY-моделях, которые будут изложены, новые частицы имеют массы, характеризующиеся именно этой шкалой. При этом некоторые новые частицы иногда оказываются много легче, имея массы порядка нескольких ГэВ.

Известные модели используют три способа нарушения суперсимметрии: явное мягкое нарушение, спонтанное нарушение глобальной SUSY и спонтанное нарушение локальной SUSY (супергравитации). При первом способе в глобально суперсимметричный лагранжиан вводятся члены, явно нарушающие суперсимметрию, но не приводящие к квадратичным расходимостям. Второй способ: лагранжиан обладает глобальной суперсимметрией, однако основное состояние не суперсимметрично, и бозоны и фермионы из одних супермультиплетов имеют разные массы. Третий способ основан на локально суперсимметричном лагранжиане, включающем наряду с супермультиплетом компенсирующих полей (гравитон со спином 2 и гравитино со спином $3/2$) супермультиплеты материи. Основное состояние не суперсимметрично, а эффективный низкоэнергетический ($\ll M_P$) перенормируемый лагранжиан включает мягко нарушающие суперсимметрию члены. Мы подробно обсудим ниже модели, использующие эти способы, а сейчас отметим, что первый требует очень искусственного подбора параметров в лагранжиане, во втором появляются ненаблюдаемые в эксперименте легкие скалярные частицы, а третий способ дает возможность получения моделей, удовлетворяющих всем феноменологическим требованиям. В настоящее время именно модели, основанные на нарушении SUSY за счет супергравитации (SUGRA), пользуются наибольшей популярностью.

г) Новые частицы

Перечислим новые частицы, вводимые в SUSY-моделях, экспериментальные ограничения на их массы и некоторые возможные способы их поиска. Суперпартнеры известных частиц имеют те же квантовые числа по внутрен-

ним $SU(3) \times SU(2)_L \times U(1)$ -симметриям и отличаются от них только спином. Терминология еще не установилась; мы будем называть их так же, как и обычные частицы, с добавлением окончания «ино», а обозначать той же буквой с тильдой сверху. Иногда кваркино называют «скварк», лептино — «слептон», хиггсино — «шиггс».

Начнем с кварков. В один супермультиплет с левым кварком q_L входит комплексное скалярное кваркино \tilde{q}_L : (q_L, \tilde{q}_L) . Такой супермультиплет называется киральным. Поле q_L описывает две степени свободы: левый кварк и сопряженный ему правый антикварк: $(\overline{q_L}) = (\overline{q})_R$; также две степени свободы отвечают комплексному полю \tilde{q}_L (индекс L пишется у скалярного поля для удобства). \tilde{q}_L входит в слабый изодублет, имеет триплетный индекс по цветовой группе и тот же электрический заряд, что и спинорный кварк. Еще один киральный мультиплет составляют правый кварк q_R и «правое» кваркино \tilde{q}_R : (q_R, \tilde{q}_R) . Киральный мультиплет обозначается большой буквой, например $U_R \equiv (u_R, \tilde{u}_R)$, $Q_L \equiv [(u_L, \tilde{u}_L), (d_L, \tilde{d}_L)]$.

Аналогично выглядят киральные мультиплеты, в состав которых входят лептоны: $E_R \equiv (e_R, \tilde{e}_R)$, $L_L \equiv [(v_L, \tilde{v}_L), (e_L, \tilde{e}_L)]$. Общее название для скалярных лептонов — лептино.

Калибровочные векторные бозоны входят в состав векторных супермультиплетов, например $(\gamma, \tilde{\gamma})$. Фотино $\tilde{\gamma}$ — майорановский (вещественный) спинор, имеет 2 степени свободы $(\tilde{\gamma}_L$ и $\tilde{\gamma}_R)$, так же как и безмассовый фотон. Аналогичные векторные супермультиплеты образуют октет глюонов g^a и октет майорановских глюино \tilde{g}^a (g^a, \tilde{g}_a), промежуточные бозоны слабого взаимодействия $(\tilde{W}^\pm, \tilde{W}^\pm)$, \tilde{W}^\pm — дубльвебозино, (Z, \tilde{Z}) , \tilde{Z} -бозино. Для суперпартнеров калибровочных бозонов будем использовать термин «калибрино». Сказанное выше относительно глюонов и глюино абсолютно правильно, что же касается \tilde{W}^\pm , \tilde{Z} и $\tilde{\gamma}$, то мы несколько переупростили ситуацию. Дело в том, что в лагранжиан в качестве затравочных полей действительно входят три векторных супермультиплета группы $SU(2)$ (W_i, \tilde{W}_i) и калибрующий гиперзаряд мультиплет (B, \tilde{B}) . Эти мультиплеты образуют неприводимое представление безмассовой супералгебры. Затем происходит эффект Хиггса, и поля уже надо классифицировать по представлениям массивной супералгебры, которые образуются при слиянии векторных супермультиплетов с киральными хиггсовскими, к описанию которых мы и перейдем.

Скалярные хиггсовские бозоны и спинорные хиггсино образуют киральные мультиплеты. В модели Вайнберга — Салама с минимальным хиггсовским сектором имеется один хиггсовский слабый изодублет: (H^0, H^-) . Соответствующий киральный изодублет: $[(\tilde{H}^0, H^0), (\tilde{H}^-, H^-)]$. Для построения обобщения $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ -теории одного кирального хиггсовского дублета недостаточно. Проще всего это увидеть из того, как получают массу заряженные W -бозино. При эффекте Хиггса из двух безмассовых векторных частиц $W_{1\mu}$ и $W_{2\mu}$ (4 степени свободы) получается массивное заряженное поле W_μ^+ (6 степеней свободы), на что уходит одно комплексное хиггсовское поле. Две майорановские частицы \tilde{W}_1 и \tilde{W}_2 (4 степени свободы) образуют 2 массивные дираковские частицы \tilde{W}_1^\pm и $\tilde{W}_{1\Gamma}^\pm$ (8 степеней свободы), для чего они должны слиться с двумя заряженными хиггсино. Таким образом, минимальное количество хиггсовских мультиплетов равно двум: H и $H' = [(\tilde{H}^{+'}, H^{+'}), (\tilde{H}^{0'}, H^{0'})]$ (заряды H' определяются требованием отсутствия треугольной аномалии по гиперзаряду Y). Оставшаяся заряженная скалярная частица

замыкает представление массивной супералгебры: $(\tilde{W}_\mu^+, \tilde{W}_\mu^-, \tilde{W}_{11}, \mathcal{H}^+)$. 8-ми фермионным степеням свободы соответствуют 8 бозонных. В пределе точной SUSY массы всех этих частиц равны. Нейтральные частицы в пределе точной SUSY образуют 3 супермультиплет: безмассовый векторный $(\gamma, \tilde{\gamma})$, массивный векторный (Z, \tilde{Z}, H) (где H — одно нейтральное скалярное поле) и киральный $(\tilde{\mathcal{H}}, \mathcal{H})$.

Мы назвали все частицы, входящие в состав SUSY-обобщения стандартной $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ -модели. Как и было обещано, число частиц удвоилось плюс добавились новые физические хиггсовские скаляры по сравнению с минимальным набором модели Вайнберга — Салама. Перейдем к экспериментальным ограничениям на массы новых частиц.

Заряженные скалярные лептоны должны парно рождаться в e^+e^- -аннигиляции с последующим распадом на лептоны и фотино (рис. 1). В эксперименте такое событие выглядит как e^+e^- -аннигиляция в пару заряженных лептонов (e^+e^- или $\mu^+\mu^-$) с нескомпенсированным полным импульсом. Отсутствие

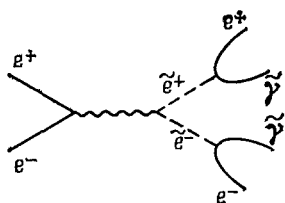


Рис. 1. Рождение и последующий распад лептино

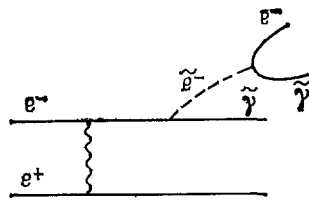


Рис. 2. Одиночное рождение электрино

таких событий приводит к нижнему ограничению на массу лептино. Например, из обработки данных эксперимента на кольцах PETRA следует ограничение $M_{\tilde{l}} > 17,8$ ГэВ⁸ (в предположении нулевой массы фотино). Аналогичное рождение и последующий распад кваркино приводит к появлению адронных струй с нескомпенсированным p_\perp , что позволило получить нижние ограничения на массу кваркино, $M_{\tilde{q}} > 20$ ГэВ.

Можно ли улучшить ограничения на массы лептино и кваркино, не поднимая энергию e^+e^- -пучков? Оказывается, можно^{9а}. На рис. 2 изображен процесс одиночного рождения электрино. Такие события искались на ускорителе PEP при полной энергии пучков $\sqrt{s_{e^+e^-}} = 29$ ГэВ. В предположении нулевой массы фотино получено ограничение $M_{\tilde{l}} > 22,4$ ГэВ^{9б}. Большие надежды на открытие суперпартнеров обычных частиц в e^+e^- -аннигиляции связаны с пуском в ближайшее время ускорителя SLC в Стэнфорде (США).

Экспериментальных ограничений на массу фотино на сегодняшний день не существует, что не удивительно, так как $\tilde{\gamma}$ во многом напоминает нейтрино — не имеет электрического заряда и слабо взаимодействует (так как возбуждает тяжелые промежуточные состояния). Таким образом, пока не обнаружены суперчастицы, распадающиеся на $\tilde{\gamma}$, с прямым экспериментальным ограничением на его массу придется подождать. Существуют лишь косвенные ограничения, следующие из космологии и аналогичные ограничениям на массу нейтрино: $m_{\tilde{\nu}} < 100$ эВ либо $m_{\tilde{\nu}}$ больше нескольких ГэВ¹⁰. Если бы масса фотино находилась в запрещенном окне, то их осталось бы слишком много после Большого Взрыва, что изменило бы недопустимым образом динамику расширения Вселенной (скажем, сделало бы ее слишком молодой). Что касается теоретических предсказаний, то модели делятся на два класса: в одном фотино легкие, с массами \sim нескольких ГэВ, в другом — тяжелые, ~ 100 ГэВ.

Глюино сильно взаимодействуют и поэтому должны интенсивно рождаться в адрон-адронных столкновениях. Скажем, в pp -столкновениях основной источник глюино — глюон-глюонная аннигиляция (рис. 3), причем из-за цветового усиления глюино должно рождаться примерно в 10 раз

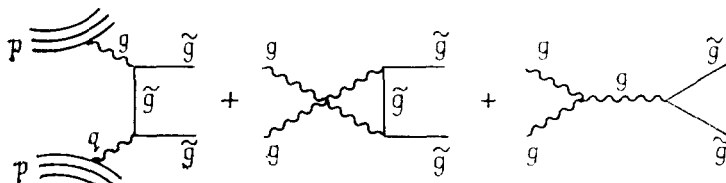


Рис. 3. Рождение глюино в pp -столкновениях

больше, чем кварков с такой же массой. На рис. 4 приведены сечения рождения глюино в pp -столкновениях. Если фотино легче глюино, то распад глюино (а точнее говоря — новых адронов, содержащих глюино) происходит

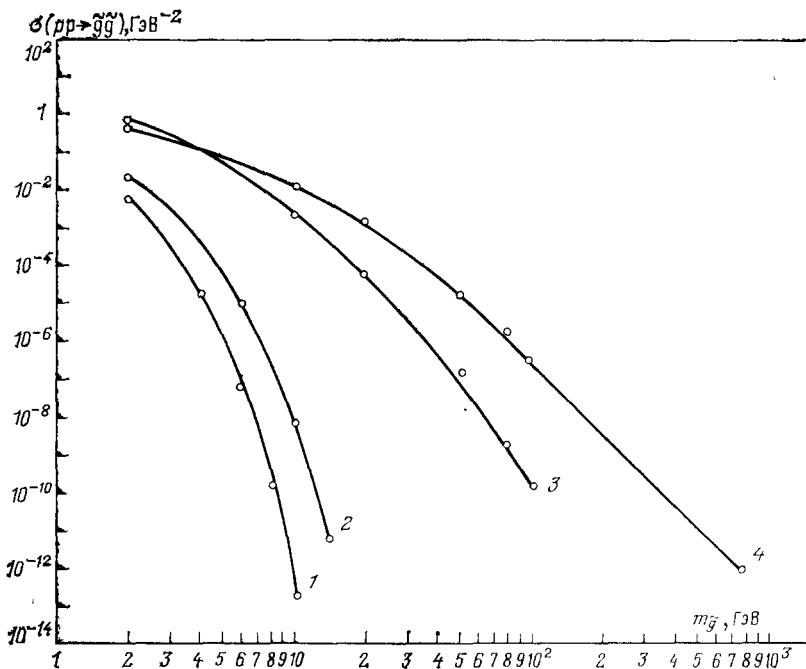


Рис. 4. Сечение рождения глюино в pp -столкновениях в зависимости от их массы при различных энергиях протонов.

1 — SPS, $\sqrt{s} = 28$ ГэВ; 2 — Тэватрон, $\sqrt{s} = 45$ ГэВ; 3 — SPS-коллайдер, $\sqrt{s} = 540$ ГэВ; 4 — Тэватрон-коллайдер, $\sqrt{s} = 2000$ ГэВ. В случае pp -коллайдеров необходимо учитывать $q\bar{q}$ -аннигиляцию, поэтому кривые 3 и 4 должны рассматриваться как нижние ограничения на сечение.

на кварк-антикварковую пару и фотино (рис. 5). Легчайшие адроны, содержащие глюино, — фермионы $(\tilde{g}q)$ и $(\tilde{g}q\bar{q})$. Для времени жизни легчайшего глюинобола, пренебрегая массой фотино, получим $\tau \approx 10^{-11} ((1 \text{ ГэВ}/m_{\tilde{g}})^5 \times (M_{\tilde{q}}/100 \text{ ГэВ})^4)$. Образующиеся при распаде глюино фотино вызывают избыток нейтральных токов в эксперименте beam-dump. Из этих экспериментов следует ограничение $m_{\tilde{g}} > 2-3 \text{ ГэВ}$ ¹¹. Дальнейший прогресс в ограничении на $m_{\tilde{g}}$ (а может быть, и открытие глюино) может быть достигнут при анализе рождения струй на pp -коллайдере ЦЕРНа или других адронных

машинах нового поколения. Упомянем другой возможный источник глюино: распад 3P_1 -уровня ($b\bar{b}$) кваркония на пару $g\tilde{g}$ и глюон 12 . Теоретические предсказания относительно $m_{\tilde{g}}$ также весьма неопределенны — от нескольких (10?) ГэВ до 100 ГэВ.

Перейдем к W -бозино. Вайнберг 13 заметил, что при весьма широких предположениях относительно механизма нарушения SUSY одна заряженная дираковская частица оказывается легче W -бозона.

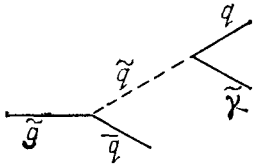


Рис. 5. Распад $\tilde{g} \rightarrow q\tilde{g}$

При этом, если вдобавок $\tilde{\gamma}$ «весит» несколько ГэВ, разрешенным оказывается распад $W^\pm \rightarrow \tilde{W}^\pm \tilde{\gamma}$.

В работе 13 получено $\Gamma(W \rightarrow \tilde{W}\tilde{\gamma})/\Gamma(W \rightarrow e\nu) = 0,6$. Учитывая, что на коллайдере ЦЕРНа видели около 100 распадов $W \rightarrow e\nu$, представляется возможным

открытие распада $W \rightarrow \tilde{W}\tilde{\gamma}$. К сожалению, сигнатура этого распада значительно хуже, чем $W \rightarrow e\nu$,

так как \tilde{W} распадается на $e\tilde{\nu}$ и электроны получают сравнительно мягкими. При наличии фазового пространства относительные вероятности распадов $\Gamma(W^\pm \rightarrow \tilde{W}^\pm \tilde{Z}^0)/\Gamma(W^\pm \rightarrow e^\pm \nu)$ и $\Gamma(Z^0 \rightarrow \tilde{W}^+ \tilde{W}^-)/\Gamma(Z^0 \rightarrow e^+ e^-) \sim 1{}^{14}$; вопрос лишь в том, достаточно ли легки Z -бозино и дубльебозино.

д) Распад протона и ЭДМ нейтрона

Кроме прямого экспериментального подтверждения низкоэнергетической SUSY — открытия одной (а лучше — нескольких) из перечисленных выше частиц — возможны косвенные свидетельства в ее пользу. Остановимся на двух из них — распаде протона и электрическом дипольном моменте (ЭДМ) нейтрона. В стандартных схемах великого объединения доминирует мода распада протона $p \rightarrow e^+ \pi^0$. Экспериментально такого распада не видят на уровне, отвечающем $\tau_p < 10^{32}$ лет, что является аргументом против простейших схем объединения, в которых предсказывается $\tau_{p \rightarrow e^+ \pi^0} = 10^{28 \pm 2}$ лет. В суперсимметричных моделях великого синтеза (SUSY GUT's) предсказания для распада протона существенно меняются. Масса объединения из-за присутствия большого количества новых легких частиц увеличивается ($M_{GUT} \sim 10^{14}$ ГэВ, $M_{SUM} \sim 10^{16}$ ГэВ), что приводит к времени жизни $\tau_{p \rightarrow e^+ \pi^0} \approx 10^{34}$ лет, находящемуся за пределами возможностей эксперимента. Вместе с тем появляется новый механизм распада протона за счет операторов размерности 5 ${}^{15, 16}$. При этом распад происходит за счет однопетлевых графиков, в которых распространяются хиггсино. Распад протона посредством операторов размерности 5 изучался в ряде работ ${}^{17-20}$. Оказалось, что доминирующей является мода $p \rightarrow K^+ \nu$, и время жизни по этой моде может быть $\sim 10^{30}$ лет при разумном выборе параметров теории. В эксперименте эту моду трудно обнаружить, и легче искать распад $p \rightarrow K^0 \mu^+$. Операторы размерности 5 дают распад и в моду $K^0 \mu^+$, но $\Gamma(p \rightarrow K^0 \mu^+)/\Gamma(p \rightarrow K^+ \nu) \sim 10^{-3}$, т. е. открытие распада $p \rightarrow K^0 \mu^+$ наряду с отсутствием в тысячу раз более вероятного распада $p \rightarrow K^+ \nu$ означало бы, что операторы с $d = 5$ не имеют к этому распаду никакого отношения. В стандартной модели имеется источник для распада $p \rightarrow K^0 \mu^+$ — древесный график с обменом триплетом цветных бозонов Хиггса. Если по какой-то причине триплетные хиггсы оказались легкими, $M_{H_3} \sim 10^{11}$ ГэВ, то они индуцируют распад протона на $K^0 \mu^+$, $K^+ \nu_\mu$ за время $\sim 10^{30}$ лет. Отличие от распадов, вызванных оператором размерности 5, в том, что в несуперсимметричном сценарии $\Gamma(p \rightarrow K^0 \mu^+) \approx \Gamma(p \rightarrow K^+ \nu_\mu)$.

В стандартной $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ -модели имеются два источника ЭДМ нейтрона: CP-нечетная фаза в матрице Кобаяши — Маскавы и θ -член.

Предположим, что эффект θ -члена зануляется благодаря присутствию аксиона или по какой-то иной причине. Кобаяши-маскавская фаза приводит к $d_n \sim 10^{-32} e \cdot \text{см}^{21}$, в то время как современное экспериментальное ограничение $d_n < 6 \cdot 10^{-25} e \cdot \text{см}^{22}$. В моделях с низкоэнергетической суперсимметрией имеются новые источники CP-нечетной фазы, приводящие к значению ЭДМ на уровне экспериментального ограничения^{23–26}. Конечно, экспериментальное обнаружение ненулевого ЭДМ нейтрона не будет однозначно свидетельствовать в пользу SUSY: всегда можно сказать, что $\theta \sim 10^{-9}$ (при этом $d_n \sim 10^{-25} e \cdot \text{см}^{27}$). Но столь малое θ ненатурально, а естественно $\theta \sim 1$, и раз это не так, то должен существовать механизм экранировки θ .

Приведем план дальнейшего изложения. В гл. 2 приведены общие сведения по суперсимметрии. Автор старался построить изложение так, чтобы сделать содержание обзора доступным читателю, не изучавшему ранее суперсимметрию. Этой же цели служит приложение, в которое вынесены технические подробности (его следует изучить перед чтением основного материала, содержащегося в гл. 3–5). В гл. 3 обсуждаются механизмы нарушения глобальной SUSY и основанные на них модели. Вывод, следующий из этой главы, скорее отрицательный: феноменологически приемлемой модели построить не удастся. Тем не менее этот материал включен в обзор не по исторической причине, а потому, что: а) спонтанное нарушение глобальной SUSY представляет принципиальный интерес и заслуживает специального обсуждения; б) в единственно разумных моделях со спонтанным нарушением, основанных на геометрической иерархии, видна необходимость учета эффектов супергравитации (SUGRA). С другой стороны, при изложении в гл. 4 моделей, основанных на SUGRA, будет видно, как решаются проблемы, возникавшие в моделях со спонтанным или явным нарушением. Наконец, в гл. 5 обсуждается великое объединение и распад протона в SUSY-моделях. Механизм нарушения SUSY за счет SUGRA, изложенный в гл. 4, может быть без труда обобщен на единые модели, вместе с тем «естественная» единая теория, в лагранжиан которой не вводятся два масштаба M_{GUT} и M_W , еще ждет своего построения.

Упомянем два интенсивно обсуждаемых в литературе направления, призывающих к теме обзора, но не затрагиваемых в нем. Это, во-первых, попытки построения реалистической $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ -модели, исходя из $(N=1)$ -супергравитации с помощью спонтанной компактификации из пространств высокой размерности (см. обзор²⁸); во-вторых, использование суперсимметрии для построения легких составных кварков и лептонов²⁹.

Закончим введение списком обзоров, по которым можно изучать суперсимметрию: В. И. Огиевский, Л. Мезинческу; П. Файе, С. Феррара; А. Салам, Дж. Стразди³⁰. Это обзоры по глобальной суперсимметрии. По супергравитации имеется обзор Питера ван Ньюйвенхойзена³¹ (см. также популярную статью³²). Наконец, имеются доступные начинающим книги по суперсимметрии³³.

2. $(N=1)$ -СУПЕРСИММЕТРИЯ

а) Уникальность SUSY; алгебра

Симметрия различных моделей взаимодействия элементарных частиц всегда имеет вид прямого произведения группы внутренних симметрий на группу Пуанкаре. Более привлекательной являлась бы теория с простой группой симметрии, в которой внутренние симметрии были бы «встроены» в пространственные. При этом геометрия пространства-времени диктовала бы динамику, налагая жесткие ограничения на вид теории. Попытки построения теорий такого типа привели к доказательству так называемых no-go-теорем³⁴, согласно которым в теориях со взаимодействием в 4-мерном пространстве-времени группа Пуанкаре может быть расширена только в виде прямого произведения на группу внутренних симметрий. Дело в том, что группа

Пуанкаре гарантирует сохранение полного импульса и момента частиц в процессе взаимодействия. Расширение ее тензорными генераторами требует сохранения тензорных величин, отличных от суммы моментов и импульсов. Соответствующие законы сохранения удается соблюсти, лишь требуя сохранения импульсов отдельных частиц в процессе рассеяния, что означает отсутствие рассеяния, а значит — и взаимодействия в системе. Единственное исключение из no-go-теорем — расширение группы Пуанкаре генераторами с лоренц-спином $1/2$. Если при этом (анти)коммутатор этих генераторов пропорционален 4-импульсу, то для реализации этой симметрии не требуется дополнительных сохраняющихся тензорных величин, и теория может быть самосогласованной и включать члены с взаимодействием. Описанная только что конструкция как раз и называется $(N = 1)$ -суперсимметрией³. Если спинорных генераторов N , то мы приходим к расширенной суперсимметрии.

Алгебра расширенной суперсимметрии задается коммутаторами генераторов P_μ , $M_{\mu\nu}$ и Q_α^i (Q_α^i — майорановские спиноры, $\alpha = 1, \dots, 4$, $i = 1, \dots, N$). Коммутаторы P с P , M с M и P с M — те же, что и в обычной группе Пуанкаре, поэтому приведем только коммутаторы, включающие спинорные заряды Q :

$$[M_{\mu\nu}, Q_\alpha^i] = \sigma_{\mu\nu}^{\alpha\beta} Q_\beta^i, \quad (2.1)$$

где $\sigma_{\mu\nu}^{\alpha\beta} = (\gamma_\mu \gamma_\nu - \gamma_\nu \gamma_\mu)_{\alpha\beta}/2$. Этот коммутатор показывает, что спин Q_α^i равен $1/2$;

$$[P_\mu, Q_\alpha^i] = 0, \quad (2.2)$$

что означает постоянство Q_α^i в пространстве и во времени.

$$\{\bar{Q}_\alpha^i, Q_\beta^j\} = -\frac{1}{4} \delta_{ij} \gamma_\mu^{\alpha\beta} P_{\mu x} \quad (2.3)$$

где $\bar{Q}_\alpha^i = (Q^i \gamma_0)_\alpha$; появление антикоммутатора в (2.3) связано с тем, что Q_α^i — спиноры.

Описанная конструкция называется в математике алгеброй Ли с Z_2 -градуировкой или супералгеброй Ли. Математика супералгебр рассматривается в монографии Ф. А. Березина³⁵. В случае $N > 1$ в правой части (2.3) могут содержаться антисимметричные по i, j скалярные операторы — так называемые центральные заряды³⁶.

б) Представления супералгебр

Для построения суперсимметричных моделей надо знать неприводимые представления супералгебр. Мы систематически рассмотрим случай $N = 1$, а затем приведем два примера представлений расширенных супералгебр. Более подробно с представлениями супералгебр можно познакомиться по обзору Файе и Феррары³⁰.

Начнем с построения массивной суперчастицы. Выберем систему координат, в которой она покоится: $P_\mu = (M, 0)$. Антиккоммутатор (2.3) записан для майорановского вещественного 4-компонентного спинора Q . Перейдем к двухкомпонентным комплексным вейлевским спинорам:

$$Q_\alpha = \left(\frac{1+i\gamma_5}{2} Q \right)_\alpha, \quad \bar{Q}_{\dot{\alpha}} = \left(\frac{1-i\gamma_5}{2} Q \right)_{\dot{\alpha}} \quad (\alpha, \dot{\alpha} = 1, 2). \quad (2.4)$$

В подходящей нормировке перестановочные соотношения для них имеют следующий вид:

$$\{Q_\alpha, Q_\beta\} = \{\bar{Q}_{\dot{\alpha}}, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\} = 0, \quad \{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\} = \delta_{\alpha\dot{\beta}}. \quad (2.5)$$

Алгебра (2.5) совпадает с алгеброй операторов рождения и уничтожения в квантовой теории поля, и неприводимые представления строятся обычным

образом. В качестве «вакуума» выбирается состояние одной частицы в покое: $|\Omega\rangle = |J, J_3, M\rangle$. Тогда

$$\bar{Q}_\alpha |\Omega\rangle = 0. \quad (2.6)$$

Неприводимое представление имеет вид

$$|\tilde{J}, \tilde{J}_3, n_1, n_2, M\rangle = Q_1^{n_1} Q_2^{n_2} |\Omega\rangle. \quad (2.7)$$

Возможные значения (n_1, n_2) : $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(0, 1)$ и $(1, 1)$. Это представление имеет размерность $4(2J + 1)$; его разложение по состояниям с определенным спином имеет вид

$$\left(J - \frac{1}{2}, M\right) \times 2(J, M) \times \left(J + \frac{1}{2}, M\right). \quad (2.8)$$

Как и следовало ожидать, число бозонных и фермионных степеней свободы совпадает.

Рассмотрим два примера. Вакуумное состояние имеет $J = 0$. Суперчастица состоит из комплексной скалярной частицы и частицы со спином $1/2$. Следующий по сложности случай: $J = 1/2$. Суперчастицу образуют 2 частицы со спином $1/2$, одна векторная и одна скалярная частицы.

Перейдем к безмассовым частицам. В системе координат $P_\mu = (E, 0, -E, 0)$ приходим к следующей алгебре:

$$\{Q_\alpha, Q_\beta\} = \{\bar{Q}_\alpha, \bar{Q}_\beta\} = 0, \quad \{Q_1, \bar{Q}_1\} = 1, \quad \{Q_2, \bar{Q}_2\} = \{Q_2, \bar{Q}_1\} = \{Q_1, \bar{Q}_2\} = 0. \quad (2.9)$$

Выбирая в качестве «вакуума» состояние частицы с определенным значением спиральности $|\Omega\rangle = |J, \lambda\rangle$, получим из него единственное состояние с ненулевой нормой: $Q_1 |\Omega\rangle$. Состояния $Q_2 |\Omega\rangle$ и $Q_2 Q_1 |\Omega\rangle$ имеют норму 0. В СРТ-симметричной теории неприводимое представление супералгебры для безмассовой частицы содержит 4 состояния: $|\pm \lambda\rangle$ и $|\pm (\lambda + 1/2)\rangle$.

В реалистических моделях имеются безмассовые калибровочные бозоны, которые образуют (безмассовый) супермультиплет с частицей со спином $1/2$ (калибрино). В результате эффекта Хиггса — Киббла векторный бозон набирает массу и должен преобразовываться по представлению массивной алгебры. Это достигается в результате слияния безмассового векторного мультиплета с киральным хиггсовским мультиплетом (содержащим наряду с комплексной скалярной спинорную частицу). Супермультиплет содержит одну векторную, одну дираковскую и одну вещественную скалярную частицу. В пределе ненарушенной суперсимметрии все эти частицы имеют одинаковые массы.

Приведем примеры представлений расширенных суперсимметрий. В литературе широко обсуждается $(N = 4)$ -теория Янга — Миллса (максимальный спин 1). Стартуем с одного векторного мезона. Обобщая (2.9) с помощью (2.3) на случай расширенной суперсимметрии, получаем, что множественность состояний со спиральностью S совпадает с числом сочетаний из N по $2(J - S)$:

$$\binom{2(J - S)}{N}.$$

Таким образом, в теории имеется 1 частица со спином 1, 4 — со спином $1/2$ и 6 вещественных скалярных частиц. Отметим, что мы получим СРТ-самосопряженный мультиплет. Каждая из частиц находится в присоединенном представлении калибровочной группы, которая и определяет динамику модели. Кроме $(N = 4)$ -теории Янга — Миллса самосопряженный мультиплет получается и в $(N = 8)$ -теории с максимальным спином 2. Мультиплетность состояний $(N = 8)$ -теории: 1 частица со спином 2, 8 со спином $3/2$, 28 векторных частиц, 56 спинорных и 70 вещественных скаляров. Эта теория пре-

тендует на роль единой теории всех частиц и взаимодействий, включая гравитацию. Теории с $N > 8$ не рассматриваются, так как самосогласованного описания взаимодействующих точечных частиц со спином $5/2$ и выше не существует.

В моделях, основанных на $(N = 1)$ -SUSY, рассматриваемых в гл. 3—5, используются в основном два типа представлений: киральный мультиплет, включающий вейлевскую частицу со спином $1/2$ и комплексный скаляр, и векторный мультиплет, состоящий из векторной частицы и майорановской частицы со спином $1/2$. В моделях гл. 4, основанных на нарушении SUSY за счет супергравитации, используется еще супермультиплет гравитации, содержащий гравитон со спином 2 и гравитино со спином $3/2$.

в) Выделенность $(N = 1)$ -теории

Имеются экспериментальные указания в пользу того, что если низкоэнергетическая (~ 100 ГэВ) физика описывается суперсимметричной теорией, то это теория, основанная на $(N = 1)$ -суперсимметрии³⁷. Пусть $N \geq 2$. Тогда в одном супермультиплете с левыми кварками (или лептонами) лежат правые кварки (или лептоны) либо векторные частицы. Все члены супермультиплета имеют одинаковые квантовые числа по внутренним $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ -симметриям, а так как мы знаем, что левые частицы — дублеты по $SU(2)$, правые — синглеты и векторные частицы либо триплеты, либо синглеты, то видно, что надо ограничиться $(N = 1)$ -SUSY. Возможен ли такой сценарий: при высоких энергиях имеется расширенная суперсимметрия, а на некотором промежуточном масштабе масс μ ($M_W \ll \mu \ll M_{Pl}$) она нарушается до $(N = 1)$ -SUSY? Оказывается — нет, и это следует из антикоммутатора (2.3)³⁷. Домножим правую и левую части (2.3) на γ_0 , возьмем шпур и рассмотрим диагональные по i, j элементы:

$$P_0 = Q_1^2 = Q_2^2 = \dots \quad (2.10)$$

Беря вакуумное среднее, получаем, что если нарушается какая-то одна суперсимметрия $\langle 0 | Q_i^2 | 0 \rangle \neq 0$, то одновременно нарушаются все остальные. При учете гравитации это утверждение несправедливо, и возможен (и очень привлекателен) такой вариант: расширенная (скажем, $N = 8$) супергравитация нарушается до $N = 1$ на планковском масштабе, а $(N = 1)$ -SUGRA нарушается на промежуточном масштабе $\sqrt{M_P M_W}$, индуцируя низкоэнергетическую мягко нарушенную $N = 1$ глобальную SUSY, не дающую шкале ~ 100 ГэВ «затянуться» вверх за счет радиационных поправок.

г) Компенсация квадратичных расходимостей в SUSY QED

Как уже много раз говорилось, основная причина обращения к SUSY-моделям — это имеющая в них место компенсация квадратичных расходимостей в радиационных поправках к массам скалярных частиц. Проследим компенсацию квадратичных расходимостей на простейшем примере — суперсимметричной электродинамике Гольфанда — Лихтмана (исторически это первая SUSY-теория, рассмотренная в литературе³⁾.

Однопетлевые электродинамические поправки к массе скалярной частицы изображены на рис. 6,а и б; они квадратично расходятся. Что происходит при суперсимметричном обобщении теории? В векторный мультиплет наряду с фотоном входит частица со спином $1/2$ — фотино: $(\gamma, \tilde{\gamma})$. Суперпартнером комплексной скалярной частицы H является хиггсино \tilde{H} , имеющее спин $1/2$. Вместе они образуют киральный мультиплет: (H, \tilde{H}) . Лагранжиан

SUSY QED имеет вид *)

$$\mathcal{L} = \frac{1}{4} \int d^4\theta [H^+ e^{2gV} H] + \left\{ \frac{1}{8} \int d^2\theta_+ [W_\alpha W^\alpha] + \text{к. с.} \right\}. \quad (2.11)$$

(Буквально такая теория не самосогласована — в ней имеется треугольная аномалия Адлера — Белла — Джеквива. Чтобы избавиться от нее, необходимо ввести еще один киральный мультиплет с противоположным зарядом,

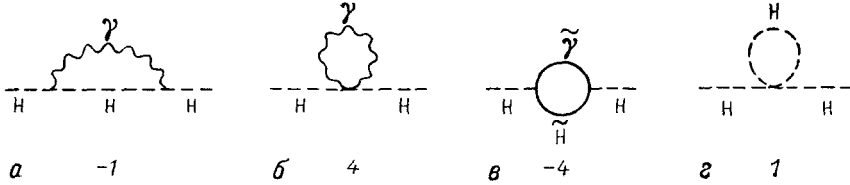


Рис. 6. Диаграммы, описывающие перенормировку массы скалярной частицы в SUSY QED.

Под диаграммами указаны коэффициенты при члене $(g^2/16\pi^2) \Delta^2 H^* H$, получающиеся при их вычислениях

однако для наших целей всего этого делать не надо.) Дополнительно возникают диаграммы, изображенные на рис. 6, в и г. Приведем необходимые для их вычисления вершины, содержащиеся в лагранжиане (2.11):

$$а) \quad -\sqrt{2} g H \left(\tilde{\gamma} \frac{1+i\gamma_5}{2} \tilde{H} \right). \quad (2.12)$$

Аналогично тому, как фотон переводит H в H (и \tilde{H} в \tilde{H}) с калибровочной константой g, фотино с той же константой переводит H в \tilde{H} . В теории появляется юкавское взаимодействие с калибровочной константой связи.

$$б) \quad -\frac{1}{2} g^2 (H^* H)^2. \quad (2.13)$$

Это взаимодействие появляется при решении лагранжева уравнения движения на вспомогательное поле векторного мультиплетта D:

$$\mathcal{L}_D = \frac{1}{2} D^2 + g H^* D H \rightarrow D = -g H^* H, \quad \Delta \mathcal{L}_H = -\frac{1}{2} g^2 (H^* H)^2. \quad (2.14)$$

В теории появляется универсальное 4-бозонное взаимодействие с константой связи g^2 .

В сумме графиков рис. 6 квадратичная расходимость сокращается.

МОДЕЛИ, ОСНОВАННЫЕ НА МЯГКОМ И СПОНТАННОМ НАРУШЕНИИ SUSY

а) Необходимость хиггсовских мультиплетов

Частицы, входящие в состав $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ -SUSY-моделей, были перечислены во введении. Приведем $SU(2)$ -состав частиц первого семейства:

$$\begin{pmatrix} U \\ D \end{pmatrix}_L, \quad U_R^*, \quad D_R^*, \quad \begin{pmatrix} \nu \\ E \end{pmatrix}_L, \quad E_R^*. \quad (3.1)$$

Большие буквы обозначают киральные мультиплеты. Вместо правых частиц используются комплексно сопряженные мультиплеты, так как для написания SUSY-лагранжианов удобно иметь дело с мультиплетами одной киральности (см. приложение).

*) См. приложение.

На первый взгляд кажется наиболее экономным использовать на роль хиггсовских бозонов скалярные компоненты киральных мультиплетов кварков или лептонов. Действительно, $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ -квантовые числа дублета $(\tilde{v}, \tilde{e})_L$ совпадают с квантовыми числами хиггсовского дублета модели Вайнберга — Салама. Приведем аргументы, демонстрирующие непригодность хиггсовской интерпретации дублета $(\tilde{v}, \tilde{e})_L$. Вакуумного среднего $\langle \tilde{v} \rangle$ недостаточно для того, чтобы дать массы верхним и нижним кваркам суперсимметричным образом. Напомним, что в модели Вайнберга — Салама удается обойтись одним дублетом хиггсов за счет эксплуатации C -сопряженного дублета:

$$\Delta \mathcal{L} = \frac{m_u}{\langle H^0 \rangle} (ud)_L^* u_R \begin{pmatrix} H^0 \\ H^- \end{pmatrix} + \frac{m_d}{\langle H^0 \rangle} (ud)_L^* d_{R^c} \begin{pmatrix} H^0 \\ H^- \end{pmatrix}^*, \quad (3.2)$$

где

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Вакуумное среднее $\langle \tilde{v} \rangle$ в суперсимметричной модели может быть использовано для генерации масс нижних кварков:

$$\Delta \mathcal{L} = \frac{m_d}{\langle \tilde{v} \rangle} [L_L \varepsilon Q_L D_R^*]_F. \quad (3.3)$$

Однако правило написания суперсимметричных лагранжианов (F -компоненты от произведения киральных суперполей одной киральности) запрещает использовать C -сопряженный дублет $L_L^* \equiv L_R^*$. Наличие в лагранжиане членов типа (3.3) таит в себе ряд опасностей¹⁶. Например, если допустить также член

$$\Delta \mathcal{L} = f [U_R^* D_R^* D_R^*]_F, \quad (3.4)$$

то совокупность взаимодействий (3.3)–(3.4) приведет к распаду протона за счет оператора

$$\frac{1}{m_{\tilde{d}}^2} f \frac{m_d}{\langle \tilde{v} \rangle} \left(u^T \gamma_0 \frac{1-i\gamma_5}{2} d \right) \left[d^T \gamma_0 \frac{1+i\gamma_5}{2} v + u^T \gamma_0 \frac{1-i\gamma_5}{2} e \right]. \quad (3.5)$$

Массы суперпартнеров обычных частиц (в том числе и \tilde{d}) ~ 100 ГэВ (что необходимо для компенсации квадратичных расходимостей при импульсах больше $1/\sqrt{G_F}$), константа $f \sim m_q/\langle \tilde{v} \rangle$, и мы приходим к недопустимо быстрому распаду протона.

Из сказанного выше видна необходимость введения специальных хиггсовских супермультиплетов. При этом суперсимметрия служит лишь моральным оправданием введения скалярных частиц; считать хиггсовские скаляры суперпартнерами известных частиц на данном уровне развития теории не удается.

Минимальный набор хиггсовских частиц — два киральных изодублета

$$H_L = \begin{pmatrix} H^0 \\ H^- \end{pmatrix}_L, \quad H'_L = \begin{pmatrix} H'^+ \\ H'^0 \end{pmatrix}_L, \quad (3.6)$$

где, например, $H_L^0 = (\tilde{H}_L^0, H_L^0)$, \tilde{H}_L^0 — вейлевский фермион, H_L^0 — комплексное скалярное поле. Вакуумные средние $\langle H_L^0 \rangle$ и $\langle H'_L^0 \rangle$ дают массы W - и Z -бозонам, кваркам и лептонам. Иногда рассматривают модели с 4-дублетами хиггсов. Киральные хиггсовские дублеты вводятся парами с противоположными гиперзарядами, чтобы сокращались треугольные аномалии Адлера — Белла — Джэкива по $U(1)$ -группе гиперзаряда.

Лагранжиан $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ -SUSY-модели содержит кинетические члены для векторных (g , W и B) супермультиплетов и киральных су-

пермультиплетов материи (удлиненных суперинвариантным образом для соблюдения $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ -инвариантности). Кроме того, имеются суперобобщения юкавских связей, дающих массу кваркам и лептонам. Для первого поколения они имеют вид

$$\Delta\mathcal{L} = \frac{m_u}{\langle H^0 \rangle} [H_L^i \varepsilon Q_L U_R^*]_F + \frac{m_d}{\langle H^0 \rangle} [H_L^i \varepsilon Q_L D_R^*]_F + \frac{m_e}{\langle H^0 \rangle} [H_L^i \varepsilon L_L E_R^*]_F + \text{к. с.} \quad (3.7)$$

Также необходимо записать суперсимметричное взаимодействие хиггсовских полей, обеспечивающее ненулевые значения $\langle H^0 \rangle$ и $\langle H'^0 \rangle$ в минимуме потенциала скалярных полей. Мы не будем сейчас заниматься этой задачей (она может быть успешно решена), а перейдем к обсуждению нарушения SUSY. Появления в лагранжиане членов (3.3), (3.4) можно избежать, потребовав инвариантности относительно замены знака перед всеми кварковыми и лептонными суперполями. К сожалению, эту дискретную симметрию приходится возводить в фундаментальный принцип при построении SUSY-обобщения $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ -теории.

б) Операторы, мягко нарушающие SUSY

Описанная в конце предыдущего раздела модель обладает одним существенным недостатком: в ней имеется бозе-фермиевское вырождение спектра, явно противоречащее экспериментальным данным. Таким образом, мы стоим перед наиболее существенным для всех SUSY-моделей вопросом: как нарушить суперсимметрию? Простейший способ — явно ввести в лагранжиан члены, утяжеляющие суперпартнеров обычных частиц. По этому пути пошли авторы работ ^{38, 39}. При этом необходимо следить за тем, чтобы вводимые в лагранжиан члены не портили механизма компенсации квадратичных расходимостей (такое нарушение SUSY называют «мягким»). В работе ⁴⁰ были перечислены члены, явное введение которых в SUSY-лагранжиан не приводит к квадратичным расходимостям.

Согласно результатам ⁴⁰ введение в SUSY-лагранжиан операторов размерности 2 (массовых членов скалярных частиц) является мягким. С операторами размерности 3 следует проявлять осторожность: массовые члены спиновых частиц из векторных мультиплетов являются мягкими, в то время как массовые члены спиновых частиц из киральных мультиплетов генерируют квадратичные расходимости.

Разложим скалярное поле из кирального мультиплета на вещественную и мнимую части: $Z = A + iB$. Тогда оператор $Z^3 + Z^{*3}$ также является мягким, т. е. к лагранжиану можно прибавлять член $W(Z_i) + W^*(Z_i^*)$, где W — суперпотенциал. Проиллюстрируем вышеизложенное на примере несуперсимметричной добавки к массе спиновой частицы из кирального мультиплета. Этот оператор жесткий, что проявляется в появлении квадратичной расходимости в сумме графиков рис. 7. В суперсимметричной теории массы виртуальных бозона и фермиона равны M . Этой же массе M пропорциональна трехбозонная вершина на рис. 7, б. Квадратичные расходимости в сумме графиков рис. 7, а и б сокращаются. Введение несуперсимметричной добавки Δm к массе фермиона разрушает компенсацию квадратичных расходимостей. Обращение вышеизложенного демонстрирует жесткость оператора Z^*Z^2 , который генерирует трехбозонную вершину рис. 7, б.

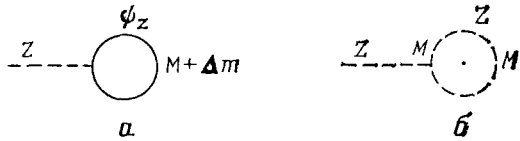


Рис. 7. Диаграммы, демонстрирующие жесткость несуперсимметричного оператора $\Delta m \bar{\psi}\psi$

в) А р г у м е н т ы п р о т и в м о д е л е й с я в н ы м
н а р у ш е н и е м

Можно привести три аргумента против моделей с явным нарушением. Во-первых, эстетические требования: некрасиво писать в SUSY-лагранжиан явно не симметричные члены. Во-вторых, малая предсказательная сила. Массы всех новых частиц, вводимых в SUSY-моделях с явным нарушением (кваркино, лептино, калибрино), являются свободными параметрами. Третий аргумент касается нейтральных токов с изменением странности⁴¹. В стандартной теории переход $K^0 - \bar{K}^0$, определяющий разность масс K_L - и

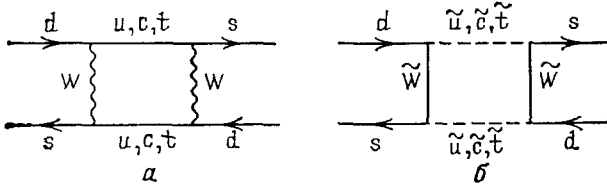


Рис. 8. Графики, определяющие переход $K^0 - \bar{K}^0$ в стандартной теории (а), и дополнительные графики, появляющиеся в SUSY-моделях (б).

ная диаграмма рис. 8,б. Для согласия с экспериментом необходима SUSY-компенсация GIM, т. е. $m_c^2 - m_u^2 \approx m_c^2$. Так как $m_u^2, m_c^2 > (20 \text{ ГэВ})^2$, такая близость масс скалярных кварков, вписываемых в лагранжиан «руками», выглядит крайне неестественно. Более того, естественно вводить также и недиагональные по флэйвору члены типа $\tilde{u}_R^* c_R$. Тогда массовые члены кваркино будут диагонализироваться матрицами, отличными от матриц, диагонализующих массовые члены кварков, и возникнут недиагональные нейтральные токи с испусканием глюино. В графике рис. 8,б по внутренним фермионным линиям будут распространяться глюино, а по бозонным — down — кваркино. В вершинах стоят сильные константы связи g_s , что приводит к еще более жестким требованиям на вырождение кваркино разных поколений.

Таким образом, приходим к следующему требованию: механизм генерации масс кваркино в реалистической SUSY-модели должен быть «слепым по флэйвору» — давать одинаковые массы кваркино с одинаковыми квантовыми числами, отличающимися лишь флэйвором.

г) С п о н т а н н о е н а р у ш е н и е S U S Y *)

Спонтанное нарушение SUSY анализируется с помощью схемы, хорошо известной по случаю спонтанного нарушения внутренних симметрий. Если вакуум теории суперсимметричен, то $Q | 0 \rangle = 0$ и SUSY не нарушена. Если $Q | 0 \rangle \neq 0$, то SUSY нарушена. Так как $\hat{H} = Q^2$ (это ключевое для теории спонтанного нарушения SUSY равенство получается перемножением обеих частей антикоммутатора (2.3) на γ_0 и взятием шпура), параметром порядка для глобально суперсимметричной системы служит полная энергия. Если энергия основного состояния равна нулю, то SUSY не нарушена, если больше нуля ($\hat{H} = Q^2 \geq 0$), то нарушена.

Потенциал скалярных частиц системы киральных мультиплетов, взаимодействующих друг с другом и с векторными мультиплетами калибровочным

*) Замечательное по ясности изложение вопроса, связанных со спонтанным нарушением SUSY, см. в работе Виттена³⁷.

образом, имеет вид

$$V = \sum_i |F_i(A_K)|^2 + \sum_i \text{tr} D_i^2(A_K), \quad (3.8)$$

где в случае U(1)-симметрии вместо $\text{tr} D_i^2(A_K)$ надо написать $(1/2) D_{U(1)}^2(A_K)$. Имеются два механизма спонтанного нарушения SUSY: $\langle F_j(A_K) \rangle \neq 0$ (механизм О'Рафферти — Файе) и $D_j(A_K) \neq 0$ (механизм Илиопулоса — Файе). Для нарушения SUSY за счет ненулевого D-члена необходимо присутствие в теории калибровочной U(1)-симметрии. Разберем два примера, иллюстрирующих спонтанное нарушение SUSY.

1) *Нарушение SUSY за счет U(1)-D-члена Илиопулоса — Файе*

Рассмотрим простейший пример — суперсимметричную электродинамику Гольфанда — Лихтмана. Состав полей: $V \equiv (\gamma, \tilde{\gamma}, D)$ — векторный мультиплет, $S_L \equiv (S, \psi_S, F_S)$ — киральный мультиплет с зарядом $Q = +1$, $T_L \equiv (T, \psi_T, F_T)$ — киральный мультиплет с зарядом $Q = -1$. Два мультиплета с противоположными зарядами необходимы для сокращения U(1)-аномалии. Суперсимметричный лагранжиан имеет вид

$$\mathcal{L} = \frac{1}{8} [W_\alpha W^\alpha]_F + \xi [V]_D + \frac{1}{4} [S^* e^{2gV} S]_D + \frac{1}{4} [T^* e^{-2gV} T]_D + m [ST]_F + \text{к. с.}; \quad (3.9)$$

ξ — параметр размерности ГэВ², член $\xi [V]_D$ добавлен для генерации нарушения суперсимметрии. Перепишем лагранжиан (3.9) в компонентах:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2 + \frac{1}{2} \tilde{\gamma} \hat{\partial} \tilde{\gamma} + \frac{1}{2} D^2 + \xi D + |D_\mu S|^2 + \bar{\psi}_{S_L} \hat{D} \psi_{S_L} + |F_S|^2 + g S^* D S - \\ & - \sqrt{2} g \bar{\psi}_{S_L} \tilde{\gamma} S + |D_\mu T|^2 + \bar{\psi}_{T_L} \hat{D} \psi_{T_L} - g T^* D T + \sqrt{2} g \bar{\psi}_{T_L} \tilde{\gamma} T + |F_T|^2 + \\ & + m \psi_{S_L}^T \gamma_0 \psi_{T_L} + m F_S T + m F_T S + \text{к. с.} \quad (3.10) \end{aligned}$$

Решая алгебраические лагранжевы уравнения для вспомогательных полей D , F_S и F_T , получим следующее выражение для потенциальной энергии скалярных полей:

$$V(S, T) = \frac{1}{2} D^2(S, T) + |F_S(S, T)|^2 + |F_T(S, T)|^2. \quad (3.11)$$

Согласно сказанному выше, случай $V = 0$ отвечает ненарушенной суперсимметрии, а $V > 0$ — нарушенной. Для того чтобы суперсимметрия нарушалась, система уравнений

$$\begin{cases} D(S, T) = 0, \\ F_S(S, T) = 0, \\ F_T(S, T) = 0 \end{cases} \quad (3.12)$$

должна быть несовместна. Подставляя в (3.11) выражения для вспомогательных полей через физические, получим

$$V = \frac{1}{2} [\xi + g(S^* S - T^* T)]^2 + m^2 (S^* S + T^* T). \quad (3.13)$$

При $\xi \neq 0$ и $m \neq 0$ система (3.12) несовместна, т. е. суперсимметрия нарушена. Изучим спектр модели. Пусть $g\xi < m^2$. Тогда $\langle S \rangle = \langle T \rangle = 0$ и калибровочная U(1)-симметрия не нарушена: $M_\gamma = 0$, $\langle F_S \rangle = \langle F_T \rangle = 0$, $\langle D \rangle = \xi$. Спонтанно нарушенная бозе-симметрия реализуется с помощью безмассового голдстоуна со спином 0, аналогично в случае SUSY имеется безмассовое голдстино со спином 1/2. В рассматриваемой модели фотино $\tilde{\gamma}$ играет

роль голдстино, $M_{\tilde{\gamma}} = 0$. Из полей ψ_{S_L} и ψ_{T_L} образуется дираковский спинор: $\chi = \psi_{S_L} + \psi_{T_L}$, $M_\chi = m$. Две комплексные скалярные частицы S и T имеют следующие массы: $m_S^2 = m^2 + g\xi$, $m_T^2 = m^2 - g\xi$. Из-за разных знаков зарядов полей S и T (необходимое условие для компенсации аномалии) их массы разошлись в разные стороны относительно массы спинорного поля χ .

Перейдем к случаю $g\xi > m^2$. Тогда $\langle S \rangle = 0$, $\langle T \rangle = \sqrt{(g\xi - m^2)/g^2}$. В этом случае наряду с суперсимметрией нарушилась калибровочная $U(1)$ -симметрия. $\langle F_T \rangle = 0$, $\langle F_S \rangle = -m \sqrt{(g\xi - m^2)/g^2}$, $\langle D \rangle = m^2 g$. В спектре имеется безмассовое голдстино:

$$\psi_G = \frac{1 + i\gamma_5}{2} \left(\frac{m}{\sqrt{2g\xi - m^2}} \tilde{\gamma} - \frac{\sqrt{2g\xi - m^2}}{\sqrt{2g\xi - m^2}} \psi_S \right). \quad (3.14)$$

Ортогональная голдстино комбинация $\tilde{\gamma}$ и $\tilde{\psi}_S$ совместно с ψ_T образует дираковский спинор χ с массой $m_\chi = \sqrt{2g\xi - m^2}$. Масса векторного мезона равна: $M_{A_\mu} = \sqrt{2g\xi - 2m^2}$. Комплексное скалярное поле S имеет массу $M_S = \sqrt{2m}$; масса физического вещественного поля T $M_T = \sqrt{2g\xi - 2m^2}$.

Пусть $m = 0$; тогда суперсимметрия не нарушена, а $U(1)$ -симметрия спонтанно нарушается. Из двух безмассовых супермультиплетов (кирального T и векторного V) образуется один массивный супермультиплет: (A_μ, χ, T) . Массы всех членов супермультиплета равны $\sqrt{2g\xi}$.

2) Нарушение SUSY за счет F -члена

Рассмотрим систему взаимодействующих киральных полей без калибровочных взаимодействий. Потенциал скалярных полей при этом равняется сумме квадратов F -членов, и наиболее выгодное энергетически суперсимметричное вакуумное состояние присутствует, если система n алгебраических уравнений с n неизвестными $F_i(A_k) = 0$ имеет решение. Единственный способ нарушить SUSY — получить вырожденную систему уравнений. При этом как минимум одна комбинация вакуумных средних скалярных полей не будет фиксироваться на древесном уровне. Минимальное количество киральных мультиплетов, необходимое для осуществления спонтанного нарушения, равно трем.

Рассмотрим систему киральных полей \hat{A} , \hat{B} и \hat{X} , описываемую следующим суперпотенциалом:

$$W(\hat{A}, \hat{B}, \hat{X}) = M\hat{A}\hat{B} + \lambda\hat{X}(\hat{A}^2 - \mu^2). \quad (3.15)$$

Уравнения

$$F_B = -MA = 0, \quad F_X = -\lambda(A^2 - \mu^2) = 0 \quad (3.16)$$

несовместны: суперсимметрия спонтанно нарушена. Из (3.15) получим потенциальную энергию скалярных полей:

$$V(A, B, X) = M^2 A^2 + \lambda^2 (A^2 - \mu^2)^2 + (MB + 2\lambda X A)^2. \quad (3.17)$$

Пусть $M^2 > 2\lambda^2 \mu^2$. Тогда $\langle A \rangle = 0$, $\langle B \rangle = 0$, $\langle X \rangle$ в древесном приближении не фиксируется. $F_A = F_B = 0$, $\langle F_X \rangle = -\lambda \mu^2$. ψ_X — голдстино. В древесном приближении в модели имеется безмассовое скалярное поле X . Если $M^2 < 2\lambda^2 \mu^2$, то $\langle A \rangle = \sqrt{\mu^2 - (M^2/2\lambda^2)}$. Вакуумные средние полей B и X по отдельности не фиксируются, фиксируется лишь их отношение:

$$\frac{\langle B \rangle}{\langle X \rangle} = -\frac{2\lambda}{M} \langle A \rangle, \quad \langle F_B \rangle = -M \langle A \rangle, \quad \langle F_X \rangle = \frac{M^2}{2\lambda}, \quad \langle F_A \rangle = 0. \quad (3.18)$$

Масса поля $2\lambda \langle A \rangle B - MX$ равна нулю в древесном приближении. Волновая функция голдстино имеет следующий вид:

$$\psi_G = 2\lambda \langle A \rangle \psi_B - M \psi_X. \quad (3.19)$$

Итак, при нарушении суперсимметрии по механизму О'Рафферти наряду с безмассовым фермионом (голдстино) в спектре имеется безмассовое в древесном приближении скалярное поле — суперпартнер голдстино *). Его вакуумное среднее также не фиксируется потенциалом. Радиационные поправки фиксируют вакуумное среднее этого поля и его массу.

д) Попытки построения моделей
со спонтанным нарушением SUSY
на масштабе 100 ГэВ

Займемся построением модели, основанной на спонтанном нарушении SUSY. Предположим, что в основном состоянии F -член какого-либо кирального поля (обозначим его буквой A) отличен от нуля. Посмотрим, к каким несуперсимметричным добавкам в спектре приводит $\langle F_A \rangle \neq 0$. Пусть в суперпотенциале имеется член $\Delta W = AB^2$. Тогда у поля B появятся следующие несуперсимметричные массовые члены: $\Delta \mathcal{L} = \langle F_A \rangle [(Re B)^2 - (Im B)^2]$. Таким образом, комплексное скалярное поле B расщепляется на две вещественные компоненты; масса одной из них больше суперсимметричного значения, другой — на столько же меньше. Масса спинорного поля ψ_B не изменяется и совпадает с суперсимметричным значением. Видно, что для построения реалистической модели этот механизм не подходит. Действительно, пытаясь утяжелить электроны \tilde{e} с помощью отличного от нуля F -члена какого-либо вспомогательного поля, мы приходим к существованию скалярной заряженной частицы с отрицательным квадратом массы, т. е. к нарушению электрического заряда конденсатом этого поля. Итак, спонтанное нарушение SUSY по механизму О'Рафферти-Файе не дает способа построения реалистической модели.

Другой имеющийся в нашем распоряжении механизм нарушения SUSY — механизм Илиопулоса — Файе. Для его осуществления необходимо наличие локальной $U(1)$ -симметрии в теории. В стандартной модели такая симметрия имеется — это $U(1)$ -группа гиперзаряда. Покажем, что она не может быть использована для построения реалистической модели. Вакуумное значение $\langle D_Y \rangle \neq 0$ приводит к несуперсимметричным массовым членам: $\Delta \mathcal{L} = - \sum_i g_A \mathbf{A}_i^* A_i \langle D \rangle$; здесь g_A — гиперзаряд поля A_i . Поля \tilde{u}_R^* и \tilde{d}_R^* имеют гиперзаряды разных знаков, т. е. одновременно с $M_{\tilde{d}_R}^2 > (20 \text{ ГэВ})^2$ получаем $M_{\tilde{u}_R}^2 < -2 (20 \text{ ГэВ})^2$, поле \tilde{u}_R^* выпадает в конденсат, нарушается электрический заряд и цвет. Утверждение, что в стандартной $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ -модели спонтанное нарушение SUSY с необходимостью приводит к существованию скалярных частиц более легких, чем их спинорные суперпартнеры, получило в литературе наименование теоремы Файе — Димопулоса — Джорджи ^{42,39}.

Для того чтобы избежать появления легких скаляров, Файе расширил стандартную модель и ввел добавочную $U(1)$ -группу ⁴², по которой все кварковые и лептонные суперполя имеют положительные заряды. В ряде работ им изучалась феноменология низкоэнергетической $SU(3) \times SU(2) \times U(1) \times U'(1)$ -симметрии, в частности, свойства дополнительного нейтрального векторного бозона и переносимых им нейтральных токов. Вайнберг в работе ¹⁶ попытался избавить модель Файе от треугольных аномалий. В стандартной $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ -теории происходит компенсация кварковых и лептонных вкладов в треугольные аномалии. Отсутствие аномалий тре-

*) При спонтанном нарушении SUSY в одном супермультиплете с голдстино всегда находится физическое безмассовое в древесном приближении поле. Если нарушение происходит за счет F -члена, то это скалярное поле, если за счет D -члена — векторное (фотон).

буется для перенормируемости теории; это есть теоретическое обоснование кварк-лептонной симметрии, наблюдаемой на опыте. Поэтому естественно требовать компенсации аномалий и в $SU(3) \times SU(2) \times U(1) \times U'(1)$ -схеме. Введение лишней $U'(1)$ -симметрии приводит к большому количеству новых аномальных амплитуд. Для их компенсации Вайнбергу пришлось ввести в модель большое количество новых частиц. Позднейшие исследования показали, что, хотя в варианте Вайнберга $SU(3) \times SU(2) \times U(1) \times U'(1)$ -модели треугольные аномалии отсутствуют, в этой модели имеется суперсимметричный (а значит, наиболее выгодный энергетически) вакуум, в котором отличны от нуля вакуумные средние электрически заряженных полей (см. примечание в ¹⁶).

Вышеизложенное вызывает пессимизм относительно возможности построения реалистической модели, основанной на спонтанном нарушении SUSY. Источником всех бед является непосредственное (на древесном уровне) взаимодействие суперполей, вспомогательные компоненты которых развивают вакуумные средние (нарушая тем самым SUSY) с кварковыми и лептонными суперполями. Плодотворным оказался подход, при котором кварковые и лептонные суперполя «узнают» про нарушение SUSY за счет радиационных поправок ⁴³⁻⁴⁸. При этом скалярные суперпартнеры автоматически оказываются тяжелее спиноров.

е) Модели с геометрической иерархией

Так называются модели, в которых нарушение SUSY происходит в два этапа. На первом этапе вводится мир тяжелых частиц, характеризуемых массой M , в котором происходит спонтанное нарушение SUSY масштаба $\mu \ll M$. При этом суперполе, в состав которого входит голдстино, на древесном уровне не взаимодействует с супермультиплетом, в состав которого входят кварки, лептоны, хиггсовские бозоны и калибрующие группу $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ векторные поля. Нарушение SUSY проникает в сектор легких частиц на втором этапе за счет петлевых графиков, в которых распространяются тяжелые частицы с массой M . Поэтому масштаб нарушения SUSY в секторе легких частиц $m \approx \mu^2/M$, что и объясняет термин «геометрическая иерархия»: масштаб нарушения SUSY есть среднее геометрическое между большим и малым масштабами.

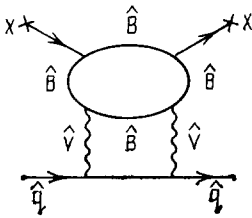


Рис. 9. Нарушение SUSY в секторе легких частиц в моделях с геометрической иерархией

В качестве примера рассмотрим диаграмму рис. 9. \hat{X} и \hat{B} — киральные суперполя. SUSY нарушена: $\langle \hat{F}_X \rangle \neq 0$. На древесном уровне содержащее голдстино поле \hat{X} взаимодействует с тяжелым полем \hat{B} , которое, в свою очередь, имеет общее калибровочное взаимодействие с кварковыми (лептонными, хиггсовскими) суперполями. Согласно известной теореме ⁴⁹ в теории возмущений F -члены за счет петлевых графиков не возникают. Диаграмма рис. 9 генерирует следующий оператор:

$$O = \frac{1}{M^2} [X^* X q^* q]_D = \frac{\langle \hat{F}_X \rangle^2}{M^2} (\tilde{q}^* \tilde{q}), \tag{3.20}$$

и у кваркино возникает нарушающая SUSY добавка к массе $\Delta M_{\tilde{q}} \approx \mu^2/M$. Эта добавка универсальная: кваркино из разных семейств с одинаковыми квантовыми числами «утяжеляются» одинаково, т. е. естественным образом выполняется супергимбовская компенсация. Диаграммы, аналогичные рис. 9, дают массу лептино и хиггсовским бозонам. Так как массовые члены хиггсовских бозонов определяют масштаб нарушения электрослабой $SU(2) \times U(1)$ -симметрии, в моделях с геометрической иерархией низкоэнергетический мас-

штаб m оказывается порядка массы промежуточных бозонов M_W . В качестве масштаба масс тяжелых частиц естественно выбрать масштаб великого объединения M_{GUM} . В SUSY-моделях великого объединения $M_{\text{GUM}} \sim 10^{16}$ ГэВ (см. гл. 5). При этом для масштаба нарушения SUSY получаем

$$\mu = \sqrt{M_W M_{\text{GUM}}} \approx 10^9 \text{ ГэВ}. \quad (3.21)$$

В конкретных моделях ⁴⁵⁻⁴⁷ наряду с размерными параметрами величина μ зависит еще и от калибровочных и юкавских констант связи, что приводит к несколько большему значению: $\mu = 10^{10} - 10^{12}$ ГэВ.

Ключевым для дальнейшего является то, что при столь большом значении параметра нарушения SUSY нельзя пренебрегать эффектами супергравитации. Нарушающие SUSY SUGRA-поправки в низкоэнергетическом секторе характеризуются масштабом $\mu^2/M_P = 10-10^5$ ГэВ (где M_P — масса Планка, $M_P = 10^{19}$ ГэВ), т. е. они на 100% важны для моделей, рассмотренных в этом разделе. Здесь мы сталкиваемся с чрезвычайно многообещающей ситуацией: впервые в физике элементарных частиц на низкоэнергетическом масштабе 100 ГэВ важную роль играют эффекты гравитации.

Подведем итоги. Во-первых, единственная феноменологически приемлемая, основанная на $(N = 1)$ -SUSY модель требует нарушения SUSY на промежуточном масштабе масс $\mu = \sqrt{M_W M}$. отождествляя M с масштабом великого объединения M_{GUM} , мы приходим к модели, при анализе которой на 100% важны гравитационные поправки.

4. НАРУШЕНИЕ SUSY С УЧЕТОМ СУПЕРГРАВИТАЦИИ

а) $(N = 1)$ -материя + супергравитация

В этой главе будет изучаться система « $(N = 1)$ -супергравитация + материя». Поясним, почему локальная суперсимметрия приводит к супергравитации и откуда берется поле со спином $3/2$. Супергруппа Пуанкаре имеет генераторами сдвиг P_a , вращение M_{ab} и суперпреобразование Q_α . Локальная реализация P_a и M_{ab} приводит к ОТО с гравитоном e_μ^a , калибрующим P_a в качестве физического поля (из-за наличия спинорных полей приходится работать в тетрадном представлении гравитации); связность ω_μ^{ab} , калибрующая M_{ab} , выражается через тетраду e_μ^a и ее производные. Локализация параметра суперпреобразования $\varepsilon_\alpha \rightarrow \varepsilon_\alpha(x)$ требует введения калибровочного поля с законом преобразования $\delta\psi_\mu^a \sim \partial_\mu \varepsilon_\alpha(x)$, т. е. спин ψ_μ^a равен $3/2$.

Физические степени свободы гравитационного мультиплетта составляют безмассовые гравитон e_μ^a со спином 2 (две степени свободы на массовой поверхности) и гравитино ψ_μ со спином $3/2$ (также две степени свободы на массовой поверхности). Вне массовой поверхности гравитон имеет 6 степеней свободы (10 параметров симметричного тензора 4×4 за вычетом 4 степеней, отвечающих сдвигам системы координат, которые гравитон калибрует), гравитино — 12 (16 компонент поля Рариты — Швингера за вычетом 4 суперпреобразований, осуществляемых майорановским спинором — генератором суперсимметрии Q , которые калибрует гравитино). Поэтому для суперсимметричного описания вне массовой поверхности и линейной реализации суперсимметрии аналогично случаю кирального и векторного мультиплетов необходимы вспомогательные поля. Для $(N = 1)$ -супергравитации существуют различные наборы вспомогательных полей; простейший набор — два скалярных поля и одно векторное (6 дополнительных бозонных степеней свободы) — отвечает так называемой «минимальной SUGRA».

Лагранжиан системы « $(N = 1)$ -супергравитация + материя» неперенормируем; расходимости в петлевых диаграммах приводят к неконтролируемым бесконечностям. Надежды на конечную теорию связываются с рас-

ширенными суперсимметриями с $N > 1$; в таких теориях материя находится в одном мультиплете с гравитоном и гравитино, что приводит к улучшению ультрафиолетового поведения. В частности, $(N = 2)$ -теория объединяет гравитацию с электромагнетизмом, и в ней $\gamma\gamma$ -рассеяние оказывается конечным в одной петле, тогда как без учета гравитино сумма однопетлевых диаграмм расходится³³. Наиболее перспективной в этой связи представляется самая богатая $(N = 8)$ -SUGRA. Мы в этой главе будем изучать значительно более простую систему « $(N = 1)$ -SUGRA + материя». Можно думать, что она реализуется в результате спонтанного нарушения $(N = 8)_{\text{лок}} \rightarrow (N = 1)_{\text{лок}}$ при энергиях $\sim M_P$. Тогда ответственность за расходимость при $E > M_P$ возьмет на себя $(N = 8)$ -теория, а лагранжиан $(N = 1)$ -теории следует рассматривать как эффективный низкоэнергетический, справедливый при $E < M_P$. Эффективный лагранжиан, как уже было сказано, неперенормируем, что позволяет вводить в него неполиномиальные функции суперполей. При этом легко получить теорию со спонтанно нарушенной SUSY: для этого достаточно одного кирального мультиплета материи. Более того, так как с учетом гравитации энергия перестает играть роль параметра порядка, спонтанное нарушение SUSY в системе $(N = 1)$ -SUGRA + материя является случаем общего положения. При этом имеет место так называемый эффект «суперхиггса»⁵⁰: гравитино поглощает безмассовое голдстино и образуется массивная частица со спином $3/2$ (аналогично тому, как при обычном эффекте Хиггса векторное калибровочное поле поглощает скалярный голдстоун и становится массивным).

б) Суперхиггс-эффект

Суперхиггс-эффект может быть рассмотрен весьма общим образом без конкретизации вида взаимодействия супермультиплетов материи⁵¹. Пусть в секторе материальных полей происходит спонтанное нарушение глобальной SUSY, результатом чего является появление космологического члена

$$\Delta \mathcal{L}_{\text{matter}} = \int d^4x \sqrt{-g} (-M_{\text{SB}}^4). \quad (4.1)$$

В лагранжиан супергравитации, состоящий из действия Гильберта для гравитона и действия Рариты — Швингера для гравитино, также может быть введен «суперкосмологический» член. Добавка вида (4.1) явно нарушает суперсимметрию, так как $\sqrt{-g}$ преобразуется при суперпреобразовании через эф. Оказывается, что суперинвариантный космологический член имеет вид⁵²

$$\Delta \mathcal{L}_{\text{SL}} = \int d^4x \sqrt{-g} \left(\frac{3m_{3/2}^2}{k^2} + m_{3/2} \bar{\Psi}_\mu \sigma_{\mu\nu} \Psi_\nu \right), \quad (4.2)$$

где $k = \sqrt{8\pi}/M_P$. Наличие в (4.2) «массы гравитино» на самом деле не означает массивности этой частицы. Дело в том, что уравнения для метрики с учетом космологического члена из (4.2) приводят к антидеситтеровскому пространству-времени, в котором вопрос о массе частицы решается не так просто, как в плоском пространстве-времени Минковского. Но нам не надо разбираться с антидеситтеровским миром, так как феноменологически приемлем лишь мир Минковского, отвечающий нулевой космологической постоянной. Космологическая постоянная сократится в сумме лагранжианов материи (4.1) и гравитации (4.2) при условии

$$m_{3/2} = \sqrt{\frac{8\pi}{3}} \frac{M_{\text{SB}}^2}{M_P}. \quad (4.3)$$

В получившемся плоском пространстве гравитино будет иметь массу, равную $m_{3/2}$.

Локально суперсимметричный лагранжиан взаимодействующих киральных суперполей с учетом калибровочных взаимодействий с векторными суперполями был впервые получен в работе ⁵³. Введем для киральных суперполей обозначение $s_i \equiv (z_i, \chi_i, F_i)$. Тогда взаимодействие полей s_i определяется одной произвольной вещественной функцией $G(z_i, z_i^*)$, которую называют келеровым потенциалом. Потенциальная энергия скалярных полей имеет вид (здесь и ниже полагаем $\sqrt{8\pi}/M_{\text{P}} = 1$)

$$V(z_i) = e^G [G^i (G_j^i)^{-1} G_j - 3], \quad (4.4)$$

где

$$G^i \equiv \frac{\partial G}{\partial z_i}, \quad G_j \equiv \frac{\partial G}{\partial z_j^*}, \quad G_j^i \equiv \frac{\partial^2 G}{\partial z_i \partial z_j^*}.$$

Кинетическая энергия полей z_i дается выражением

$$T(z_i) = G_j^i (\partial_\mu z_i) (\partial_\mu z_j^*). \quad (4.5)$$

В лагранжиане появляется «массовый член» для гравитино:

$$\Delta \mathcal{L}_{\Psi\mu} = e^{G/2} \bar{\Psi}_\mu \sigma_{\mu\nu} \Psi_\nu. \quad (4.6)$$

Если минимум потенциала (4.4) достигается при z_{0i} таких, что $V(z_{0i}) = 0$, происходит суперхиггс-эффект и гравитино набирает массу $m_{3/2} = e^{G(z_{0i})/2}$. Поле голдстино, поглощаемое гравитино, имеет вид

$$\eta = \langle e^{G/2} G_i \rangle \chi_i. \quad (4.7)$$

Для того чтобы установить связь с рассматривавшимся ранее случаем глобальной SUSY, представим G в виде

$$G(z_i, z_i^*) = d(z_i, z_i^*) + \ln \{f(z_i) f^*(z_i^*)\}. \quad (4.8)$$

Подставляя (4.8) в (4.4) и (4.5), получим

$$T = d_j^i (\partial_\mu z_i) (\partial_\mu z_j^*), \quad (4.9)$$

$$V = e^d [(d_j^i)^{-1} (f^i + d^i f) (f_j^* + d_j f^*) - 3 |f|^2], \quad (4.10)$$

где $d^i \equiv \frac{\partial d}{\partial z_i}$, $d_j \equiv \frac{\partial d}{\partial z_j^*}$, $f^i \equiv \frac{\partial f}{\partial z_i}$, $f_j \equiv \frac{\partial f}{\partial z_j^*}$,

$$d_j^i \equiv \frac{\partial^2 d}{\partial z_i \partial z_j^*}. \quad (4.11)$$

Для перехода к плоскому случаю восстановим в (4.10) размерный множитель $M \equiv M_{\text{P}}/\sqrt{8\pi}$:

$$V = e^{d/M^2} \left[\left(\frac{\partial^2 d}{\partial z_i \partial z_j^*} \right)^{-1} \left(\frac{\partial f}{\partial z_i} + \frac{1}{M^2} \frac{\partial d}{\partial z_i} f \right) \times \right. \\ \left. \times \left(\frac{\partial f^*}{\partial z_j^*} + \frac{1}{M^2} \frac{\partial d}{\partial z_j^*} f^* \right) - \frac{3 |f|^2}{M^2} \right]. \quad (4.12)$$

В пределе $M \rightarrow \infty$ получим

$$T = \frac{\partial^2 d}{\partial z_i \partial z_j^*} \partial_\mu z_i \partial_\mu z_j^*, \quad V = \left(\frac{\partial^2 d}{\partial z_i \partial z_j^*} \right)^{-1} \frac{\partial f}{\partial z_i} \frac{\partial f^*}{\partial z_j^*}. \quad (4.13)$$

Выражения (4.13) для T и V получаются из следующего действия, записанного через суперполя:

$$S = \int d^4x d^2\theta d^2\bar{\theta} d(s_i, \bar{s}_i) + \int d^4x d^2\theta f(s_i) + \text{к. с.} \quad (4.14)$$

S есть наиболее общий вид действия для системы киральных суперполей в плоском пространстве; оно является отправным при обобщении на случай

локальной симметрии. Зависимость от двух функций d и f удается свести к одной функции G благодаря наличию в (4.8) инвариантности относительно преобразования:

$$\begin{aligned} d &\rightarrow d + g(z_i) + g^*(z_i^*), \\ f &\rightarrow e^{-g(z_i)} f. \end{aligned} \quad (4.15)$$

В глобальном случае (4.14) эта инвариантность сводится к преобразованию

$$d(s_i, s_j^*) \rightarrow d + g(s_i) + g^*(\bar{s}_i), \quad (4.16)$$

при котором действие (4.14) не изменяется. Используя (4.16), перепишем (4.14) в следующем виде:

$$S = \int d^4x d^2\theta d^2\bar{\theta} \frac{\partial^2 V}{\partial s_i \partial \bar{s}_j} s_i \bar{s}_j + \int d^4x d^2\theta f(s_i) + \text{к. с.} \quad (4.17)$$

Первый член в (4.17) имеет геометрическую интерпретацию. Скалярные компоненты полей s_i образуют комплексное N -мерное (по числу киральных полей N) келерово многообразие (или $2N$ -мерное риманово). V является потенциалом келерова многообразия; $\partial^2 V / \partial z_i \partial \bar{z}_j^*$ задает метрику на нем. Метрика инвариантна относительно келерова преобразования (4.16) (с заменой d на V). Включение гравитации в нелинейные суперсимметричные σ -модели, описываемые лагранжианом (4.17), с точки зрения геометрии Келера рассматривается в работах ⁵⁴⁻⁵⁶.

Аналогия между преобразованием Келера (4.16) и калибровочным $U(1)$ -преобразованием векторного мультиплетта $V \rightarrow V + \Lambda + \bar{\Lambda}$ поясняет, почему аналогично полю V в лагранжиане калибровочно неинвариантной суперматерии множитель d стоит в формуле (4.10) в экспоненте. Выражение (4.10) получается при разрешении уравнений на вспомогательные поля; специфичный для супергравитации отрицательный вклад в потенциал скалярных полей возникает от вспомогательных полей гравитационного супермультиплетта.

При учете взаимодействия с векторными суперполями аргумент функции d в (4.14) изменяется: $d(s_i, \bar{s}_i e^{2gV})$; также следует потребовать инвариантности d и f относительно калибровочных преобразований. Суперянг-миллсовская напряженность в плоском пространстве при отмене требования перенормируемости обобщается следующим образом:

$$\int d^4x d^2\theta W_\alpha W^\alpha \rightarrow \int d^2x d^2\theta \Phi_\alpha^\beta(s_i) W^\alpha W_\beta; \quad (4.18)$$

здесь α, β — групповые значки, $\Phi_{\alpha\beta}(s_i)$ — произвольная функция киральных суперполей. Также не приводят к высшим производным в лагранжиане более высокие степени W_α в действии (4.18), но по соображениям простоты мы ограничимся действием (4.18). Вспомогательные поля векторных мультиплетов индуцируют добавку к потенциалу скалярных полей (4.4):

$$\Delta V_{\text{gauge}}(z_i) = \frac{1}{2} g^2 \Phi_{\alpha\beta}^{-1} [G^i (T^\alpha)_i^j z_j] [G^m (T^\beta)_m^n z_n]. \quad (4.19)$$

«Минимальной связью» системы киральных и векторных полей с ($N = 1$)-супергравитацией называется связь, не изменяющая канонической формы кинетических членов материи и янг-миллсовских полей:

$$d(z_i, z_i^*)_{\text{min}} = \sum_i |z_i|^2, \quad \Phi_{\alpha\beta}(s_i)_{\text{min}} = \delta_{\alpha\beta}. \quad (4.20)$$

В случае минимальной связи из трех произвольных функций d, f и Φ остается только одна f , что сильно упрощает анализ моделей. Поэтому большая часть рассматриваемых в литературе (и в этой главе) моделей основана на минимальной связи с супергравитацией (не путать с «минимальной суперграви-

тацией», имеющей минимальное количество вспомогательных полей в гравитационном мультиплете).

Потенциал скалярных полей при минимальной связи имеет следующий вид:

$$V = \exp \left(\sum_i \frac{|z_i|^2}{M^2} \right) \left(\left| \frac{\partial f}{\partial z_i} + \frac{z_i^* f}{M^2} \right|^2 - 3 \frac{|f|^2}{M^2} \right) + \frac{g^2}{2} |z_i^* T z_i|^2, \quad (4.21)$$

а масса гравитино равна

$$m_{3/2} = e^{\langle |z_i|^2 \rangle / 2M^2} \frac{\langle f \rangle}{M^2}. \quad (4.22)$$

Рассмотрим простейший пример: связь одного кирального поля с SUGRA. Выберем суперпотенциал $f(z)$ в виде ⁵⁷

$$f(z) = M^2 (z + \beta). \quad (4.23)$$

Тогда из (4.21) получим, что $V_{\min} = 0$ при $\beta = (2 - \sqrt{3})M$, $z_{\min} = (\sqrt{3} - 1)M$. Для массы гравитино имеем

$$m_{3/2} = M e^{(1/2)(\sqrt{3}-1)^2}. \quad (4.24)$$

Из разобранный примера видно, что для получения нулевого космологического члена необходима точная настройка параметров суперпотенциала (β).

Не выписывая общего вида лагранжиана спинорных полей материи, отметим, что супершпур $M_P^2 \left[\sum_J (2J + 1) (-)^{2J} M_P^2 \right]$ пропорционален массе

гравитино $m_{3/2}^2$ ⁵³. Поэтому для построения феноменологических моделей необходимо иметь $m_{3/2}^2 \sim (M_W)^2$, так как большие значения $m_{3/2}^2$ не обеспечат SUSY-решения проблемы иерархий (низкого обрезания квадратичных расходимостей в массах хиггсовских частиц), а меньшие экспериментально запрещены (отсутствие на опыте суперпартнеров обычных частиц). В потенциале скалярных частиц (4.21) имеется естественный масштаб — масса Планка, что приводит к $m_{3/2} \sim M_P$ (см., например, (4.24)). Малый масштаб M_W может быть «заведен» в потенциал скалярных частиц через суперпотенциал $f(z)$. Выбирая

$$f(z) = M_W \Phi(z), \quad (4.25)$$

получим из (4.21), (4.22)

$$\left\langle \frac{\partial f}{\partial z} \right\rangle \equiv M_{\text{SB}}^2 \sim M_W M_P, \quad m_{3/2} \sim M_W. \quad (4.26)$$

Таким образом, реалистические модели, к рассмотрению которых мы переходим, имеют два «врожденных» недостатка: необходимость точной настройки параметров для зануления космологического члена и искусственное введение в суперпотенциал малого масштаба. Может быть, переход к расширенным SUSY-теориям поможет естественным образом избавиться от этих недугов. Один из способов «лечения» в рамках ($N = 1$)-теорий будет рассмотрен в конце этой главы.

в) Низкоэнергетический лагранжиан

Наряду с кварковыми, лептонными и хиггсовскими киральными суперполями (обозначим их y_i) введем скрытый сектор — киральные суперполя z_i ^{58,59}. Суперхиггс-эффект будет происходить в скрытом секторе. Суперпотенциал выберем в форме ^{58,59}

$$f(y_i, z_i) = g(y_i) + h(z_i). \quad (4.27)$$

В случае глобальной SUSY суперпотенциал (4.27) приводит к двум невзаимодействующим секторам теории. Эффекты гравитации перемешивают эти секторы.

Ограничимся для простоты случаем одного синглетного по калибровочным взаимодействиям кирального суперполя z в скрытом секторе. Подставим выражение (4.27) в (4.21). В пределе $M \rightarrow \infty$ получим следующий потенциал скалярных частиц:

$$V(y_i, z) = V(z) + V(y_i), \quad (4.28a)$$

$$V(z) = \exp\left(\frac{|z|^2}{M^2}\right) \left(\left| \frac{\partial h}{\partial z} + \frac{z^* h}{M^2} \right|^2 - 3 \frac{|h|^2}{M^2} \right), \quad (4.28b)$$

$$V(y_i) = \exp\left(\frac{|z|^2}{M^2}\right) \left\{ \left| \frac{\partial g}{\partial y_i} + \frac{y_i^* h}{M^2} \right|^2 + \frac{g}{M^2} \left[z^* \left(\frac{\partial h}{\partial z} + \frac{z^* h}{M^2} \right) - 3h \right] + \text{к. с.} \right\} + \frac{g^2}{2} |y_i^* T y_i|^2. \quad (4.28в)$$

Выбирая h в форме (4.25), обнаружим, что в минимуме (4.28б) $\langle z \rangle \sim M_P$, $\langle h \rangle \sim M_W M_P^2$. Параметры h следует подобрать так, чтобы в минимуме $V(z)$ равнялся нулю (тем самым сокращается космологический член $\Lambda \sim M_W^2 M_P^3$). При минимизации $V(y_i)$ (4.28в) z и $h(z)$ следует заменить их вакуумными значениями. Для эффективного потенциала низкоэнергетического сектора получим:

$$V(y_i) = \left| \frac{\partial g}{\partial y_i} + m_{3/2} y_i^* \right|^2 + (A - 3) m_{3/2} (g + g^*) + \frac{1}{2} \sum_a D_a^2(y_i), \quad (4.29)$$

где

$$A = \left\langle \exp\left(\frac{|z|^2}{2M^2}\right) z^* \left(\frac{\partial h}{\partial z} + \frac{z^* h}{M^2} \right) h^{-1} \right\rangle \sim \frac{z_{\min}}{M}.$$

При выводе (4.29) была произведена замена: $g(y_i) \rightarrow \exp(-\langle z \rangle^2 / 2M^2) \times g(y_i)$; D_a обозначает D -член векторного мультиплетта V_a , $D_a \equiv g y_i^* T^a y_i$. Начав с системы полей y_i и z , взаимодействующих за счет супергравитации, мы пришли к потенциалу $V(y_i)$ (4.29), в котором воспоминания о скрытом секторе содержатся всего в двух параметрах: массе гравитино $m_{3/2}$, фиксирующем масштаб теории, и в числе $A \sim 1$. Спинорные поля ψ_{y_i} взаимодействуют так же, как и в глобальной SUSY-теории с суперпотенциалом $g(y_i)$. Итак, мы приходим к глобальной SUSY-теории, явно нарушенной в секторе взаимодействия скалярных полей. Нарушающие SUSY-операторы являются мягкими и не приводят к возникновению квадратичных расходимостей (см. гл. 3).

Суперпотенциал низкоэнергетического сектора $g(y_i)$ содержит члены двух типов: во-первых, взаимодействие кварковых и лептонных киральных мультиплетов с хиггсовскими, дающее массы кваркам и лептонам, и, во-вторых, самовзаимодействие хиггсовских мультиплетов. В простейшем случае двух хиггсовских мультиплетов получим

$$g = h_u H_L^i Q_L U_R^* + h_d H_L Q_L D_R^* + h_l H_L L_L E_R^* + \mu H_L^i H_L. \quad (4.30)$$

Эстетически более привлекательна конформно-инвариантная форма g с $\mu = 0$. При этом масштаб масс полей y_i целиком определяется эффектами SUGRA.

г) М а с с ы к в а р к и н о , л е п т и н о и к а л и б р и н о

Кваркино и лептино получают универсальный вклад в массу, равный массе гравитино $m_{3/2}$ (см. (4.29)). Так мгновенно решается задача утяжеления скалярных партнеров кварков и лептонов, препятствовавшая построению реалистической модели, основанной на спонтанном нарушении SUSY (см. гл. 3). Если вакуумные средние хиггсовских дублетов H и H' не равны друг другу, то член, пропорциональный $D^2(y_i)$, также вносит вклад в массу кваркино и лептино. Этот вклад зависит от зарядов частиц по калибровочной

U (1)-группе, однако не зависит от номера поколения. (Ниже будем считать $\langle H^0 \rangle = \langle H'^0 \rangle$). Наконец, члены $m_{3/2} y_i \partial g / \partial y_i$ и $(A - 3) m_{3/2} (g + g^*)$ приводят к вкладам в массовую матрицу, пропорциональным массам соответствующих кварков и лептонов и перепутывающим правые и левые кваркино и лептино. Собственные значения массовых матриц кваркино (лептино) равны

$$m_{\tilde{q}(l)} \approx m_{3/2} + \alpha m_{q(l)}, \tag{4.31}$$

где α — число порядка 1. Из (4.31) следует, что массы кваркино и лептино двух первых поколений практически вырождены.

Анализ масс калибрино начнем с наиболее простого случая глюино. В случае минимальной связи векторных мультиплетов с супергравитацией (см. (4.20)) глюино в древесном приближении безмассово. На однопетлевом уровне за счет графиков рис. 10 глюино набирает массу:

$$m_{\tilde{g}} \approx \frac{\alpha_s}{\pi} \frac{1}{m_{3/2}} \sum_q m_q^2.$$

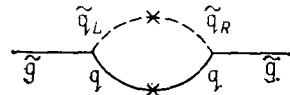


Рис. 10. Возникновение массы глюино на однопетлевом уровне

Полагая $m_{3/2} = 100$ ГэВ, $\alpha_s = 0,1$ и $m_q = 30$ ГэВ, получим $m_{\tilde{g}} \sim 300$ МэВ. В теориях великого объединения в петле рис. 10 надо учесть прохождение тяжелых частиц. При этом для массы глюино получим $m_{\tilde{g}} \sim c (\alpha_s/\pi) m_{3/2}$, где множитель $m_{3/2}$ появляется из-за явно нарушающего SUSY перехода «правой» скалярной частоты в «левую»; c — оператор Казимира. На 24-плете хиггсов группы SU (5) $c = 5$, $m_{\tilde{g}} \sim 15$ ГэВ. Калибрино групп SU (2) и U (1) получают аналогичную диагональную массу с заменой α_s (α_3) на α_2 и α_1 соответственно.

В случае неминимальной связи с SUGRA калибрино получают диагональную массу в древесном приближении. Выбирая $\Phi_{\alpha\beta}(s_i)$ в (4.18) в виде $\delta_{\alpha\beta} \hat{z}$, получим универсальную диагональную массу калибрино:

$$m_{\tilde{g}_i \tilde{g}_i} \approx \frac{F_z}{M_P} (\tilde{g}_i \tilde{g}_i) = m_{3/2} (\tilde{g}_i \tilde{g}_i). \tag{4.32}$$

Итак, в случае неминимальной связи калибрино получают большую универсальную диагональную массу $\sim m_{3/2}$. При рассмотрении масс калибрино группы SU (2) \times U (1) приходится иметь дело с массовыми матрицами. Начнем с заряженных W $^\pm$ -бозино. Наиболее общее взаимодействие четырех вейлевских полей $\tilde{W}_R^\pm, \tilde{H}_L^+$ и \tilde{H}_L^- имеет вид

$$\hat{V} = \mu_1 \tilde{W}_R^+ \tilde{H}_L^+ + \mu_2 \tilde{W}_R^- \tilde{H}_L^- + M_{\tilde{W}} \tilde{W}_R^+ \tilde{W}_R^- + M_{\tilde{H}} \tilde{H}_L^+ \tilde{H}_L^- + \text{к. с.} \tag{4.33}$$

Первые два члена, перемешивающие \tilde{W} и \tilde{H} , возникают при появлении вакуумных средних у скалярных хиггсовских полей (рис. 11); $\mu_1 = g \langle H'^0 \rangle$, $\mu_2 = g \langle H^0 \rangle$. Третий член нарушает SUSY. Его происхождение и величина в основанных на SUGRA моделях только что обсуждались. Наконец, четвертый член появляется от члена $M_{\tilde{H}} \hat{H} \hat{H}'$ в суперпотенциале $g(y_i)$.

Если в суперпотенциале нет члена $M_{\tilde{H}} \hat{H} \hat{H}'$, то переход $\tilde{H}_L^+ \tilde{H}_L^-$ возникает за счет радиационных поправок (рис. 12, a). При этом для переходного матричного элемента по порядку величины получим

$$M_{\tilde{H}^+ \tilde{H}^-} \approx \frac{1}{16\pi^2} \frac{m_t m_b}{\langle H'^0 \rangle \langle H^0 \rangle} \frac{m_t m_b m_{3/2}}{m_t^2} \approx 60 \text{ кэВ}, \tag{4.34}$$

где для численной оценки мы положили $\langle H^0 \rangle = \langle H'^0 \rangle$, $m_t = 30$ ГэВ, $m_{3/2} = m_{\tilde{t}} = 100$ ГэВ.

Запишем (4.33) в виде матрицы

$$(\tilde{W}_R^+ \tilde{H}_L^- \tilde{W}_R^- \tilde{H}'_L^+) \begin{pmatrix} 0 & 0 & M_{\tilde{W}\tilde{W}} & \mu_1 \\ 0 & 0 & \mu_2 & M_{\tilde{H}\tilde{H}} \\ M_{\tilde{W}\tilde{W}} & \mu_2 & 0 & 0 \\ \mu_1 & M_{\tilde{H}\tilde{H}} & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{W}_R^+ \\ \tilde{H}_L^- \\ \tilde{W}_R^- \\ \tilde{H}'_L^+ \end{pmatrix}$$

и найдем ее собственные значения. Из 4 затравочных полей (2 вейлевских \tilde{H}'_L^+ и \tilde{H}_L^- и 2 майорановских \tilde{W}_1 и \tilde{W}_2) образуются 2 дираковские частицы $\tilde{w}_{1,2}$:

$$M_{\tilde{w}_{1,2}}^2 = \frac{1}{2} \left(\mu_1^2 + \mu_2^2 + M_{\tilde{W}\tilde{W}}^2 + M_{\tilde{H}\tilde{H}}^2 \pm \sqrt{(\mu_1^2 + \mu_2^2 + M_{\tilde{H}\tilde{H}}^2 + M_{\tilde{W}\tilde{W}}^2)^2 - 4(\mu_1\mu_2 - M_{\tilde{H}\tilde{H}}M_{\tilde{W}\tilde{W}})^2} \right). \quad (4.35)$$

Масса W-бозона равна $M_W^2 = (\mu_1^2 + \mu_2^2)/2$. Как впервые отметил Вайнберг¹³, в широком классе моделей одна из этих новых частиц легче W-бозона. Действ-

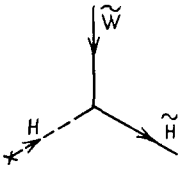


Рис. 11. Появление суперсимметричной недиагональной массы W-бозино в результате эффекта Хиггса

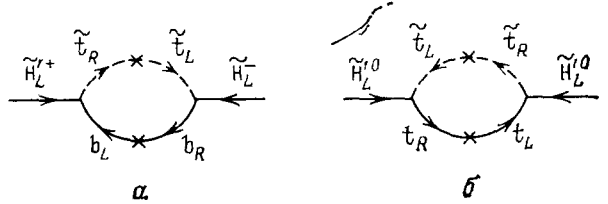


Рис. 12. Возникновение масс хиггсино за счет радиационных поправок (наибольший вклад дают кварки третьего поколения)

вительно, если $M_{\tilde{H}\tilde{H}}$ или/и $M_{\tilde{W}\tilde{W}} \ll \mu_{1,2}$, то в теории предсказывается существование дираковской частицы с массой, меньшей массы W; при этом с заметной вероятностью может происходить распад $W^\pm \rightarrow \tilde{w}^\pm + \tilde{\gamma}$ (см. введение).

Квадратичная часть взаимодействия нейтральных W_3 - и B-бозино и \tilde{H}^0 - и \tilde{H}'^0 -хиггсино имеет вид

$$\hat{V} = \frac{\eta}{\sqrt{2}} (g\tilde{W}_3 - g'\tilde{B})_R \tilde{H}_L^0 + \frac{\eta'}{\sqrt{2}} (g\tilde{W}_3 - g'\tilde{B})_R \tilde{H}'_L^0 + M_{\tilde{W}\tilde{W}} (\tilde{W}_{3R} \tilde{W}_{3R}) + M_{\tilde{B}\tilde{B}} (\tilde{B}_R \tilde{B}_R) + M_{\tilde{H}\tilde{H}} (\tilde{H}_L^0 \tilde{H}'_L^0), \quad (4.36)$$

где $\eta/\sqrt{2} \equiv \langle H^0 \rangle$, $\eta'/\sqrt{2} \equiv \langle H'^0 \rangle$. В общем случае имеются 4 майорановских массивных нейтральных фермиона. Если диагональные массы калибрино малы (минимальная связь с SUGRA), $M_{\tilde{B}\tilde{B}}, M_{\tilde{W}\tilde{W}} \ll g\eta, g\eta'$, то выделяется легкое фотино $\tilde{\gamma} = (g'\tilde{W}_3 + g\tilde{B})/\sqrt{g^2 + g'^2}$. Если в суперпотенциале нет члена $M_{\tilde{H}\tilde{H}} \hat{H}\hat{H}'$, то в спектре имеется легкое хиггсино $\chi = (\eta'\tilde{H}_L^0 - \eta\tilde{H}'_L^0)/\sqrt{\eta^2 + \eta'^2}$. Масса χ определяется графиками рис. 12, б. Аналогичная (4.34) оценка дает $M_\chi \sim 2$ МэВ. χ — суперпартнер аксиона, появляющегося при отсутствии члена $M_{\tilde{H}\tilde{H}} \hat{H}\hat{H}'$ в суперпотенциале; если χ

оказывается легчайшей суперчастицей, то оно стабильно и является конечным продуктом распада SUSY-частиц. Важный с практической точки зрения вопрос рождения калибрино в распадах W^{\pm} - и Z -бозонов подробно рассмотрен в недавней работе Файе ⁶⁰.

д) Нарушение $SU(2) \times U(1)$ -симметрии

Хиггсовские бозоны входят в состав киральных мультиплетов, и, аналогично кваркино и лептино, получают универсальный положительный квадрат массы, равный $m_{3/2}^2$. Но для нарушения $SU(2) \times U(1)$ необходим отрицательный квадрат массы хиггсовских бозонов. Вопрос может быть сформулирован в общем виде: чем хиггсовские киральные мультиплеты отличаются от кварковых и лептонных, что приводит к различным знакам квадратов массы нижних компонент киральных мультиплетов?

Простейший способ добиться $SU(2) \times U(1)$ -нарушения — расширить хиггсовский сектор введением синглетного кирального поля Y . Возьмем конформно-инвариантный суперпотенциал

$$g = \frac{\sigma}{3!} Y^3 + \lambda Y H' H \tag{4.37}$$

и положим для простоты в (4.29) $A = 3$ (имеется широкий класс моделей, приводящий к потенциалу скалярных частиц (4.29) с $A = 3$) ⁶¹. Тогда для потенциала скалярных частиц получим

$$V(Y, H', H) = |\sigma Y^2 + m_{3/2} Y + \lambda H' \epsilon H|^2 + |\lambda Y H + m H'|^2 + |\lambda Y H' + m H|^2 + \frac{g^2 + g'^2}{8} |H^+ H - H'^+ H'|^2. \tag{4.38}$$

$V(Y, H', H)$ имеет минимум, отвечающий нарушенной $SU(2) \times U(1)$ -симметрии: $\langle H^0 \rangle = \langle H'^0 \rangle = (m/\lambda) \sqrt{1 - (\sigma/\lambda)}$, $Y = -m/\lambda$. Введение синглетного поля Y приемлемо в рамках $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ -модели, но оно не может быть введено в единой SUSY-теории. Это поле получило специальное название «скользящий синглет» ^{47,62}; оно приводит к «затягиванию» низкоэнергетической шкалы M_W вверх. В $SU(5)$ -теории появляется график рис. 13. Крестиком обозначена нарушающая суперсимметрию массовая вставка $m_{3/2} M H_5 H'_5$, где M — масса цветных триплетов H_3, H'_3 , $M \sim M_{GUT}$. Диаграмма рис. 12 приводит к недопустимо большой массовой вставке $m_{3/2} M_{GUT} H_2 H'_2$, т. е. $M_W \sim \sqrt{m_{3/2} M_{GUT}}$. Так как из отсутствия заряженных кваркино и лептино в эксперименте следует, что $m_{3/2} > 20$ ГэВ, синглетное поле Y не может использоваться для нарушения $SU(2) \times U(1)$. Расширение хиггсовского сектора несинглетными полями нарушает экспериментально с хорошей точностью выполняемое соотношение $M_W^2 = M_Z^2 \cos^2 \theta_W$. Можно ли добиться нарушения $SU(2) \times U(1)$ -симметрии, не расширяя хиггсовского сектора? Ответ на этот вопрос будет дан в следующем разделе.

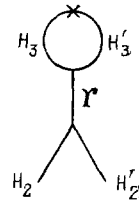


Рис. 13. Генерация большой переходной массы между дублетами H_2 и H'_2 за счет синглета Y

е) Нарушение $SU(2) \times U(1)$ -симметрии за счет радиационных поправок

В наиболее общем виде потенциал двух хиггсовских дублетов имеет вид

$$V(H, H') = \frac{m_1^2}{2} |H|^2 + \frac{m_2^2}{2} |H'|^2 - m_3^2 H' H + \frac{g^2 + g'^2}{8} (|H|^2 - |H'|^2)^2, \tag{4.39}$$

где перекрестное взаимодействие $m_3^2 H' H$ возникает при наличии члена $M \hat{H}' \hat{H}$ в суперпотенциале. Требование ограниченности снизу потенциала

вдоль линии $|H| = |H'|$ таково:

$$m_1^2 + m_2^2 - 2m_3^2 > 0. \quad (4.40)$$

Условие того, что точка $H = H' = 0$ — седловая (необходимое для наличия минимума с нарушенной $SU(2) \times U(1)$ -симметрией), имеет вид

$$m_1^2 m_2^2 < m_3^4. \quad (4.41)$$

При $m_1 = m_2$ (4.40) и (4.41) несовместимы: если связь H с H' мала, то потенциал имеет единственный $SU(2) \times U(1)$ -симметричный минимум $\langle H \rangle = \langle H' \rangle = 0$; как только m_3 возрастает настолько, что минимум $\langle H \rangle = \langle H' \rangle = 0$ превращается в седло, абсолютный минимум потенциала уходит на бесконечность, и стабильность шкалы M_W , для которой вводится ($N = 1$)-SUSY, отсутствует уже в древесном приближении. Корень зла — в симметрии задачи относительно замены H на H' . Как было впервые отмечено

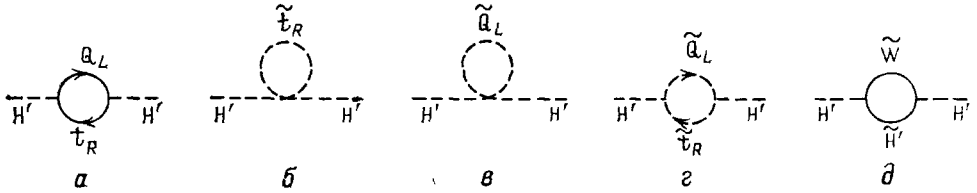


Рис. 14. Перенормировка массы хиггсовского бозона H'

в работе ⁶³, равенство $m_1 = m_2$ нарушается при учете радиационных поправок. Дело в том, что взаимодействия с кварками у полей H и H' различаются: дублет H' дает массу верхним кваркам, H — нижним, поэтому кварковые петли по-разному перенормируют массы m_1 и m_2 .

Наибольший вклад в перенормировку дают петли с тяжелыми кварками. Ограничимся поэтому t -кварком. Перенормировка m_2^2 определяется графиками рис. 14. Отдельные графики содержат квадратично расходящиеся вклады в m_2^2 , но так как SUSY нарушена мягко, в сумме диаграмм рис. 14 остается только логарифмическая расходимость. Поясним происхождение отдельных диаграмм рис. 14. Диаграммы рис. 14, а — в возникают в SUSY-части теории от члена $h_t H'_L \tilde{Q}_L \tilde{t}_R^*$ в суперпотенциале $g(y_i)$, диаграмма рис. 14, г возникает от члена

$$(A-3) m_{3/2} (g + g^*) + m_{3/2} \left(y_i \frac{\partial g}{\partial y_i} + y_i^* \frac{\partial g}{\partial y_i^*} \right)$$

в потенциале скалярных частиц (4.29), диаграмма рис. 14, д происходит из калибровочного взаимодействия хиггсовского кирального мультиплетта. Вычисляя диаграммы рис. 14, получаем следующее уравнение ренорм-группы (РГ):

$$Q \frac{dm_{H'}^2}{dQ} = \frac{h_t^2}{8\pi^2} 3 \left(m_{H'}^2 + m_{\tilde{t}_R}^2 + m_{\tilde{Q}_L}^2 + A^2 m_{3/2}^2 \right) - \frac{\alpha_2}{2\pi} 3M_2^2, \quad (4.42a)$$

где Q — бегущий импульс, M_2 обозначает $M_{\tilde{W}\tilde{W}}$, множитель 3 перед квадратной скобкой происходит от суммы по трем цветам кварков в петле. Для решения уравнения (4.42a) его надо дополнить уравнениями РГ для входящих в правую часть параметров и граничными условиями. Сначала обсудим граничные условия. Из вывода потенциала (4.29) следует, что входящие в него параметры нормированы при виртуальностях $\sim M_P$, поэтому граничное условие для (4.42a) $m_{H'}^2(Q^2 = M_P^2) = m_{3/2}^2$ (при наличии члена $M_{H'} H$ в суперпотенциале оно заменяется на $m_{H'}^2 = m_{3/2}^2 + M^2$). Первый член в правой части (4.42a) способствует уменьшению $m_{H'}^2$, при уменьшении виртуальности, второй — увеличивает $m_{H'}^2$. Уравнения РГ для $m_{\tilde{t}_R}^2$ и $m_{\tilde{Q}_L}^2$

получаются из диаграмм, аналогичных приведенным на рис. 14, и совпадают с (4.42а) с точностью до двух замен: диаграмма рис. 14, δ заменяется на аналогичную с глюино в промежуточном состоянии, и множитель перед квадратной скобкой (4.42а) меняется на 2 для \tilde{t}_R (суммирование в петле по двум изоспиновым состояниям группы $SU(2)_L$) и на 1 для Q_L (все групповые индексы выходят из петли наружу):

$$Q \frac{dm_{\tilde{t}_R}^2}{dQ} = \frac{h_t^2}{8\pi^2} 2 (m_{H'}^2 + m_{\tilde{t}_R}^2 + m_{Q_L}^2 + A^2 m_{3/2}^2) - \frac{8}{3} \frac{\alpha_3}{\pi} M_3^2, \quad (4.42б)$$

$$Q \frac{dm_{Q_L}^2}{dQ} = \frac{h_t^2}{8\pi^2} (m_{H'}^2 + m_{\tilde{t}_R}^2 + m_{Q_L}^2 + A^2 m_{3/2}^2) - \frac{8}{3} \frac{\alpha_3}{\pi} M_3^2. \quad (4.42в)$$

Численный анализ полной системы уравнений РГ был проделан в работах ⁶⁴⁻⁶⁶. Мы ограничимся здесь качественным анализом. Начнем со случая небольших M_2, M_3 (минимальная связь векторных мультиплетов с гравитацией). Правые части уравнений (4.42а — 4.42в) положительны, поэтому с уменьшением Q от M_P до $m_{3/2}$ (область логарифмичности петель рис. 14, для которой справедливы уравнения (4.42)) квадраты масс хиггсов и кваркино уменьшаются. Быстрее всего из-за коэффициента 3 уменьшается $m_{H'}^2$, поэтому возможна ситуация, при которой $m_{H'}^2$ станет отрицательна, в то время как $m_{\tilde{t}_R}^2$ и $m_{Q_L}^2$ останутся положительными. Таким образом,

в $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ -теории $SU(3)$ остается ненарушенной, а $SU(2) \times U(1)$ нарушается, потому что $3 > 2, 3 > 1$. Увеличение M_2, M_3 приводит к более медленному падению m_i^2 с Q^2 . При $M_2, M_3 \sim m_{3/2}$ (неминимальная связь с гравитацией) в основном замедляется падение $m_{\tilde{t}_R}^2, m_{Q_L}^2$, а так как их

значения входят в квадратную скобку (4.42а), то большие M_i стимулируют более быстрое падение $m_{H'}^2$. Для случая $m_{3/2}^2 \ll m_t^2, m_{\tilde{t}_R}^2$ при массе t-кварка $m_t > 60$ ГэВ неравенства (4.40) — (4.41) оказываются удовлетворенными при $Q^2 \sim m_{3/2}^2$ и происходит нарушение $SU(2) \times U(1)$ -симметрии с ненулевыми вакуумными средними $\langle H'^0 \rangle, \langle H^0 \rangle, \langle H'^0 \rangle \gg \langle H^0 \rangle$. При значениях $m_{3/2} \sim 100$ ГэВ, $A \sim 1$ в сценарии с тяжелым t-кварком удастся получить необходимые для генерации $M_W \approx 85$ ГэВ величины вакуумных средних хиггсовских полей ⁶⁴. А как же быть, если в эксперименте t-кварк окажется легким, скажем, $m_t = 30$ ГэВ? Наиболее прямолинейный выход — ввести четвертое поколение материи с достаточно тяжелыми кварками. Другой путь предложен в работе ⁶⁶, где замечено, что если $m_{\tilde{t}_R}^2 (M_{\tilde{t}_R}^2)$ чуть меньше $m_{\tilde{t}_R}^2 (M_{\tilde{t}_R}^2)$, то для выполнения неравенств (4.40) — (4.41) достаточно совсем небольшой эволюции $m_{\tilde{t}_R}^2$. При этом t-кварк может быть легким, и единственное ограничение на его массу следует из отсутствия рождения новых адронов в e^+e^- -аннигиляции, $m_t > 20$ ГэВ.

Интересный вариант нарушения $SU(2) \times U(1)$ -симметрии за счет радиационных поправок рассмотрен в работе ⁶⁵. Рассматривается модель с суперпотенциалом $g(y_i)$, не содержащим члена $M_{H' H}$. При этом $g(y_i)$ не содержит параметров размерности массы, и масштаб масс низкоэнергетического сектора целиком определяется массой гравитино $m_{3/2}$, что делает модель идейно привлекательной. В потенциале (4.39) $m_{\tilde{t}_R}^2 = 0$, что на первый взгляд неприемлемо, так как даже если в ходе эволюции $m_{\tilde{t}_R}^2$ сменит знак, в минимуме потенциала (4.39) $\langle H' \rangle \neq 0, \langle H \rangle = 0$, и нижние кварки и заряженные лептоны останутся без массы. Как отмечено в ⁶⁵, если при некотором Q_0^2 сумма $m_{\tilde{t}_R}^2(Q_0^2) + m_{\tilde{t}_R}^2(Q_0^2)$ обращается в нуль, то при дальнейшем уменьшении Q^2 потенциал (4.39) оказывается неограниченным снизу вдоль линии $|\langle H^0 \rangle| = |\langle H'^0 \rangle|$. Формально минимум достигается при $|\langle H^0 \rangle| = |\langle H'^0 \rangle| = \infty$, а реально $|\langle H^0 \rangle| = |\langle H'^0 \rangle| \approx Q_0$. В модели необходим тяжелый t-кварк, $m_t \geq 65$ ГэВ, и тяжелые калибрино (неминимальная связь с гравитацией) для достаточной эволюции $m_{\tilde{t}_R}^2$.

ж) Перенормировка масс калибрино и легких кваркино

При обсуждении масс кваркино и лептино отмечалось, что в древесном приближении скалярные партнеры фермионов первых двух поколений практически вырождены. Выясним, как влияет на это утверждение учет радиационных поправок. Наиболее важна перенормировка массы кваркино за счет сильного взаимодействия. Из уравнений (4.42б), (4.42в) получим

$$Q \frac{dm_Q^2}{dQ} = -\frac{8}{3} \frac{\alpha_3}{\pi} M_3^2. \quad (4.43a)$$

Это уравнение следует дополнить уравнением, описывающим перенормировку константы связи α_3 :

$$Q \frac{d\alpha_3}{dQ} = -\frac{b_3}{2\pi} \alpha_3^2. \quad (4.43б)$$

В теории Янга — Миллса коэффициент функции Гелл-Манна — Лоу b_3 равен $(11/3) c_V - (4/3) N_f/2$, где для группы $SU(N)$ $c_V = N$, N_f — число кварковых флейворов. В SUSY-теории к векторным полям добавляются майорановские, и $(11/3) c_V$ заменяется на $(11/3) c_V - (2/3) c_V = 3c_V$. Вклад кварковых мультиплетов меняется из-за присутствия кваркино, $(4/3) (1/2) N_f$ переходит в $[(4/3) + (2/3)] N_f/2 = N_f$. Собирая все вместе, получим $b_3 = 3c_V - N_f$. Для группы $SU(3)$ и 6 кварковых флейворов $b_3 = 3$. Наконец, необходимо уравнение эволюции для M_3 :

$$Q \frac{dM_3}{dQ} = -\frac{\alpha_3}{2\pi} b_3 M_3. \quad (4.43в)$$

Решая систему (4.43), получим

$$\frac{M_3(Q^2)}{M_3(\mu^2)} = \frac{\alpha_3(Q^2)}{\alpha_3(\mu^2)}, \quad (4.44)$$

$$m_Q^2(\mu^2) = m_Q^2(Q^2) + \frac{8}{9} [M_3^2(\mu^2) - M_3^2(Q^2)].$$

Параметры эффективного лагранжиана нормированы при $Q^2 = M_P^2$, в качестве μ^2 выберем низкоэнергетическую точку $\mu^2 = (100 \text{ ГэВ})^2$. Выбирая $\alpha_3(\mu^2) = 0,1$ из (4.43б), получим $\alpha_3(M_P^2) = 0,035$, т. е. глюино «на эксперименте» в 3 раза тяжелее, чем в точке нормировки. Что касается кваркино, то тут следует рассмотреть две возможности: а) легкое глюино $M_3 \ll m_{3/2}$ (минимальная связь с гравитацией) приводит к незначительной перенормировке m_Q^2 , кваркино и лептино двух первых поколений практически вырождены; б) тяжелое глюино $M_3(M_P^2) = m_{3/2}$ (неминимальная связь с гравитацией) приводит к $m_Q^2(100 \text{ ГэВ}) \approx 2,5 m_{3/2}$, кваркино значительно тяжелее лептино.

з) Н е д и а г о н а л ь н ы е н е й т р а л ь н ы е т о к и

В SUSY-моделях появляется новый потенциально значительный источник недиагональных нейтральных токов — обмен глюино⁶⁷⁻⁶⁹. Введем матрицы $U_{L(R)}$ и $D_{L(R)}$, диагонализующие массовые матрицы верхних и нижних (левых и правых) кварков соответственно, и матрицы $\tilde{U}_{L(R)}$, $\tilde{D}_{L(R)}$, диагонализующие массовые матрицы кваркино. Ограничимся левыми частицами, так как они приводят к большим недиагональным нейтральным токам. Связь глюино с нижними частицами имеет вид

$$g_3 \tilde{g} D_L d_L \tilde{d}_L^* \tilde{D}_L^*, \quad (4.45)$$

где g_3 — константа связи группы $SU(3)$, d_L — столбец левых нижних квар-

ков, \tilde{d}_L^* — строка левых нижних кваркино. В рассматриваемых в этой главе моделях массовая матрица кваркино состоит из трех частей: не зависящего от флейвора диагонального вклада $m_{3/2}^2$, суперсимметричного вклада $\tilde{d}_L^* M_d^* M_d \tilde{d}_L$ и нарушающего SUSY вклада $\Delta m_{3/2} \tilde{d}_L M_d \tilde{d}_R^*$, где M_d — массовая матрица нижних кварков. Ясно, что поворот полей

\tilde{d}_L матрицей D_L (а поворот \tilde{d}_R — матрицей D_R) убирает недиагональные по флейвору переходы в массовой матрице кваркино, одновременно, в силу унитарности D_L , диагонализуя взаимодействие (4.45).

В древесном приближении обмен глюино не приводит к недиагональным токам. С учетом радиационных поправок ситуация меняется. Диаграммы, аналогичные приведенным на рис. 14, приводят к поправке к массовой матрице нижних кваркино, пропорциональной массовой матрице верхних кваркино $M_u^* M_u$ (обратный эффект численно менее важен). Если предположить, что эта поправка превосходит древесный юкавский вклад в массу нижних кваркино, то массовая матрица диагонализуется матрицей, диагонализующей массы верхних кварков. При этом испускание глюино при переходе нижних кварков в нижние кваркино описывается матрицей $U_L^* \tilde{D}_L$, равной матрице Кобаяши — Маскава. Вычисление графиков рис. 15 и сравнение их с экспериментально известной разницей масс K_L - и K_S -мезонов привело авторов⁶⁷ к следующему ограничению на массу глюино: $m_{\tilde{g}} > 37$ ГэВ. Это число получено в предположении $m_{\tilde{g}} \approx m_q$. Однако легкие глюино не исключаются Δm_{LS} , если кваркино достаточно тяжелы.

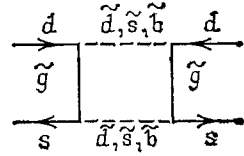


Рис. 15. Вклад обменов глюино в разность масс K_L - и K_S -мезонов

и) ЭДМ нейтрона

В стандартной $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ -модели имеется два источника для нарушающего CP-инвариантность дипольного момента нейтрона: θ -член и CP-нечетная фаза матрицы Кобаяши — Маскавы. Будем считать θ пренебрежимо малым. Фаза δ приводит к $d_n \sim 10^{-32} e \cdot \text{см}^{21}$, в то время как современное экспериментальное ограничение $d_n < 6 \cdot 10^{-25} e \cdot \text{см}^{22}$. В этой ситуации чрезвычайно интересны предсказания SUSY-моделей. Дело в том, что

в этих моделях появляются дополнительные источники CP-нечетной фазы, дающей вклад в d_n ²³⁻²⁶. Максимальный вклад в d_n дает диаграмма с обменом глюино рис. 16:

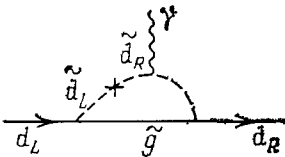


Рис. 16. Возникновение дипольного момента нейтрона в SUSY-теориях

$$d_n = e \frac{\alpha_3}{\pi} \frac{m_d m_{\tilde{g}}}{M_{\tilde{d}}^2} \text{Im } A \approx 10^{-22} \text{Im } A e \cdot \text{см}, \quad (4.46)$$

где при численной оценке мы положили $\alpha_3 = 0,1$, $m_d = 10$ МэВ, $m_{\tilde{g}} = M_{\tilde{d}} = 100$ ГэВ. Полагая $\text{Im } A \sim 1$, мы приходим к значению d_n , на

2—3 порядка превышающему верхнюю экспериментальную границу. Каким образом подавить теоретическое предсказание (4.46)? Первая приходящая на ум мысль — уменьшить массу глюино $m_{\tilde{g}}$. В пределе безмассового глюино CP-нечетную фазу можно «отвернуть» до нуля. Строго безмассовое глюино противоречит наблюдаемому спектру псевдоскалярных мезонов⁷⁰, однако легкое глюино с массой ~ 5 ГэВ на сегодняшний день экспериментально разрешено. Возможно, малая экспериментальная величина d_n косвенно свидетельствует в пользу минимальной SUGRA, предсказывающей сравнительно легкое глюино. Способы уменьшения d_n^{SUSY} , использующие разные механизмы подавления CP-нечетной фазы, обсуждаются в работе²⁶.

к) На пути к «естественной» теории

Рассмотренные в этой главе модели имеют два недостатка: во-первых, параметры суперпотенциала должны искусственно подбираться так, чтобы космологический член в минимуме потенциала скалярных частиц обращался в нуль, а во-вторых, в теорию, наряду с естественной шкалой, равной массе Планка M_P , «руками» заводится на 17 порядков меньшая шкала $\sim M_W$. В этом разделе мы остановимся на сделанных в последнее время попытках построения схемы, свободной от этих недостатков.

В работе ⁷¹ было отмечено интересное свойство теорий с келеровым потенциалом кирального поля Z вида

$$G(Z, Z^*) = -\frac{3}{2} \ln_i^2 [f(Z) + f^*(Z^*)]^2, \quad (4.47)$$

где $f(Z)$ — произвольная функция. Вычисленный по формуле (4.4) потенциал поля Z равен тождественно нулю, т. е. в древесном приближении $\langle Z \rangle$ не фиксируется. В то же время для массы гравитино получим

$$m_{3/2} = e^{G/2} = \frac{1}{[f(Z) + f^*(Z^*)]^{3/2}} \quad (4.48)$$

Итак, имеем теорию с космологическим членом тождественно равным нулю и с нефиксированным масштабом нарушения SUGRA. Любопытно, что в расширенной ($N=4$)-SUGRA скалярный сектор описывается потенциалом, аналогичным (4.47) ⁷². Если в качестве скрытого сектора использовать поле Z с келеровым потенциалом (4.47), то первый из перечисленных в начале этого раздела недостатков будет устранен.

Попытка генерировать динамически шкалу M_W в теории со скрытым сектором (4.47) и построить естественную теорию предпринята в работах ^{73,74}. Келеров потенциал берется в виде

$$G(y_i, Z) = -\frac{3}{2} \ln [f(Z) + f^*(Z^*)]^2 + \sum_i |y_i|^2 + h(y_i) + h^*(y_i^*), \quad (4.49)$$

где y_i — наблюдаемый сектор, что приводит к потенциалу скалярных полей y_i вида (4.29), где значение $m_{3/2}$ не фиксировано. Величина $m_{3/2}$ фиксируется при учете радиационных поправок к потенциалу (4.29) и оказывается порядка

$$m_{3/2} \sim \exp\left(-\frac{1}{h_t^2}\right) M_P, \quad (4.50)$$

где h_t — юкавская константа связи t -кварков с хиггсовским полем. Она попала в (4.50) потому, что в этом сюжете в радиационных поправках, фиксирующих минимум потенциала скалярных частиц, основную роль играют петли с тяжелым кварком.

5. SUSY GUT's И РАСПАД ПРОТОНА

а) Проблема иерархий

Одна из причин, стимулировавших интенсивное развитие теорий с низкоэнергетической SUSY в последние годы, — надежда на решение проблемы иерархий в теориях великого объединения. В этих теориях две шкалы — великого объединения $M_{\text{GUT}} \sim 10^{15}$ ГэВ и электрослабого объединения $M_W \sim 100$ ГэВ — возникают при появлении ненулевых вакуумных средних у хиггсовских полей. Проблема иерархий при этом имеет два аспекта: а) ненатуральность древесного лагранжиана, содержащего различающиеся на 13 порядков массовые параметры; б) перемешивание этих параметров при учете радиационных поправок ⁵. Обозначим буквой H хиггсовский дублет, обеспечивающий нарушение $SU(2) \times U(1)$ -инвариантности, а Σ — 24-плет,

нарушающий единую SU(5)-группу. Древесный потенциал SU(5)-GUT подбирают так, что $\langle H \rangle \sim 100$ ГэВ, $\langle \Sigma \rangle \sim 10^{15}$ ГэВ. Петлевые графики рис. 17 приводят к возникновению в эффективном потенциале членов $(c_1 g^4 + c_2 g^6 + c_3 g^8 + \dots) \ln \Lambda^2 H^2 \Sigma^2$. Чтобы избежать «затягивания» $\langle H \rangle$ на шкалу 10^{15} ГэВ, необходимо ввести в лагранжиан контрчлен, точно компенсирующий радиационную поправку. В SUSY-SU(5) петлевые графики рис. 17 точно сокращаются аналогичными графиками со спинорными партнерами калибровочных и хиггсовских частиц в промежуточном состоянии ⁷⁵. В этом и состоит SUSY-сценарий решения технического аспекта (б) проблемы иерархий GUT.

Исчезновение перемешивания шкал в SUSY GUT-моделях можно проиллюстрировать формулой, описывающей эффективный потенциал легких скаляров в однопетлевом приближении:

$$V_{\text{эфф}}(H) = V_{\text{кл}}(H) + g^2 H^2 \left(\int \frac{d^4 P}{P^2 - M^2 - g^2 \Sigma^2} - \int \frac{d^4 P}{P^2 - M^2 - \Delta m^2 - g^2 \Sigma^2} \right).$$

Первое слагаемое в квадратных скобках отвечает не суперсимметричной теории; оно генерирует квадратично расходящийся вклад в массу поля H

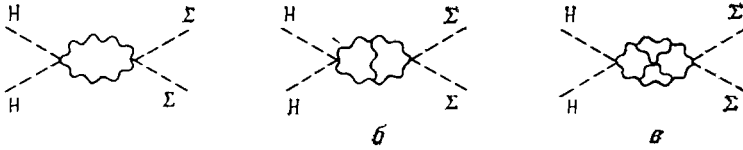


Рис. 17. Графики, приводящие к перемешиванию шкал GUT из-за радиационных поправок
Волнистыми линиями обозначены калибровочные бозоны

и одновременно приводит к перемешиванию полей H и Σ. Второе слагаемое возникает от фермионной петли. Учитывая нарушение SUSY в массах виртуальных частиц $\sim \Delta m^2$, мы видим, что квадратичная расходимость и перемешивание H и Σ пропали, а остался вклад в эффективный потенциал $\sim g^2 H^2 \Delta m^2 \ln \Lambda^2$.

Опишем несколько подробнее SUSY SU(5)-GUT ³⁹. Киральные дублеты $\epsilon H'$ и H входят в состав антипятиплета H'_5 и пятиплета H_5 соответственно. В модели имеется киральный 24-плет Σ. Наиболее общий суперпотенциал, отвечающий перенормируемой теории, имеет вид

$$W = \text{tr} \left(\frac{\lambda_1}{3} \hat{\Sigma}^3 + \frac{M}{2} \hat{\Sigma}^2 \right) + \lambda_2 H' \hat{\Sigma} H + M' H' H, \tag{5.1}$$

где $\hat{\Sigma} \equiv \Sigma_a t_a$, t_a — генераторы группы SU(5), $\text{Sp } t_a t_b = \frac{1}{2} \delta_{ab}$.

Для потенциала скалярных полей из (5.1) получим

$$V = 2 \text{tr} \left[\lambda_1 \left(\hat{\Sigma}^2 - \frac{1}{5} \text{tr } \hat{\Sigma}^2 \right) + M \hat{\Sigma} + 2\lambda_2 (H' t H) t \right]^2 + |(\lambda_2 \hat{\Sigma} + M') H|^2 + |H' (\lambda_2 \hat{\Sigma} + M')|^2 + D\text{-члены}. \tag{5.2}$$

Минимум (5.2) $V = 0$ находится на нулевых вакуумных значениях полей H и H' и на следующих конфигурациях поля Σ:

$$\langle \Sigma \rangle_1 = 0, \quad \langle \Sigma \rangle_2 = \frac{M}{\lambda_1} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad \langle \Sigma \rangle_3 = \frac{M}{3\lambda_1} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix},$$

отвечающих остаточным симметриям SU(5), SU(3) × SU(2) × U(1) и SU(4) × U(1). По понятным причинам будем работать в окрестности второго.

минимума. Подбирая M' из условия

$$-3 \frac{M}{\lambda_1} \lambda_2 + M' = \mu', \quad \mu' \sim 100 \text{ ГэВ},$$

получим для потенциала хиггсовских дублетов

$$V(H, H') = \mu'^2 (|H|^2 + |H'|^2) + \frac{g'^2}{8} (|H|^2 - |H'|^2)^2 + \frac{g^2}{8} (H^+ \sigma H + H'^+ \sigma H')^2, \quad (5.3)$$

где σ — матрицы Паули. (Четвертичный член $\lambda_2^2 (H' t H)^2$ в потенциале (5.3) сокращается при учете борновского графика с обменом скаляром Σ .) Потенциал (5.3) не содержит параметров $\sim 10^{15}$ ГэВ из-за «точной настройки» величины M . Благодаря суперсимметрии теории эту настройку достаточно сделать один раз, радиационные поправки ее не разрушат.

Что изменится в предыдущем рассмотрении при переходе к SUGRA SU(5)-GUT? Подставляя выражение (5.1) в формулу (4.29), для потенциала скалярных частиц получим:

$$V = 2 \text{tr} \left[\lambda_1 \left(\hat{\Sigma}^2 - \frac{1}{5} \text{tr} \hat{\Sigma}^2 \right) + M \hat{\Sigma} + 2m_{3/2} \hat{\Sigma} + 2\lambda_2 (H' t^\alpha H) t^\alpha \right]^2 + \\ + [(\lambda_2 \hat{\Sigma} + M') H + m_{3/2} H]^2 + [H' (\lambda_2 \hat{\Sigma} + M') + m_{3/2} H']^2 + \\ + (A-3) m_{3/2} \left[\text{tr} \left(\frac{\lambda_1}{3} \hat{\Sigma}^3 + \frac{M}{2} \hat{\Sigma}^2 \right) + \lambda_2 H' \Sigma H + \right. \\ \left. + M' H' H + \text{к. с.} \right] + D\text{-члены}. \quad (5.2')$$

Положение минимума, отвечающего нарушению $SU(5) \rightarrow SU(3) \times SU(2) \times U(1)$, сместится:

$$\langle \Sigma \rangle = \left(\frac{M+2m}{\lambda_1} + \frac{A-3}{\lambda_1} 2 \frac{m^2}{M} \right) \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

Значение потенциала в минимуме (космологическая постоянная) теперь будет отлично от нуля. Для зануления космологической постоянной соответствующая константа должна быть прибавлена к суперпотенциалу (5.1). Наконец, приведем формулу, описывающую взаимодействие хиггсовских дублетов при энергиях, меньших энергии объединения. Подбирая M' из условия $(\lambda_2 \Sigma + M')^{-3} = \mu'$, $\mu' \sim 100$ ГэВ, получим:

$$V(H, H') = (\mu'^2 + m_{3/2}^2) (H^+ H + H'^+ H') + \\ + \left[(A-1) m_{3/2} \mu' + 3(A-3) \frac{\lambda_2}{\lambda_1} m_{3/2}^2 \right] \left[(H' \epsilon H) + \text{к. с.} + \right. \\ \left. + \frac{g^2}{8} (H'^+ \sigma H' + H^+ \sigma H)^2 + \frac{g'^2}{8} (H^+ H - H'^+ H')^2 \right]. \quad (5.3')$$

Мы видим, что шкала объединения M_{GUT} не проникает в низкоэнергетический сектор. Без ссылки на конкретную модель объединения последнее утверждение доказано в работе ⁷⁶.

б) Вычисление M_{GUT} и $\sin^2 \theta_W$

В этом разделе мы найдем, чему в SUSY-единых моделях равны масса объединения M_{GUT} (ее значение определяет время жизни протона) и $\sin^2 \theta_W$, удачное вычисление которого является наиболее впечатляющим результатом теорий великого объединения. M_{GUT} равна виртуальности, при которой

сравниваются бегущие константы связи SU(3)-, SU(2)- и U(1)-групп $\alpha_3(Q^2)$, $\alpha_2(Q^2)$ и $\alpha_1(Q^2)$. Эволюция констант связи от M_W до M_{GUT} определяется легкими частицами; в SUSY-моделях вводится большое число новых частиц с массами $\sim M_W$, что и обуславливает изменение значения M_{GUT} по сравнению с предсказанием стандартных моделей объединения. Калибровочные константы связи групп SU(N) «бегут» по следующей знаменитой формуле:

$$\alpha_N(M_{GUT}^2) = \frac{\alpha_N(M_W^2)}{1 - (b_N/2\pi) \alpha_N(M_W^2) \ln(M_{GUT}/M_W)}. \quad (5.4)$$

Пересчет коэффициентов функции Гелл-Манна — Лоу b_N на SUSY-теории описан в конце предыдущей главы; в таблице приведены значения b_3 , b_2 и b_1

Т а б л и ц а

SU(5) (1 дублет хиггсов)	SUSY SU(5) (2 дублета хиггсов)
$-11 + \frac{4}{3} n_\Phi$	$-9 + 2n_\Phi$
$-\frac{22}{3} + \frac{4}{3} n_\Phi + \frac{1}{3}$	$-6 + 2n_\Phi + 1$
$\frac{4}{3} n_\Phi + \frac{1}{10}$	$2n_\Phi + \frac{3}{5}$

для стандартной SU(5) с одним легким дублетом хиггсов и SUSY SU(5) с двумя легкими хиггсовскими дублетами (n_Φ — число поколений материи).

Основная причина изменения точки объединения M_{GUT} в SUSY-теориях — это уменьшение b_3 из-за присутствия октета глюино, что приводит к замедлению эволюции $\alpha_3(Q^2)$ и к увеличению M_{GUT} . Из двух уравнений на равенство констант α_1 , α_2 и α_3 в точке объединения получаем

$$\ln \frac{M_{GUT}}{M_W} = \frac{6\pi}{-8b_3 + 3b_2 + 5b_1} \left[\frac{1}{\alpha(M_W)} - \frac{8}{3\alpha_3(M_W)} \right],$$

$$\sin^2 \theta_W(M_W) = \frac{3(b_2 - b_3) + 5(b_1 - b_2) \alpha(M_W)/\alpha_3(M_W)}{-8b_3 + 3b_2 + 5b_1}, \quad (5.5)$$

где α — электромагнитная константа связи. В численных оценках положим $\alpha(M_W) = 1/128$, $\alpha_3(M_W) = 0,1$. Из (5.5) получаем

$$M_{GUT} = 1,6 \cdot 10^{14} \text{ ГэВ}, \quad M_{GUT}^{SUSY} = 5,3 \cdot 10^{15} \text{ ГэВ}, \quad (5.6)$$

$$\sin^2 \theta_W = 0,219, \quad \sin^2 \theta_W^{SUSY} = 0,236.$$

Напомним экспериментальное значение $\sin^2 \theta_W = 0,226 \pm 0,015$. Для констант связи в точке объединения получим

$$\frac{g^2}{4\pi} = 0,024, \quad \left(\frac{g^2}{4\pi} \right)_{SUSY} = 0,040. \quad (5.7)$$

Численные оценки (5.6) иллюстрируют, как кардинальное изменение низкоэнергетического состава теории может заметным образом увеличить время жизни протона ($\tau_p \sim M_{GUT}^4$), по существу не изменяя успешное предсказание для $\sin^2 \theta_W$.

в) Р а с п а д п р о т о н а

В стандартной SU(5)-модели протон распадается в основном по моде $p \rightarrow e^+ \pi^0$ со временем жизни $\tau_p \approx 10^{28 \pm 2}$ лет⁷⁷, поэтому современное экспериментальное ограничение $\tau_{p \rightarrow e\pi} > 10^{32}$ лет закрывает стандартную

модель. В SUSY-обобщениях масса объединения возрастает, как было показано в предыдущем разделе. При этом для времени жизни протона получаем

$$\tau_p^{\text{SUSY}} \approx \left(\frac{M_{\text{GUM}}^{\text{SUSY}}}{M_{\text{GUM}}} \right)^4 \tau_p^{\text{станд}} \approx 10^{34} \text{ лет.}$$

С экспериментальной точки зрения такое предсказание нельзя считать удовлетворительным, так как из-за космического нейтринного фона распад

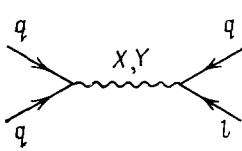


Рис. 18. Распад протона за счет обмена сверхтяжелыми векторными бозонами

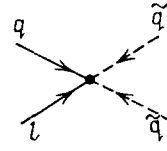


Рис. 19. Диаграмма, отвечающая оператору размерности 5

протона, живущего более 10^{33} лет, по всей видимости, измерить не удастся. До сих пор речь шла о распаде за счет операторов размерности 6 ($d = 6$), генерируемых графиком рис. 18:

$$O_6 = \frac{1}{M_{\text{GUM}}^2} (qq)(ql). \quad (5.8)$$

Как было впервые отмечено в работах ^{15, 16}, в SUSY-моделях появляются операторы с $d = 5$, приводящие к распаду протона (рис. 19):

$$O_5 = \frac{1}{M_{\text{GUM}}} (\tilde{q}\tilde{q})(qe). \quad (5.9)$$

Амплитуда распада протона за счет операторов с $d = 5$ (5.9) усилена в $M_{\text{GUM}}/M_{\tilde{q}} \approx 10^{14}$ раз по сравнению с (5.8), поэтому она нуждается в тщательном рассмотрении.

При энергии $\sim M_{\text{GUM}}$ SUSY не нарушена, и операторы размерности 5 можно записать в суперсимметричном виде. Имеются два нарушающих барионный заряд оператора с $d = 5$:

$$O_5^L = \varepsilon_{abc} [Q_L^a Q_L^b Q_L^c L_L]_F, \quad O_5^R = [u_R^{*a} u_R^{*b} D_R^{*c} E_R^*]_{F\varepsilon_{abc}}, \quad (5.10)$$

где мы явно указали антисимметрию по цвету. Скалярные кварки и/или лептоны, присутствующие в формулах (5.9) — (5.10), должны быть «переведены» в спинорные, дабы возникла 4-фермионная амплитуда, описывающая распад протона. При этом возникают однопетлевые графики; «перевод» кваркино и лептино в спинорные частицы в них осуществляют калибрино. Антисимметрия по цвету требует присутствия в O_5^R разных киральных суперполей верхних кварков, скажем, u_R и c_R , а так как взаимодействие калибрино с суперполями правых частиц не меняет флэйвора, то из петли выйдет наружу с-кварк и получится не аннигилирующий протон 4-фермионный оператор. Итак, оператор O_5^R не приводит к распаду протона ¹⁷.

Анализ распада протона за счет оператора O_5^L нужно начать с графиков с обменом глюино, так как глюино сильнее всего взаимодействует с кварками. Вычислению подлежат три диаграммы рис. 20 (оператор O_5^L с заряженным лептоном не приводит к распаду по той же причине, что и O_5^R). В силу близости масс кваркино результат вычисления диаграмм рис. 20 представим в виде:

$$M = K\varepsilon_{abc} [(u_L^{aT} \gamma_0 v_{\mu L}) (s_L^{cT} \gamma_0 d_L^b) + (s_L^{cT} \gamma_0 v_{\mu L}) (u_L^{aT} \gamma_0 d_L^b) + (d_L^{bT} \gamma_0 v_{\mu L}) (u_L^{aT} \gamma_0 s_L^c)], \quad (5.11)$$

где в K включены константы связи и результат интегрирования по петле. С помощью тождеств Фирца легко убедиться, что квадратная скобка в (5.11) равна нулю. Обмен глюино не приводит к распаду протона ^{19, 20}.

Для дальнейшего необходимо раскрыть черный кружок на рис. 19, 20. Барионный заряд нарушается при обмене калибровочными X- и Y-бозонами (бозино), либо хиггсами (хиггсино). В операторе O'_5 (5.10) кварковые поля находятся в декуплете SU(5), лептонное — в антипятиплете. Отсюда ясно, что такой оператор может возникнуть только при обмене хиггсино,

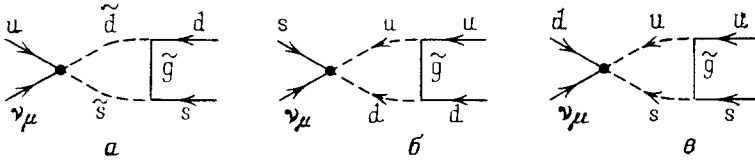


Рис. 20. Распад протона за счет обмена глюино.
Сумма диаграмм обращается в нуль

так как калибрино взаимодействует с материей за счет (супер)удлинения производной в кинетической энергии, что привело бы к четному числу пятерок и десятков в O'_{51} .

К оператору O'_5 приводят следующие члены в суперпотенциале:

$$g = h_u \epsilon_{ijklmn} Q^{ih} Q^{jm} H'^n + h_d Q^{ih} Q_i H_h + M H'^i H_i, \quad (5.12)$$

значки i, \dots относятся к группе SU(5). Первые два члена дают массу фермионам материи и присутствуют в любом варианте SUSY SU(5). Последний

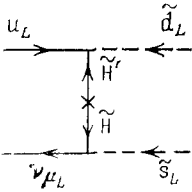


Рис. 21. Происхождение оператора O'_5

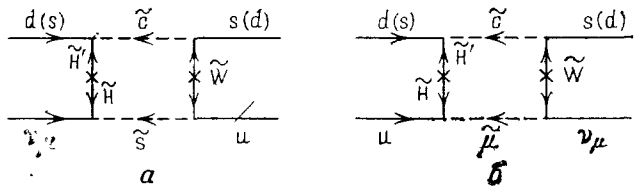


Рис. 22. Графики, описывающие распад $p \rightarrow K + \nu$

член дает массу цветным хиггсовским триплетам H_3 , $M \sim M_{GUM}$, и также присутствует в простейших моделях. На рис. 21 показано, как взаимодействие (5.12) приводит к оператору O'_5 . По внутренней фермионной линии распространяются тяжелые цветные хиггсино; учитывая, что аналогичные рис. 20 петли сходятся при $q^2 \sim M_q^2 \ll M_{GUM}^2$, фермионный пропагатор на рис. 21 может быть заменен множителем $1/M_{GUM}$. Хиггсовские вершины на рис. 21 пропорциональны массам кварков, верхняя — m_u , нижняя — m_s , поэтому в промежуточном состоянии выгодно пропускать тяжелые частицы. Эффективный 4-фермионный лагранжиан для распада протона, отвечающий графикам рис. 22, был вычислен в ¹⁹ (там учитывались частицы 3 поколения в промежуточном состоянии; согласно недавним результатам углы θ_2 и θ_3 малы, $0,015 < s_2 < 0,09$, $s_3 < 0,04$ ⁷⁸, поэтому мы приводим формулу для частиц 2 поколения в промежуточном состоянии). Для двух предельных случаев а) $M_{\tilde{W}\tilde{W}}^2 \ll M_q^2$ и б) $M_{\tilde{W}\tilde{W}}^2 \gg M_q^2$ в ¹⁹ получено

$$\mathcal{L}_{\tilde{W}} = \frac{4\sqrt{2}G_F}{16\pi^2 M_{GUM}} m_s m_c s_1^2 K g_1^2 e_{abc} A [2 (s_L^{aT} \gamma_0 \nu_L) (d_L^{cT} \gamma_0 u_L^b) + \\ + 2 (d_L^{aT} \gamma_0 \nu_L) (s_L^{cT} \gamma_0 u_L^b)] \left[\frac{M_{\tilde{W}\tilde{W}}^2}{3M_{q,\tilde{l}}^2} (a); \frac{1}{M_{\tilde{W}\tilde{W}}} \ln \frac{M_{\tilde{W}\tilde{W}}^2}{M_{q,\tilde{l}}^2} (б) \right], \quad (5.13)$$

где

$$K = \frac{1}{2} \left(\frac{\eta}{\eta'} + \frac{\eta'}{\eta} \right) \geq 1, \quad \frac{g_2^2}{4\pi} = \frac{1}{30},$$

множитель A учитывает аномальную размерность оператора с $d = 5$, $A = 1/3$ ¹⁸. Матричный элемент $\langle p | \mathcal{L}_{\tilde{W}} | k \rangle$ был вычислен с помощью правил сумм КХД⁷⁹. Для времени жизни протона, используя результаты¹⁹, получим

$$\tau_p = 3 \cdot 4 C^{21} \left[\frac{3M_{\tilde{q}, \tilde{l}}^2}{M_{\tilde{W}\tilde{W}}} (\text{ГэВ}) \text{ (a)}; \frac{M_{\tilde{W}\tilde{W}} (\text{ГэВ})}{\ln(M_{\tilde{W}\tilde{W}}^2/M_{\tilde{q}, \tilde{l}}^2)} \text{ (б)} \right]^2 \text{ лет.} \quad (5.14)$$

Из экспериментального ограничения $\tau_{p \rightarrow K^+ \nu} > 3 \cdot 10^{30}$ лет подставляя $M_{\tilde{q}, \tilde{l}} = 100$ ГэВ, получим: $M_{\tilde{W}\tilde{W}} < 1$ ГэВ, либо $M_{\tilde{W}\tilde{W}} > 10^3$ ТэВ. В моделях с низкоэнергетической SUSY значение $M_{\tilde{W}\tilde{W}} > 10^3$ ТэВ следует признать недопустимым, и мы приходим к ограничению

$$M_{\tilde{W}\tilde{W}} < 1 \text{ ГэВ.} \quad (5.15)$$

В минимальной SUGRA массы калибрино действительно малы; для массы глюино, используя (5.15), получим: $m_{\tilde{g}} = (\alpha_3/\alpha_2) M_{\tilde{W}\tilde{W}} < 3$ ГэВ, что находится в районе нижнего экспериментального ограничения¹¹. Можно ли поднять верхнее ограничение (5.15)? Если $M_{\tilde{q}, \tilde{l}} = 200$ ГэВ, тогда вместо (5.15) получим $M_{\tilde{W}\tilde{W}} < 4$ ГэВ. Другой путь — считать триплетные хиггсы более тяжелыми. Скажем, при $M_{H_3} = 10^{18}$ ГэВ $M_{\tilde{W}\tilde{W}}$ может быть ~ 100 ГэВ, т. е. допустимы модели с неминимальным включением векторных мультиплетов в SUGRA²⁰.

С момента открытия операторов с $d = 5$ искали пути их устранения из теории¹⁶. Сейчас можно сказать, что все предложенные до сих пор варианты крайне непривлекательны.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Обзор посвящен низкоэнергетической ($N = 1$)-суперсимметрии — области физики элементарных частиц, использующей математически элегантные SUSY-теории для сокращения квадратичных расходимостей в электрослабой модели Глэшоу — Вайнберга — Салама и для решения проблемы иерархий теорий великого объединения. Основное физическое предсказание SUSY-моделей: каждой известной фундаментальной частице (кварку, лептону, γ , W^\pm , Z , глюону, хиггсовскому бозону) соответствует партнер по спину (суперпартнер) с массой $M_s \sim 0,1 - 1$ ТэВ (масштаб масс фиксируется требованием компенсации квадратичных расходимостей при больших энергиях; некоторые суперчастицы могут оказаться сравнительно легкими, с массами $\sim 1 - 10$ ГэВ). Разность масс суперпартнеров возникает за счет нарушения суперсимметрии теории. Изучались разные способы нарушения SUSY; наибольшей популярностью в настоящее время пользуются модели, основанные на нарушении SUSY за счет эффектов супергравитации^{58, 59, 64-66}. Важно подчеркнуть, что независимо от конкретной модели низкоэнергетический $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ -симметричный лагранжиан имеет чрезвычайно простой вид: суперсимметризованные кинетические члены и юкавские взаимодействия с бозонами Хиггса плюс массовые члены лептино, кваркино, хиггсов и калибрино и плюс некоторые кубичные взаимодействия скалярных частиц.

SUSY-обобщение единых теорий приводит к изменению предсказаний времени жизни и мод распада протона. Отметим, что в ряде моделей доминирующим оказывается распад с испусканием К-мезона: $p \rightarrow K^+ \nu$ ¹⁷⁻²⁰.

Каковы дальнейшие пути развития обсуждавшихся в обзоре моделей? Максимальные ожидания связаны с экспериментальным открытием суперчастиц. Пока эти открытия не произошли, поэтому остановимся на возмож-

ном теоретическом развитии. Очевидный путь вперед — переход к SUSY-теориям с $N > 1$. В частности, в работе ⁸⁰ исследовались модели с низкоэнергетической ($N = 2$)-SUSY. Как отмечалось в гл. 2, в подобного рода теориях имеет место лево-правая симметрия. В работе ⁸⁰ число кварков и лептонов удваивается; нежелательным правым дублетам и левым синглетам по группе $SU(2)_W$ (зеркальные фермионы) придается большая масса. Возможно, основной результат ⁸⁰ — демонстрация того, что прямолинейный переход к $N > 1$ приводит к переусложненным моделям.

Другое развитие связано с динамическим нарушением суперсимметрии (ДНС). В 1981 г. Виттен предложил сценарий решения проблемы иерархий в теориях великого объединения ³⁷. Пусть в теории в древесном приближении имеются поля массы M_{GUT} и безмассовые. Если теория суперсимметрична, то за счет петлевых поправок у безмассовых скалярных полей масса не нарастет, что очень хорошо, так как необходима иерархия порядка $(M_{GUT}/M_W)^2 = 10^{28}$, а не $1/g^2 \sim 10^2$. Генерация массы может произойти вне рамок теории возмущений. Это явление Виттен и назвал ДНС. Естественный масштаб массы, возникающий за счет, скажем, инстантонных эффектов, $M_{GUT}^2 e^{-1/g^2}$. Экспонента может обеспечить необходимую иерархию в 28 порядков. В работе ³⁷ Виттен привел ряд примеров ДНС, в частности суперсимметричную квантовую механику. Но теории поля в 4-мерном пространстве-времени с ДНС ему построить не удалось. Поиски таких теорий велись на протяжении трех лет и недавно увенчались успехом ^{81, 82}. Оказалось, что ДНС имеет место в суперсимметричной теории Янга — Миллса с материей в киральном представлении калибровочной группы *). Построение реалистической теории, основанной на ДНС, — дело будущего. Бросается в глаза удивительное совпадение: киральное наполнение необходимо как для ДНС, так и для возможности естественным образом удержать безмассовые (в масштабе единых теорий) кварки и лептоны.

Я благодарен Л. Б. Окуню, по предложению которого был написан обзор, коллегам и друзьям, обсуждению с которыми способствовали прояснению ряда изложенных выше вопросов, А. Н. Розанову и В. Д. Хованскому за помощь в вычислениях, использованных при построении рис. 4, и В. Л. Елецкому, проверившему формулы приложения.

ПРИЛОЖЕНИЕ

КАК ПИСАТЬ СУПЕРСИММЕТРИЧНЫЕ ЛАГРАНЖИАНЫ

В этом обзоре мы пользуемся вещественными γ -матрицами:

$$\left. \begin{aligned} \gamma_0 &= \begin{pmatrix} 0 & -\sigma_3 \\ \sigma_3 & 0 \end{pmatrix}, & \gamma_1 &= \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, & \gamma_2 &= \begin{pmatrix} 0 & -i\sigma_2 \\ i\sigma_2 & 0 \end{pmatrix}, \\ \gamma_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, & \gamma_5 &\equiv \gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3 = \begin{pmatrix} 0 & -\sigma_1 \\ \sigma_1 & 0 \end{pmatrix}, \\ \sigma_1 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, & \sigma_2 &= \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, & \sigma_3 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \right\} \quad (П.1)$$

$$\gamma_\mu\gamma_\nu + \gamma_\nu\gamma_\mu = -2g_{\mu\nu}, \quad \gamma_5^2 = -1, \quad \gamma_0^T = -\gamma_0, \quad \gamma_i^T = \gamma_i.$$

Определение майорановского спинора: $\psi^+ = \psi^T, \bar{\psi} = \psi^T\gamma_0$.

Для двух майорановских спиноров α_1 и α_2 имеют место следующие равенства:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\alpha}_1\Gamma\alpha_2 &= \bar{\alpha}_2\tilde{\Gamma}\alpha_1, & \tilde{\Gamma} &= -\gamma_0\Gamma^T\gamma_0, \\ \tilde{\gamma}_A &= \gamma_A \text{ для } 1, \gamma_5, \gamma_5\gamma_\mu, \\ \tilde{\gamma}_A &= -\gamma_A \text{ для } \gamma_\mu, \sigma_{\mu\nu}. \end{aligned} \right\} \quad (П.2)$$

*) Киральным (в отличие от векторного) называется представление, в котором нельзя написать калибровочно-инвариантную массу для фермионов материи. Например, для группы $SU(5)$ набор $\bar{5}, 10$ — киральный, а кварковый набор $3, \bar{3}$ для группы $SU(3)$ — векторный.

Тождества Фирца. Введем 16 матриц $O_i = \{1, i\gamma_5, i\gamma_\mu\gamma_5, i\gamma_\mu, i\sigma_{\mu\nu}\}$, где $\sigma_{\mu\nu} = (\gamma_\mu\gamma_\nu - \gamma_\nu\gamma_\mu)/2$. Тогда для любых матриц M и N и спиноров λ, χ, ψ и φ имеет место следующее тождество:

$$(\bar{\lambda}M\chi)(\bar{\psi}N\varphi) = -\frac{1}{4} \sum_{i=1}^{16} (\bar{\lambda}MO_iN\varphi)(\bar{\psi}O_i\chi). \quad (\text{П.3})$$

Пользуясь тождеством Фирца, можно получить следующие полезные равенства:

$$\begin{aligned} (\bar{\lambda}\lambda)\lambda_\alpha &= (\bar{\lambda}\gamma_5\lambda)(\gamma_5\lambda)_\alpha = \frac{1}{4}(\bar{\lambda}\gamma_5\gamma_\mu\lambda)(\gamma_5\gamma_\mu\lambda)_\alpha, \\ (\bar{\lambda}\gamma_5\lambda)\lambda_\alpha &= -(\bar{\lambda}\lambda)(\gamma_5\lambda)_\alpha, \quad (\bar{\lambda}\gamma_5\gamma_\mu\lambda)\lambda = -(\bar{\lambda}\lambda)(\gamma_5\gamma_\mu\lambda)_\alpha. \end{aligned} \quad (\text{П.4})$$

Бозонные поля коммутируют друг с другом, $\Phi_1\Phi_2 = \Phi_2\Phi_1$, а фермионные — антикоммутируют: $\psi_1\psi_2 = -\psi_2\psi_1$, поэтому непонятно, как может иметь место фермион-бозонная симметрия. Вводя грассмановы (антикоммутирующие) переменные θ , можно переписать фермионный антикоммутатор в виде коммутатора $\theta_1\psi_1\theta_2\psi_2 - \theta_2\psi_2\theta_1\psi_1 = 0$ и построить симметричную теорию.

Алгебра суперсимметрии простейшим образом реализуется в суперпространстве, содержащем наряду с 4 бозонными переменными x_μ майорановский (вещественный 4-компонентный) спинор θ . Преобразование суперсимметрии действует в этом пространстве следующим образом:

$$\begin{aligned} \theta &\rightarrow \theta + \varepsilon, \\ x_\mu &\rightarrow x_\mu + \frac{1}{2}\bar{\varepsilon}\gamma_\mu\theta, \end{aligned} \quad (\text{П.5})$$

где ε — постоянный майорановский спинор: $\bar{\varepsilon} = \varepsilon^T\gamma_0$. Коммутатор двух суперпреобразований сдвигает x_μ на постоянный вектор $a_\mu = \varepsilon_1\gamma_\mu\varepsilon_2$, в соответствии с формулой (2.3). Наряду с майорановским спинором θ нам понадобятся вейлевские спиноры θ_\pm :

$$\theta_\pm = \frac{1 \pm i\gamma_5}{2}\theta, \quad \theta_+ = \theta^*. \quad (\text{П.6})$$

Введем комплексную координату z_μ :

$$z_\mu = x_\mu + \frac{i}{4}\bar{\theta}\gamma_\mu\gamma_5\theta. \quad (\text{П.7})$$

При суперпреобразовании

$$\begin{aligned} z_\mu &\rightarrow z_\mu + \bar{\varepsilon}\gamma_\mu\theta_+, \\ \theta_+ &\rightarrow \theta_+ + \varepsilon_+. \end{aligned} \quad (\text{П.8})$$

Простейший супермультиплет образует киральное суперполе $S(z, \theta_+)$; разложим его в ряд Тейлора по θ_+ и воспользуемся тем, что в силу антикоммутативности θ произведение трех и более спиноров θ_+ обращается в нуль:

$$S_{z, \theta_+} = A(z)\bar{1} - \theta_+^T\gamma_0\psi(z) + \frac{1}{4}(\theta_+^T\gamma_0\theta_+)F(z), \quad (\text{П.9})$$

где A и F — комплексные поля, ψ — майорановский спинор. Произведение и сумма киральных полей — опять киральное поле. Определим закон преобразования компонент A, ψ и F при суперпреобразовании, используя (П.8):

$$\left. \begin{aligned} A(z) &\rightarrow A(z) + \bar{\varepsilon}\psi_+(z), \\ \psi_+(z) &\rightarrow \psi_+(z) - \frac{1+i\gamma_5}{2}\hat{\partial}A(z)\varepsilon + F(z)\varepsilon_+, \\ F(z) &\rightarrow F(z) - \bar{\varepsilon}\hat{\partial}\psi_+(z). \end{aligned} \right\} \quad (\text{П.10})$$

Из (П.10) следует, что F -компонента кирального суперполя меняется при суперпреобразовании на полную производную; следовательно, она может использоваться в качестве плотности суперсимметричного лагранжиана:

$$\mathcal{L}_V = \frac{1}{2}M_i[S^2]_F + \frac{\lambda}{3}[S^3]_F + \text{к. с.} \quad (\text{П.11})$$

Здесь значок $[\dots]_F$ означает F -компоненту соответствующего суперполя; степени S выше третьей приводят к неперенормируемой теории. Вместо значка $[\dots]_F$ иногда пишут $\int d^2\theta_+$.

$$[\dots]_F \equiv \int d^2\theta_+. \quad (\text{П.12})$$

Справедливость (П.12) следует из правил интегрирования по грассмановым переменным:

$$\int d\theta = \frac{\partial}{\partial \theta}, \quad \int \theta d\theta = 1, \quad \int 1 d\theta = 0. \quad (\text{П.13})$$

Мы пользовались понятием суперпотенциала. Суперпотенциал является функцией скалярных компонент z_i ; киральных суперполей \hat{z}_i : $w \equiv w(z_i)$. Лагранжиан глобальной суперсимметричной теории имеет вид

$$\mathcal{L}_V = \int d^2\theta_+ w(z_i) + \text{к. с.} \equiv [w(\hat{z}_i)]_F. \quad (\text{П.14})$$

Для случая (П.11)

$$w(A) = \frac{1}{2} MA^2 + \frac{\lambda}{3} A^3.$$

Распишем члены (П.11) через компоненты:

$$\frac{1}{2} M [S^2]_F + \text{к. с.} = MAF + MA^*F^* - \frac{M}{2} \bar{\psi}\psi, \quad (\text{П.15})$$

$$\frac{1}{3} \lambda [S^3]_F + \text{к. с.} = \lambda A^2 F + \lambda A^* F^* - \lambda \frac{A}{2} \bar{\psi}(1+i\gamma_5)\psi - \lambda \frac{A^*}{2} \bar{\psi}(1-i\gamma_5)\psi. \quad (\text{П.16})$$

Из (П.16) следует, что $\text{Re } A$ взаимодействует как скалярное поле, $\text{Im } A$ — как псевдоскалярное. (П.11) не содержит членов с производными. Чтобы ввести суперсимметричным образом кинетические члены, необходимо познакомиться с векторным супермультиплетом:

$$V(x, \theta) = A(x) + \bar{\psi}(x)\theta + \frac{1}{4}(\bar{\theta}\theta)F(x) + \frac{1}{4}\bar{\theta}\gamma_5\theta G(x) + \frac{1}{4}\bar{\theta}\gamma_\nu\gamma_5\theta V_\nu(x) + \frac{1}{4}(\bar{\theta}\theta)(\bar{\theta}\chi(x)) + \frac{1}{32}(\bar{\theta}\theta)^2 D(x), \quad (\text{П.17})$$

$$V^* = V.$$

$V(x, \theta)$ содержит 2 майорановских спинора ψ и χ (8 фермионных степеней свободы вне массовой оболочки), 4 вещественных скаляра A, F, G и D и векторное поле V_ν (8 бозонных степеней свободы вне массовой оболочки). Произведение и сумма двух векторных суперполей V_1 и V_2 дает векторное суперполе V_3 *). Последняя компонента $V(x, \theta)$ меняется при суперпреобразовании на полную производную, поэтому $\int [\dots]_D d^4x$ — суперинвариант.

Разложим (П.9) в ряд по θ :

$$S(z, \theta_+) = A(x) + \bar{\theta}\psi_+(x) + \frac{1}{2}(\bar{\theta}\theta_+)F(x) + \frac{1}{2}(\bar{\theta}\gamma_\mu\theta_+)\partial_\mu A(x) - \frac{1}{4}(\bar{\theta}\theta)(\bar{\theta}\hat{\partial}\psi_+(x)) - \frac{1}{32}(\bar{\theta}\theta)^2 \square A(x). \quad (\text{П.18})$$

Из (П.17) и (П.18) получим

$$\frac{1}{4}[S^*S]_D = |\partial_\mu A|^2 + \frac{1}{2}\bar{\psi}\hat{\partial}\psi + |F|^2 \equiv \mathcal{L}_T. \quad (\text{П.19})$$

Сделаем замечание о размерностях, A — скалярное поле, $[A] = \Gamma\Delta B$; ψ — спинорное поле, $[\psi] = \Gamma\Delta B^{3/2}$; F — вспомогательное поле, $[F] = \Gamma\Delta B^2$. Из (П.9) следует, что $[\theta] = \Gamma\Delta B^{-1/2}$.

Лагранжиан модели Весса — Зумино (простейшей суперсимметричной модели) имеет следующий вид:

$$\mathcal{L}_{W-Z} = \frac{1}{4}[S^*S]_D + \frac{M}{2}[S^2]_F + \frac{\lambda}{3}[S^3]_F + \text{к. с.} \quad (\text{П.20})$$

При суперпреобразовании \mathcal{L} меняется на полную производную, и это еще раз демонстрирует, что суперсимметрия является пространственной (а не внутренней) симметрией.

Приведем \mathcal{L}_{W-Z} в компонентной записи:

$$\mathcal{L}_{W-Z} = |\partial_\mu A|^2 + \frac{1}{2}\bar{\psi}\hat{\partial}\psi + |F|^2 + MAF + MA^*F^* - \frac{M}{2}\bar{\psi}\psi + \lambda A^2 F + \lambda A^* F^* - \lambda \frac{A}{2}\bar{\psi}(1+i\gamma_5)\bar{\psi} - \lambda \frac{A^*}{2}\bar{\psi}(1-i\gamma_5)\psi. \quad (\text{П.21})$$

*) Хорошее упражнение: получить поле $V_3 = V_1 V_2$ в компонентной записи через компоненты V_1 и V_2 .

Модель содержит 2 физических поля: комплексный скаляр A и майорановский спинор ψ . Поле F — не динамическое, \mathcal{L} не содержит членов с производными F . Лагранжевы уравнения на поле F — алгебраические:

$$F = -\lambda A^{*2} - MA^*. \quad (\text{П.22})$$

Подстановка (П.22) в (П.21) дает выражение для \mathcal{L}_{W-Z} через физические поля. Потенциальная энергия поля A равна

$$V(A) = |F(A)|^2. \quad (\text{П.23})$$

Наряду с киральными в тексте использовались векторные суперполя, необходимые для описания калибровочных полей. Начнем с абелевой $U(1)$ -симметрии. Киральное суперполе Φ преобразуется с помощью кирального суперполя Λ :

$$\Phi \rightarrow e^{-i\Lambda}\Phi. \quad (\text{П.24})$$

Кинетическая энергия не инвариантна:

$$\Phi^+\Phi \rightarrow \Phi^+e^{i\Lambda^*}e^{-i\Lambda}\Phi. \quad (\text{П.25})$$

Для восстановления $U(1)$ -симметрии вводится векторное суперполе V , и выражение для кинетической энергии изменяется:

$$\Phi^+e^{2gV}\Phi \rightarrow \Phi^+e^{i\Lambda^*}e^{2gV}e^{-i\Lambda}\Phi, \quad (\text{П.26})$$

$$V \rightarrow V - \frac{i}{2g}(\Lambda^* - \Lambda). \quad (\text{П.27})$$

Определим, как под действием $U(1)$ -преобразования (П.27) меняются компоненты векторного супермультиплета $V(C, \chi, M, N, \bar{V}_\mu, \lambda, D)$. Используя (П.17) и (П.18), получим

$$\begin{aligned} V + \tilde{\Lambda} + \tilde{\Lambda}^* = & C + A + A^* + \bar{\theta}(\chi + \psi) + \frac{1}{4}(\bar{\theta}\theta)(M + F + F^*) + \frac{1}{4}(\bar{\theta}\gamma_5\theta)[N + i(F - F^*)] + \\ & + \frac{1}{4}(\bar{\theta}\gamma_\mu\gamma_5\theta)[V_\mu + i\partial_\mu A - i\partial_\mu A^*] + \frac{1}{4}(\bar{\theta}\theta)\bar{\theta}(\lambda - \hat{\partial}\psi) + \frac{1}{32}(\bar{\theta}\theta)^2[D - \square(A + A^*)]. \end{aligned} \quad (\text{П.28})$$

Компоненты A , ψ и F мультиплета калибровочного преобразования можно подобрать так, чтобы занулить младшие компоненты векторного суперполя C , χ , M и N . При этом остается обычное калибровочное преобразование $V_\mu \rightarrow V_\mu^i(\partial_\mu A - \partial_\mu A^*)$. Такая калибровка суперполя V называется калибровкой Весса — Зумино. В ней поле V может быть записано в следующем виде:

$$V_{WZ} = \frac{1}{4}(\bar{\theta}\gamma_\mu\gamma_5\theta)V_\mu(x) + \frac{1}{2\sqrt{2}}(\bar{\theta}\theta)(\bar{\theta}\lambda(x)) + \frac{1}{16}(\bar{\theta}\theta)^2D(x). \quad (\text{П.29})$$

Удобство калибровки Весса — Зумино — в том, что в ней разложение e^{2gV} в ряд обрывается на втором члене.

Для кинетической энергии кирального суперполя в калибровке Весса — Зумино получим

$$\begin{aligned} \left[\frac{1}{4} \Phi^+ e^{2gV} \Phi \right]_D = & |(\partial_\mu - igV_\mu)A|^2 + \\ & + \left[\frac{1}{2} \bar{\psi}(\hat{\partial} - ig\hat{V}) \frac{1+i\gamma_5}{2} \psi - \sqrt{2}gA^*\bar{\lambda} \frac{1+i\gamma_5}{2} \psi + \text{к. с.} \right] + gDA^*A + |F|^2. \end{aligned} \quad (\text{П.30})$$

Получим выражение для кинетической энергии векторного супермультиплета. Аналогом калибровочно-инвариантного тензора напряженностей векторного поля $F_{\mu\nu}$ служит киральный мультиплет напряженностей W_α . Для его построения введем ковариантную производную D :

$$\begin{aligned} D & \equiv \frac{\partial}{\partial\theta} - \frac{1}{2}\hat{\partial}\theta, \quad \{D_\alpha, \bar{D}_\beta\} = (\hat{\partial})_{\alpha\beta}, \\ \bar{D} & \equiv \frac{\partial}{\partial\bar{\theta}} + \frac{1}{2}\bar{\theta}\hat{\partial}, \quad D_\pm = \frac{1 \pm i\gamma_5}{2} D. \end{aligned} \quad (\text{П.31})$$

Легко убедиться в справедливости следующих равенств:

$$D_- \Phi_+ (\theta_+, z) = D_+ \Phi_- (\theta_-, z^*) = 0. \quad (\text{П.32})$$

Они могут быть приняты в качестве определения киральных суперполей. Инвариантное относительно преобразований (П.27) определение W_α имеет вид

$$W_\alpha = (\bar{D}_+ D_-) (D_+)_\alpha V, \quad (\text{П.33})$$

поле W_α — киральное: $D \cdot W = 0$. Вычисление W_α по формуле (П.33) можно рекомендовать в качестве полезного упражнения по θ - и γ -«гимнастике» (не надо только забывать, что спиноры антикоммутируют). Пользуясь тождествами Фирца, получим

$$-W_\alpha = \sqrt{2} \lambda_+(z) + \left[D(z) - \frac{i}{2} \sigma_{\mu\nu} F_{\mu\nu}(z) \right] \theta_+ + \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{\delta} \lambda_-(z) (\bar{\theta} \theta_+). \quad (\text{П.34})$$

Выражение для кинетической энергии векторного супермультиплетта имеет вид

$$\mathcal{L} = \frac{1}{8} \int d^2\theta_+ W_\alpha^T \gamma_0 W_\alpha + \text{к. с.} = \frac{1}{2} \bar{\lambda} \hat{\delta} \lambda + \frac{1}{2} D^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2. \quad (\text{П.35})$$

К лагранжиану может быть прибавлен суперинвариантный член $\xi [V]_D = \xi D$. Для случая неабелевой симметрии поля λ , D и V_μ следует брать в присоединенном представлении: $V_\mu \equiv V_\mu^{a\dot{a}}$, $\lambda \equiv \lambda^a \dot{a}$, $D \equiv D^a \dot{a}$. Тогда (П.30) и (П.35) останутся без изменения, только следует взять шпур по матрицам калибровочной группы, например

$$\mathcal{L}_{\text{неабелев}} = 2\text{tr} \left(\frac{1}{2} \bar{\lambda} \hat{\delta} \lambda + \frac{1}{2} D^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2 \right),$$

так как $\text{tr} t_{ab} = (1/2) \delta_{ab}$.

Институт теоретической и экспериментальной физики,
Москва

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kaluza Th.— Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin. Math. und Phys. Kl., 1921, S. 966.
Klein O.— Zs. Phys., 1926, Bd. 37, S. 895.
2. Паули В. Теория относительности.— М.: Наука, 1983.
3. Гольфанд Ю. А., Лихтман Е. П.— Письма ЖЭТФ, 1971, т. 13, с. 452;
Волков Д. В., Акулов В. П.— Письма ЖЭТФ, 1972, т. 16, с. 621.
Wess J., Zumino B.— Phys. Lett., 1974, v. 49, p. 52.
4. Witten E. Princeton University preprint, 1983.
5. Gildener E., Weinberg S.— Phys. Rev. Ser. D, 1976, v. 13, p. 3333.
6. Veltman M. University of Michigan preprint.— 1980.
7. Jones D. R. T.— Phys. Lett. Ser. B, 1977, v. 72, p. 199.
Avdeev L. V., Tarasov O. V., Vladimirov A. A.— Ibidem, 1980, v. 96, p. 94.
Mandelstam S.— Nucl. Phys. Ser. B, 1983, v. 213, p. 149.
Brink L., Lindgren O., Nilsson B. E. W.— Ibidem, v. 212, p. 401.
Howe P. S., Stelle K. S., West P. C.— Phys. Lett. Ser. B, 1983, v. 124, p. 55.
8. Farrar G., Fayet P.— Ibidem, 1980, v. 89, p. 191.
9. a) Gaillard M. K., Hinchliffe I., Hall L.— Ibidem., 1982, v. 116, p. 279.
б) Gladney L. et al. Preprint SLAC-Pub-3178.— 1983.
10. Goldberg H.— Phys. Rev. Lett., 1983, v. 50, p. 1419.
11. Charm Collaboration, Voloshin M. B., Vysotsky M. I.— Phys. Lett. Ser. B, 1983, v. 124, p. 429;
Harrison P. R., Llewellyn Smith.— Nucl. Phys. Ser. B, 1983, v. 213, p. 223.
12. Campbell B. A., Ellis J., Rudaz S.— Ibidem, v. 198, p. 1.
13. Weinberg S.— Phys. Rev. Lett., 1983, v. 50, p. 387.
14. Arnowitt R., Chamseddine A. H., Nath P.— Ibidem, p. 232.
15. Sakai N., Yanagida T.— Nucl. Phys. Ser. B, 1982, v. 197, p. 533.
16. Weinberg S.— Phys. Rev. Ser. D, 1982, v. 26, p. 287.
17. Dimopoulos S., Raby S., Wilczek F.— Phys. Lett. Ser. B, 1982, v. 112, p. 133.
18. Ellis J., Nanopoulos D. V., Rudaz S.— Nucl. Phys. Ser. B, 1982, v. 202, p. 43.
19. Belyaev V. M., Vysotsky M. I.— Phys. Lett. Ser. B, 1983, v. 127, p. 215.
20. Ellis J., Hagelin J. S., Nanopoulos D. V., Tamvakis K.— Ibidem., v. 124, p. 484.
21. Шабалин Е. П.— УФН, 1983, т. 139, с. 561.
22. Altarev I. S. et al.— Phys. Lett. Ser. B, 1981, v. 102, p. 13.
23. Büchmüller W., Wyler D.— Ibidem, 1983, v. 121, p. 321.
24. Polchinski J., Wise M. B.— Ibidem, v. 125, p. 393.
25. Del Aguila F. et al.— Ibidem, v. 126, p. 71.
26. Nanopoulos D. V., Srednicki M.— Ibidem, v. 128, p. 61.
27. Crewther R. et al.— Ibidem, 1979, v. 88, p. 123.
28. Duff M. J.— Nucl. Phys. Ser. B, 1983, v. 219, p. 389.

29. Buchmüller W., Pessei R. D., Yanagida T.—*Ibidem*, v. 227, p. 503.
30. Огневский В. И., Мезинческу Л.—УФН, 1975, т. 117, с. 637.
Fayet P., Ferrara S.—*Phys. Rept.*, 1977, v. 32, p. 249.
Salam A., Strathdee J.—*Fortschr. Phys.*, 1978, Bd. 26, S. 57.
31. Van Nieuwenhuizen P.—*Phys. Rept.* 1981, v. 68, p. 189.
32. Фридман Д., ван Ньювенхойзен П.—УФН, 1979, т. 128, с. 135.
33. Supergravity '81: *Proc. of Trieste School.*—Cambridge, 1982 (выходит на русском языке в 1985 г.).
Wess J., Bagger J. *Supersymmetry and Supergravity.*—Princeton University Press, 1983 (готовится русский перевод);
Gates S. J., Grisaru M. T., Rocek M., Siegel W. *Superspace: One Thousand and One Lessons in Supersymmetry.*—Reading, MA: Benjamin/Cummings, 1983.
34. Coleman S., Mandula J.—*Phys. Rev.* 1967, v. 159, p. 1251.
35. Березин Ф. А. Введение в алгебру и анализ с антикоммутирующими переменными.—М.: Изд-во Моск. ун-та, 1983.
36. Haag R. et al.—*Nucl. Phys. Ser. B*, 1975, v. 88, p. 61.
37. Witten E.—*Ibidem*, 1981, v. 188, p. 513.
38. Фрадкин Е. С.—В кн.: *Материалы семинара «Кварки-80».*—Сухуми, 1980, с. 80.
39. Sakai N.—*Zs. Phys. Ser. C*, 1981, Bd. 11, S. 153.
Dimopoulos S., Georgi H.—*Nucl. Phys. Ser. B*, 1981, v. 193, p. 150.
40. Girardello L., Grisaru M. T.—*Ibidem*, 1982, v. 194, p. 65.
41. Inami T., Lim C. S.—*Ibidem*, v. 207, p. 533.
42. Fayet P.—*Phys. Lett. Ser. B*, 1977, v. 69, p. 489.
43. Alvarez-Gaume L. et al.—*Nucl. Phys. Ser. B*, 1982, v. 207, p. 96.
44. Nappi C. R., Ovrut B. A.—*Phys. Lett. Ser. B*, 1982, v. 113, p. 175.
45. Dine M., Fischler W.—*Nucl. Phys. Ser. B*, 1982, v. 204, p. 346.
46. Dimopoulos S., Raby S.—*Ibidem*, 1983, v. 219, p. 479.
47. Polchinski J., Susskind L.—*Phys. Rev. Ser. D*, 1982, v. 26, p. 3661.
48. Ellis J., Ibanez L., Ross G. G.—*Nucl. Phys. Ser. B*, 1983, v. 221, p. 29.
49. Grisaru M. T., Rocek M., Siegel W.—*Ibidem*, 1979, v. 159, p. 429.
50. Волков Д. В., Сорока В. А.—*Письма ЖЭТФ*, 1973, т. 18, с. 529.
51. Deser S., Zumino B.—*Phys. Rev. Lett.* 1977, v. 38, p. 1433.
52. Townsend P. K.—*Phys. Rev. Ser. D*, 1977, v. 15, p. 2802.
53. Cremmer E. et al.—*Nucl. Phys. Ser. B*, 1979, v. 147, p. 105; 1983, v. 212, p. 413.
54. Zumino B.—*Phys. Lett. Ser. B*, 1979, v. 87, p. 203.
55. Witten E., Bagger J.—*Ibidem*, 1982, v. 115, p. 202; v. 118, p. 103.
56. Grisaru M. T., Rocek M., Karlhede A.—*Ibidem*, 1982, v. 120, p. 189.
57. Polony J. Budapest preprint KFKI-1977.
58. Chamseddine A. H. et al.—*Phys. Rev. Lett.*, 1982, v. 49, p. 970.
59. Barbieri R. et al.—*Phys. Lett. Ser. B*, 1982, v. 119, p. 343.
60. Fayet P.—*Ibidem*, 1984, v. 133, p. 363.
61. Cremmer E., Fayet P., Girardello L.—*Ibidem*, 1983, v. 122, p. 41.
62. Nilles H. P., Srednicki M., Wyler D.—*Ibidem*, v. 124, p. 337.
Lahanas A. B.—*Ibidem*, p. 341.
63. Ibanez L. E., Ross G. G.—*Ibidem*, 1982, v. 110, p. 215.
64. Alvarez-Gaume L. et al.—*Nucl. Phys. Ser. B*, 1983, v. 221, p. 499.
65. Ellis J., Hagelin J. S. et al.—*Phys. Lett. Ser. B*, 1983, v. 125, p. 275.
66. Ibanez L. E., Lopez C.—*Nucl. Phys. Ser. B*, 1984, v. 233, p. 511.
67. Donoghue J. F. et al.—*Phys. Lett.*, 1983, v. 128, p. 55.
68. Franco E., Mangano M.—*Ibidem*, 1984, v. 135, p. 445.
69. Duncan M. J., Trampetic J.—*Ibidem*, v. 134, p. 439.
70. Eides M. I., Vysotsky M. I.—*Ibidem*, 1983, v. 124, p. 83.
Smilga A. V., Vysotsky M. I.—*Ibidem*, v. 125, p. 227.
71. Cremmer E. et al.—*Ibidem*, 1983, v. 133, p. 61.
72. Cremmer E., Sherk J., Ferrara S.—*Ibidem*, 1978, v. 74, p. 61.
73. Ellis J. et al.—*Ibidem*, 1984, v. 134, p. 429.
74. Ellis J. et al. CERN preprint TH-3768.—1983.
75. Zumino B.—*Nucl. Phys. Ser. B*, 1975, v. 89, p. 535.
76. Hall L. et al.—*Phys. Rev. Ser. D*, 1981, v. 24, p. 1681.
77. Berezinsky V. S., Ioffe B. L., Kogan Ya. I.—*Phys. Lett. Ser. B*, 1981, v. 105, p. 33.
78. Kleinknecht K., Renk B.—*Ibidem*, 1983, v. 130, p. 459.
79. Belyaev V. M.—*Ibidem*, v. 127, p. 254.
80. Del Aguila F. et al. *Nucl. Phys. Ser. B*, 1985, v. 250, p. 225.
81. Meurice Y., Veneziano G.—*Phys. Lett. Ser. B*, 1984, v. 141, p. 69.
82. Affleck I., Dine M., Seiberg N.—*Ibidem*, v. 137, p. 187; v. 140, p. 59; *Phys. Rev. Lett.* 1984, v. 52, p. 1677.