

548.718(049.3)

ТЕОРИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ РЕШЕТОК

Toda M. Theory of Nonlinear Lattices.— Berlin; Heidelberg; New York: Springer-Verlag, 1981.— 203 p.— (Springer Series in Solid — State Sciences. V. 20).

Книга посвящена теории распространения нелинейных волн в дискретных одномерных структурах. Рассмотрены цепочки, моделирующие кристаллическую решетку; они состоят из частиц, которые взаимодействуют с помощью сил, нелинейно зависящих от их смещений из положений равновесия. Центральное место в книге занимает цепочка Toda — структура с взаимодействием ближайших соседей по экспоненциальному закону.

Книга состоит из пяти глав и приложений, посвященных деталям используемой математической техники.

Гл. 1 начинается изложением проблемы Ферми — Паста — Улама, возникшей при изучении закономерностей нелинейного взаимодействия мод решетки. Как известно, при анализе неравновесных процессов в ряде ангармонических структур вместо ожидаемого статистического стационарного равномерного распределения энергии по линейным модам решетки был обнаружен периодический возврат к начальному состоянию. Приведены примеры других нелинейных систем, где при энергиях выше определенного порогового значения в численных экспериментах обнаружено беспорядочное поведение фазовых траекторий, похожее на стохастизацию. Указано на связь модели Хенона — Хейли, описывающей движение звезды в галактике с цилиндрической симметрией, с ангармонической периодической решеткой из трех частиц. Далее говорится об уравнении Кортевега — де Фриза как модели решетки в континуальном приближении и об истории открытия уединенных волн — солитонов.

В гл. 2 М. Toda рассказывает о том, как ему удалось найти точно решаемые модели нелинейных дискретных структур, используя понятие дуальных систем и предполагая наличие решений в виде периодических кноидальных волн. Далее говорится о решетке с экспоненциальным взаимодействием, допускающей точные строго периодические и солитонные решения. Даны двухсолитонные решения; на их основе рассмотрены попутное и встречное столкновение солитонов. Здесь изложены также результаты для модели жестких сфер как предельного случая взаимодействия частиц с резкими отталкивающими силами. Обсуждаются приложения теории решеток к нелинейным электрическим цепям.

В гл. 3 уравнения движения для цепочки Toda записываются в матричном виде, откуда получаются законы сохранения энергии, момента и других величин. Матричная форма использована для стандартной операторной записи уравнений, удобной для применения метода обратной задачи рассеяния. Подробно описаны процедура решения обратной задачи, анализ уравнения Гельфанда — Левитана, нахождение солитонных решений для бесконечной решетки. Показано, как с помощью преобразований Бэклунда по известным решениям для цепочки Toda можно получить семейство других решений. В конце главы проанализирована конечная решетка Модера и свойства решеток в континуальном пределе.

В гл. 4—5 обсуждаются периодические решетки из N частиц с циклическими граничными условиями для динамических переменных. Процедура метода обратной задачи рассеяния приводит здесь к необходимости решать дискретное уравнение Хилла. Задача Коши при этом сводится к обратной задаче Якоби, при анализе которой используется спектр на комплексной плоскости и интегралы на замкнутых римановых поверхностях. Обсуждается возможность расчета нелинейных цепочек при помощи канонических переменных и метода Гамильтона — Якоби.

Характеризуя содержание книги в целом, нужно отметить очень детальное изложение сравнительно узкого круга вопросов, имеющих отношение к физике твердого тела и теории нелинейных волн. Много внимания автор уделяет специфической сложной математике, необходимой для анализа нелинейных цепочек.

Книга будет полезной для специалистов по динамике решеток и нелинейным волнам, заинтересованных в более глубоком ознакомлении с техникой расчета нелинейных дискретных структур по сравнению с имеющимися у нас более широкими (по охвату материала) изданиями (см., например: Солитоны в действии: Пер. с англ./ Под ред. А. В. Гапонова-Грехова, Л. А. Островского.— М.: Мир, 1981).

О. В. Руденко