

ФИЗИКА НАШИХ ДНЕЙ

В поисках утраченного времени: аттосекундная физика, петагерцовая оптоэлектроника и предельная скорость квантовой динамики

А.М. Жёлтиков

Методы современной оптической физики позволяют регистрировать быстротекущие явления с временным разрешением на уровне нескольких десятков аттосекунд. Вопросы о физическом содержании таких измерений и их интерпретации, однако, остаются открытыми. Они являются отражением фундаментальных трудностей определения времени в квантовой механике. Поиски путей преодоления этих трудностей приводят к выяснению возможности обобщения универсальных соотношений неопределённости на сверхбыстрые процессы взаимодействия излучения с веществом. На этой основе устанавливается нижний предел времени отклика, характерного для аттосекундной электронной динамики в поле сверхкоротких лазерных импульсов, и выясняется предельное быстроедействие основанных на принципах оптики сверхкоротких импульсов информационных систем будущего — систем петагерцовой оптоэлектроники.

Ключевые слова: оптическая физика, сверхкороткие лазерные импульсы, квантовая механика, соотношение неопределённости

PACS numbers: 03.65.Ta, 42.65.Re, 78.47.J–

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2020.11.038884>

Содержание

1. Введение: аттосекундная электронная динамика, петагерцовая оптоэлектроника и проблема "потерянного времени" в квантовой механике (386).
2. Трудности времени в квантовой механике: квантовые скачки, соотношения неопределённости и теорема Паули (387).
 - 2.1. Теория Бора, квантовые скачки, точность измерения времени.
 - 2.2. Теорема Паули.
3. Лики времени в квантовой механике (388).
 - 3.1. Время внутреннее и внешнее.
 - 3.2. Время как квантовая наблюдаемая и оператор времени.
 - 3.3. Время задержки.
4. Соотношение неопределённости Мандельштама – Тамма (390).
5. Функция квантовой близости и квантовый предел скорости (391).
6. Неопределённость время – энергия для систем с нестационарным гамильтонианом (392).

7. Динамика квантовой системы в световом поле (392).
 8. Соотношения неопределённости и предельная скорость электронной динамики (393).
 9. Параметр Келдыша и петагерцовый предел оптоэлектроники (395).
 10. Соотношения неопределённости Мандельштама – Тамма и информационно-геометрическая метрика квантовой эволюции (396).
 - 10.1. Геометрия квантовой эволюции.
 - 10.2. Квантовая близость и информация Фишера.
 - 10.3. Соотношение неопределённости и предел Крамера – Рао.
 11. Неквантовая природа квантового предела скорости (398).
 12. Термодинамический предел неопределённости (399).
 - 12.1. Информационная метрика термодинамической неопределённости.
 - 12.2. Термодинамический предел температурного порога мембранных белков.
 13. Заключение (400).
- Список литературы (401).

А.М. Жёлтиков. Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет, Ленинские горы 1, 119991 Москва, Российская Федерация; Institute for Quantum Science and Engineering, Department of Physics and Astronomy, Texas A&M University, College Station TX 77843, USA; Российский квантовый центр, ул. Большой бульвар 30, стр. 1, 143025 Сколково, Москва, Российская Федерация; Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева, КНИТУ – КАИ, ул. Четаева 18, 420126 Казань, Российская Федерация; Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", пл. Академика Курчатова 1, 123182 Москва, Российская Федерация E-mail: zheltikov@physics.msu.ru

Статья поступила 9 августа 2020 г., после доработки 2 ноября 2020 г.

1. Введение: аттосекундная электронная динамика, петагерцовая оптоэлектроника и проблема "потерянного времени" в квантовой механике

Стремительно развивающиеся методы оптики сверхкоротких импульсов открывают уникальные возможности для изучения сверхбыстрых явлений в атомарных и молекулярных системах [1–10], твёрдом теле [11–35] и биологических системах [36]. Одно из наиболее значимых открытий последних лет в этой области исследований связано с наблюдением нового режима взаимодействия лазерного излучения с веществом, в котором явление

фотоионизации позволяет реализовать обратимое переключение диэлектрика в проводящее состояние за времена порядка десятков–сотен аттосекунд [12, 13, 19, 37–40]. На основе анализа спектра сигнала оптических гармоник высокого порядка удаётся осуществить полностью оптическую регистрацию аттосекундных импульсов фотоэлектронного тока, формируемых в этом режиме, и проследить за динамикой образующих ток электронных волновых пакетов [15, 19, 20, 22, 23, 25, 28, 34, 35].

Выполненные в последние годы эксперименты открывают возможности достижения рекордных скоростей обработки информации, создают условия для возникновения нового направления оптических технологий — петагерцовой электроники [37, 38]. Для выяснения вопроса о предельном быстродействии таких систем требуется точное определение интервалов времени, за которые диэлектрический материал переходит в проводящее состояние в условиях лазерной ионизации. Современный инструментарий оптики сверхкоротких импульсов обеспечивает технические возможности измерения интервалов времени с требуемой точностью на уровне 10–100 аттосекунд [1–6, 16, 17, 41–49]. Трудности определения времени фотоионизации в поле сверхкороткого лазерного импульса носят не технический, а принципиальный характер. Они являются отражением фундаментальной трудности определения времени в квантовой механике [50–60].

В своём каноническом варианте квантовая механика не содержит оператора времени и не даёт последовательного метода определения времени как квантовомеханического среднего. Квантовая динамика частицы является результатом интерференции бесконечного числа различных "предысторий", наглядно интерпретируемых на языке квантовых траекторий. Попытка сопоставить процессу туннельной фотоионизации определённую траекторию движения приводит к чисто мнимому значению для времени фотоионизации. Понятие мнимого времени играет важную роль в различных физических контекстах [61–63], включая задачи термодинамики и космологии [64–67], однако попытки его использования для определения времени фотоионизации в задачах оптики сверхкоротких импульсов заканчиваются неудачей. Осознание этих трудностей приводит к переосмыслению результатов времязрешённых экспериментов, выполненных для различных режимов фотоионизации. Первоначальная оптимистичная интерпретация сменяется более осторожным подходом к результатам таких измерений. Целью настоящей работы является анализ прорывных результатов, новых идей, наиболее значимых достижений, а также главных трудностей в этой быстро развивающейся области современной физики.

2. Трудности времени в квантовой механике: квантовые скачки, соотношения неопределённости и теорема Паули

Осознание серьёзных трудностей, возникающих при определении времени в квантовой механике, происходит уже на ранних этапах развития квантовой теории [68, 69]. Представляется полезным кратко остановиться на основных аргументах, выдвигавшихся основоположниками квантовой физики в процессе обсуждения вопроса о времени, так как именно эти аргументы выявили

главные трудности определения времени в квантовой механике и обозначили основные направления развития квантовой теории временных измерений на последующее столетие.

2.1. Теория Бора, квантовые скачки, точность измерения времени

Дискуссия по вопросам о времени разворачивается сразу же после публикации "квантовой трилогии" Бора [70–72] в 1913 г. Содержащееся в теории Бора положение о "квантовых скачках" между орбитами электронов, в результате которых происходит испускание и поглощение излучения атомами, вызывает возражения со стороны Резерфорда и Слейтера, указывающих на противоречие между этим положением и спектром поглощения и излучения атомов, отличительной чертой которого является наличие узких спектральных линий. В поисках удовлетворительных ответов Эйнштейн обращается к статистическому описанию атомных спектров в терминах вероятностей электронных переходов [73]. Гейзенберг ищет пути решения в рамках матричной механики, которая отказывается от самого понятия электронных орбит. В своей работе 1927 г. [74] Гейзенберг предлагает новый подход к пониманию роли времени в квантовой механике. В рамках этого похода момент времени, в который происходит квантовый переход, сопровождающийся изменением энергии ΔE , может быть определён лишь с точностью $\Delta t \sim \hbar/(2\Delta E)$, Гейзенберг приводит также операторное соотношение между временем и энергией, записывая его в виде

$$\mathbf{E}t - t\mathbf{E} = -i\hbar, \quad (1)$$

не конкретизируя, однако, вид \mathbf{E} и t и не обсуждая вопрос о самой возможности определения оператора времени¹. Год спустя, в своей работе 1928 г. [75], Бор, основываясь на "хорошо известных соотношениях теории оптических инструментов", приходит к уравнению

$$\Delta t \Delta E = h, \quad (2)$$

Величину ΔE в соотношении (2) Бор интерпретирует как максимальную точность измерения энергии отдельного объекта, связанного с "волновым полем".

Сформулированное таким образом соотношение неопределённостей между энергией и временем окажется одним из центральных пунктов развернувшейся дискуссии о роли времени в квантовой динамике и квантовых измерениях и будет многократно переосмысляться и переопределяться в рамках этой дискуссии, продолжающейся и по сей день.

2.2. Теорема Паули

Одной из наиболее значительных вех раннего этапа этой дискуссии послужила статья Паули [76]. Критикуя аргументы Гейзенберга и Бора, Паули формулирует утверждение, получившее известность как теорема Паули. Паули замечает, что ограниченность снизу спектра собственных значений гамильтониана \hat{H} исключает существование эрмитова оператора \hat{T} , позволяющего составить унитарный оператор сдвига энергии. На этом

¹ Здесь мы придерживаемся обозначений \mathbf{E} и t (полужирным шрифтом), используемых в работе Гейзенберга [74]. В дальнейшем, там, где это будет необходимо для ясности, операторные величины будут снабжены "шляпками".

основании Паули заключает, что определить такой эрмитов оператор \hat{T} принципиально невозможно. В течение длительного времени теорема Паули понималась как фундаментальный запрет на существование в квантовой механике наблюдаемого времени, эквивалентный низведению времени на роль параметра, для которого невозможно найти операторное представление.

В современной квантовой механике, однако, достигнуто понимание [68, 69, 77], что теорема Паули накладывает серьёзные ограничения на класс гамильтонианов, для которых возможно последовательное определение оператора времени, но не ведёт к полному запрету на введение такого оператора. В самом деле, если для любого $\varepsilon \in \mathbb{R}$ выполняется соотношение

$$\exp\left(\frac{i\varepsilon\hat{T}}{\hbar}\right)\hat{H}\exp\left(-\frac{i\varepsilon\hat{T}}{\hbar}\right) = \hat{H} + \varepsilon\hat{I}, \quad (3)$$

то спектр собственных значений \hat{H} должен охватывать всю область \mathbb{R} . Этот результат находится в полном соответствии с теоремой Паули. Отсюда, однако, не следует, что последовательное определение оператора времени полностью исключено. Запрет не распространяется, например, на определение ограниченного эрмитова оператора времени для гамильтониана с неограниченным спектром или спектром, состоящим из конечного счётного множества собственных значений [78]. В ряде случаев также оказывается возможным и даже полезным введение неэрмитовых операторов времени [68, 69].

3. Лики времени в квантовой механике

3.1. Время внутреннее и внешнее

Для правильной трактовки времени в задачах квантовой механики необходимо, прежде всего, выяснить, какой именно смысл вкладывается в понятие времени в контексте конкретной физической постановки задачи. В квантовой механике за временем закреплены сразу несколько важных функций. Решение задач квантовой динамики неизбежно приводит к понятию времени как переменной уравнений эволюции. Такое время выступает в качестве внешнего параметра, отсчитываемого по внешним (лабораторным) часам (рис. 1а), и часто называется внешним, или лабораторным [68, 69]. Внешнее время оторвано от динамических переменных квантовой системы и коммутирует с операторами, используемыми для представления таких переменных.

Именно для внешнего времени оказывается возможным сформулировать, следуя идеям Гейзенберга и Бора, соотношения неопределённости между временем и энергией вида

$$\Delta t \Delta E \gtrsim \frac{\hbar}{2}, \quad (4)$$

в которых ΔE понимается как минимальная погрешность измерения энергии, которую можно обеспечить за время измерения Δt .

Измерения времени t в квантовой механике производятся путём последовательной регистрации динамической переменной A (рис. 1б), которая может быть представлена оператором \hat{A} , изменяющейся со временем по закону $\hat{A}(t)$. Время, найденное путём решения уравнений, определяемых законом движения $\hat{A}(t)$, может быть пред-

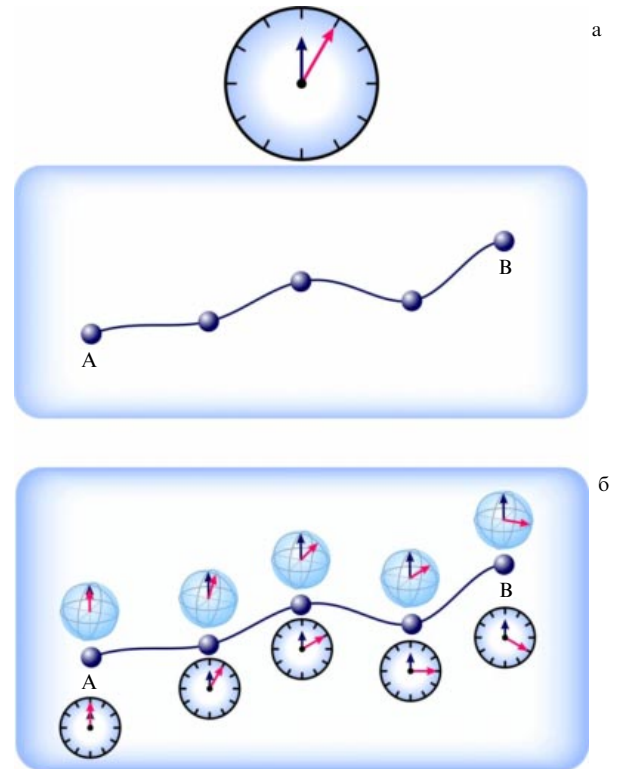


Рис. 1. Внешнее (а) и внутреннее (б) время в квантовой механике.

ставлено в виде оператора \hat{T} , выраженного через $\hat{A}(t)$. Такое время часто называется внутренним временем [68, 69].

Понятие внутреннего времени позволяет сформулировать обширный набор соотношений неопределённости между временем и энергией вида (4). Принципиальное отличие таких соотношений от соотношений неопределённости между энергией и внешним временем заключается в том, что в отношении внутреннего времени Δt может пониматься как фундаментально неустранимая неопределённость определения времени. Важные примеры таких соотношений обсуждаются в разделе 4.

3.2. Время как квантовая наблюдаемая и оператор времени

На практике нахождение оператора внутреннего времени T представляет собой сложную задачу, которая, как правило, не решается в классе удобных для использования операторов \hat{T} . Для иллюстрации этой трудности [79] полезно рассмотреть свободную частицу с импульсом p и массой m . Гамильтониан такой частицы имеет вид $H = p^2/(2m)$. Вводя $T = mq/p$, где q — пространственная координата, получаем следующее соотношение для скобок Пуассона T и H : $\{T, H\} = 1$. Оператор T , таким образом, представляет собой естественный выбор внутреннего времени, позволяющий наиболее простым способом выполнить измерение интервалов времени для свободной частицы в классической механике.

В квантовой механике, однако, всё оказывается гораздо сложнее. Квантовым аналогом $T = mq/p$ служит оператор [79]

$$T = i \frac{\hbar m}{2} \left(\frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial p} + \frac{\partial}{\partial p} \frac{1}{p} \right). \quad (5)$$

Такой оператор удовлетворяет требуемому перестановочному соотношению, $[T, H] = i\hbar$. Собственные функции уравнения $T\psi = t\psi$ имеют вид

$$\psi \sim \sqrt{p} \exp\left(-i \frac{p^2}{2m\hbar} t\right). \quad (6)$$

Как следует из выражений (5) и (6), ни сам оператор T , ни его собственные функции в общем случае не имеют простого физического смысла и не позволяют предложить физически прозрачную схему измерений. Следовать основанной на классической механике интуиции в вопросах измерения времени оказывается затруднительным даже в простейшем случае свободной частицы.

К числу наиболее трудных относятся вопросы, связанные с определением времени для квантовых процессов, не имеющих классических аналогов. К этому классу процессов относятся явления, связанные с туннелированием. Для того чтобы попытаться определить длительность временного интервала τ , который квантовая частица проводит в области Ω (рис. 2), полезно волновую функцию $\psi(x, t)$ представить в виде интеграла [54–58]:

$$\psi(x, t) = \int_0^t \Phi(x, t|\tau) dt. \quad (7)$$

Функции $\Phi(x, t|\tau)$ в разложении (7) представляют собой вклад подмножества траекторий, для которых время нахождения частицы в области Ω равно τ ,

$$\Phi(x, \eta|\tau) = \int d\xi \int_{\xi(0); x(\eta)} Dx(t) \delta(\tau_\Omega[x(t)] - \tau) \times \exp\left\{i \frac{S[x(t)]}{\hbar}\right\} \psi(\xi, 0),$$

где $S[x(t)] = \int_0^\eta [m\dot{x}^2/2 - U(x)] dt$, $Dx(t)$ — сумма по всем траекториям из точки $(\xi, 0)$ в точку (x, η) , $\tau_\Omega[x(t)] = \int_0^\eta \Theta_\Omega(x(t)) dt$, $\Theta_\Omega(x) = 1$ для $x \in \Omega$ и $\Theta_\Omega(x) = 0$ при $x \notin \Omega$.

Так как волновая функция $\psi(x, t)$ описывается уравнением Шрёдингера, то $\Phi(x, t|\tau)$ удовлетворяет уравнению

$$i\hbar \frac{\partial \Phi(x, t|\tau)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Phi(x, t|\tau)}{\partial x^2} + U(x)\psi(x, t) - i\hbar \Theta_\Omega(x) \frac{\partial \Phi(x, t|\tau)}{\partial \tau}.$$

Таким образом, в разложении (7) траектории частицы "рассортированы" по времени τ , а состояние частицы, находящейся в точке x_2 в момент времени t_2 , оказывается результатом интерференции бесконечного числа различных "предысторий" частицы (рис. 2). Как и в хорошо известном случае дифракции на двух щелях, в котором число таких предысторий равно двум, определение индивидуальной траектории частицы приводит к разрушению состояния $\psi(x, t)$. Таким образом, в результате интерференции различных $\Phi(x, t|\tau)$ информация об индивидуальных квантовых траекториях, соответствующих определённым значениям времени τ , в волновой функции $\psi(x, t)$ оказывается утерянной. Ответ на вопрос о времени туннелирования зависит от того, как именно поставлен вопрос и каким образом производится измерение. Часы с определённым пространственным положением, $\mathbf{r} = \mathbf{r}_t$, и часы, показание которых снимается в определённый момент времени, $t = t_r$, покажут различное время (см. рис. 2).

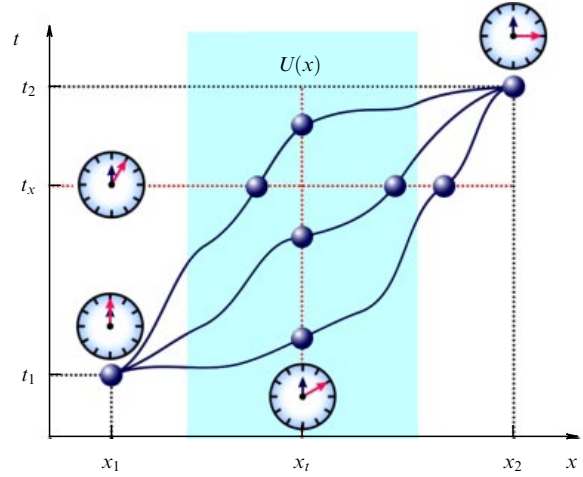


Рис. 2. Квантовая эволюция как результат интерференции различных "предысторий" — квантовых траекторий системы. Заливкой показана область Ω действия потенциала $U(x)$.

3.3. Время задержки

Оператор временной задержки — важный пример последовательно определённого эрмитова оператора, служащего квантово-механическим представлением физической величины, связанной со временем. Основой для введения такого оператора служит высказанная в работах Айзенбада [80], Бома [81] и Вигнера [82] идея о возможности определения временной задержки Δt как производной по энергии или импульсу сдвига фазы φ волнового пакета:

$$\Delta t_{ph} = \frac{m_e \hbar}{p_0} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial p} \right)_{p=p_0}, \quad (8)$$

где m_e — масса электрона, p_0 — импульс, соответствующий центру волнового пакета.

Записанное для матрицы рассеяния $\hat{S}(E)$, представленной в функции энергии E , такое соотношение между временем задержки и фазой волнового пакета позволяет ввести самосопряжённый оператор времени задержки [59, 83]:

$$\hat{T} = -i\hbar \hat{S}^{-1} \frac{d\hat{S}}{dE} = \hat{T}^\dagger. \quad (9)$$

Определённое согласно (9) время задержки оказывается полезным для решения широкого класса задач квантовой динамики. На рисунке 3а, б представлена полученная на основе численного решения нестационарного уравнения Шрёдингера (НУШ) функция распределения фотоэлектронов, образующихся в результате ионизации водородоподобного атома полем лазерного излучения, линейно поляризованным вдоль оси z [84]. Представленной на рис. 3а, б функции распределения фотоэлектронов по энергии ε соответствует волновой пакет туннелирующих фотоэлектронов вида $\psi_f(\mathbf{r}, t) = |\psi_f(\mathbf{r}, t)| \exp[i\eta(\mathbf{r}, t)]$. Фазовая задержка этого волнового пакета вычисляется в соответствии с $\Delta t_{ph}(\varepsilon) = m_e / (\hbar p_z) \partial \eta(p_z) / \partial p_z$, где $\eta(p_z)$ — фаза волновой функции $\psi_f(p_z, t)$, получаемой преобразованием $\psi_f(\mathbf{r}, t)$ в импульсное представление, p_z — составляющая импульса электронов вдоль оси z .

Правая ось на рис. 3а и 3б показывает зависимости фазового времени от энергии, рассчитанные с помощью

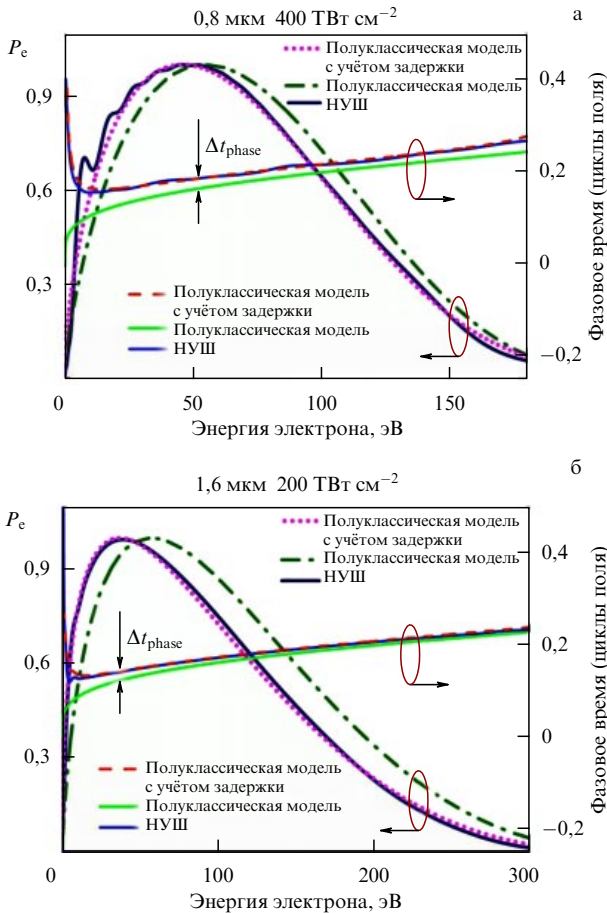


Рис. 3. (В цвете онлайн.) Функция распределения электронов по энергии (левая ось) и фазовая задержка времени, рассчитанные путём численного решения нестационарного уравнения Шрёдингера (НУШ — TDSE) (синяя и голубая сплошные линии) и с помощью полуклассической модели без поправки (штрихпунктирная и сплошная зелёная линии) и с поправкой на дополнительную задержку, обусловленную взаимодействием с потенциалом атома (розовая пунктирная и красная штриховая линии). Центральная длина волны лазерного импульса 0,8 мкм (а) и 1,6 мкм (б). Пиковая интенсивность лазерного импульса 400 ТВт см^{-2} (а) и 200 ТВт см^{-2} (б).

решения НУШ и в рамках полуклассической модели взаимодействия электронного волнового пакета с полем [85, 86]. Расхождение между предсказаниями полуклассической и квантовой моделей почти целиком обусловлено дополнительно фазовой задержкой, обусловленной взаимодействием электронов с потенциалом родительского иона [87]. Внесение поправки на эту задержку позволяет существенно повысить предсказательную точность квазиклассической модели (рис. 3а, б).

4. Соотношение неопределённости Мандельштама – Тамма

Опубликованная весной 1945 г. статья Мандельштама и Тамма "Соотношение неопределённостей энергия – время в нерелятивистской квантовой механике"² [88] является одной из важнейших вех на пути понимания фундаментальной квантовой неопределённости времени.

Все соотношения неопределённости вида энергия – время, известные к моменту появления этой работы, либо постулировались без доказательств, либо формулировались по аналогии с другими известными соотношениями, такими как соотношения неопределённости между пространственной координатой и импульсом или диктуемые свойствами преобразования Фурье соотношения, используемые в теории обработки сигналов [90, 91].

В работе Мандельштама и Тамма [88] показано, что соотношения неопределённости между энергией – временем могут быть получены на основе строгого анализа уравнений квантовой эволюции. Получаемым при этом соотношениям можно придать форму (2) или (4). Однако физическое содержание этих соотношений гораздо глубже. Соотношения Мандельштама – Тамма выходят далеко за рамки неопределённости измерения энергии и времени. Эти соотношения позволяют найти предельную скорость изменения параметров квантовой системы, а также определить фундаментальный предел скорости квантовой обработки и передачи информации.

В своей работе Мандельштам и Тамм выступают с критикой соотношения неопределённости между временем и энергией вида (2)³ и указывают на отсутствие в имеющейся на момент написания статьи литературе строгого обоснования соотношения неопределённости между энергией и временем. Приведём выдержку из этой статьи: "... в нерелятивистской квантовой механике целесообразно считать энергию "observable"⁴ в смысле Дирака, соответствующей оператору Гамильтона данной механической системы. При таком определении нельзя, конечно, отождествлять энергию с умноженной на \hbar частотой монохроматического колебания. Поэтому указанное обоснование теряет силу, а само соотношение (2) перестаёт быть содержательным... По-видимому, общего, вытекающего из основных положений квантовой механики обоснования соотношения (2) или другого аналогичного соотношения неопределённости, относящегося к энергии, до сих пор дано не было".

Анализ Мандельштама и Тамма основан на уравнении эволюции для оператора \hat{R} , представляющего наблюдаемую физическую величину:

$$\frac{\partial \hat{R}}{\partial t} = \frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{R}], \quad (10)$$

где \hat{H} — стационарный, т.е. не содержащий явной зависимости от времени, гамильтониан квантовой системы.

Ввиду того что для любых \hat{R} и \hat{S} справедливо неравенство

$$\Delta S \Delta R \geq \frac{1}{2} |\langle [\hat{S}, \hat{R}] \rangle|, \quad (11)$$

где $(\Delta O)^2 = \langle \hat{O}^2 \rangle - \langle \hat{O} \rangle^2$, уравнение (10) приводит к соотношению

$$\Delta H \Delta R \geq \frac{\hbar}{2} \left| \left\langle \frac{\partial \hat{R}}{\partial t} \right\rangle \right|. \quad (12)$$

² Статья опубликована в специальном выпуске журнала *Известия Академии наук СССР. Серия физическая*, посвящённом памяти академика Л.И. Мандельштама (1879–1944).

³ Формула (2) в работе Мандельштама и Тамма совпадает с уравнением (2) настоящей работы.

⁴ Так в оригинале.

Неравенство (12) может быть переписано в виде соотношения неопределённости время – энергия:

$$\tau_R |\Delta H| \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (13)$$

где

$$\tau_R = |\Delta R| \left| \left\langle \frac{\partial \hat{R}}{\partial t} \right\rangle \right|^{-1}. \quad (14)$$

Неравенство (13) представляет собой одну из широко используемых в литературе форм записи соотношения неопределённости Мандельштама – Тамма. Содержащийся в работе [88] анализ, однако, не исчерпывается этим соотношением. Мандельштам и Тамм рассматривают проекционный оператор, определяемый соотношением

$$\hat{L}\psi = (\psi_0\psi)\psi_0, \quad (15)$$

где

$$(\psi_0\psi) = \int \psi_0^* \psi dx. \quad (16)$$

Так как одно из собственных значений оператора \hat{L} равно 1, а все остальные равны нулю, математическое ожидание $\langle \hat{L} \rangle$ удовлетворяет неравенству $\langle \hat{L} \rangle \leq 1$. Тогда, с учётом соотношения (12), получаем

$$\Delta H [\langle \hat{L} \rangle - \langle \hat{L} \rangle^2]^{1/2} \geq \frac{\hbar}{2} \left| \frac{d\langle \hat{L} \rangle}{dt} \right|.$$

Предполагая, что в начальный момент времени система находится в состоянии ψ_0 , т.е. $\langle \hat{L}(0) \rangle = 1$, и интегрируя полученное неравенство, находим, что для $t \geq 0$ выполняется неравенство

$$\frac{\pi}{2} - \arcsin(\langle \hat{L} \rangle^{1/2}) \geq \frac{\Delta H}{\hbar} t. \quad (17)$$

Это соотношение удобно переписать в виде

$$\langle \hat{L} \rangle \geq \cos^2 \left(\frac{\Delta H}{\hbar} t \right). \quad (18)$$

Представляя состояния ψ_0 и $\psi_t = \psi$ в виде векторов $|\psi(0)\rangle$ и $|\psi(t)\rangle$ и определяя угол между этими векторами (рис. 4),

$$\vartheta(\psi_0, \psi_t) = \arccos(|\langle \psi_0 | \psi_t \rangle|), \quad (19)$$

приходим к следующему виду соотношения неопределённости:

$$\left| \frac{d\vartheta}{dt} \right| \leq \frac{\Delta H}{\hbar}. \quad (20)$$

Используя соотношение (20), получаем, что время τ , необходимое для того, чтобы система, изначально находившаяся в состоянии $|\psi(0)\rangle$, перешла в состояние $|\psi(\tau)\rangle$, ортогональное $|\psi(0)\rangle$ (т.е. в состояние, для которого $\langle \psi(0) | \psi(\tau) \rangle = 0$), удовлетворяет следующему неравенству:

$$\tau \geq \tau_{MT} \equiv \frac{\pi}{2} \frac{\hbar}{\Delta H} = \frac{\pi}{2} \frac{\hbar}{\Delta E}. \quad (21)$$

где

$$(\Delta E)^2 = (\Delta H)^2 = \langle \hat{H}^2 \rangle - \langle \hat{H} \rangle^2. \quad (22)$$

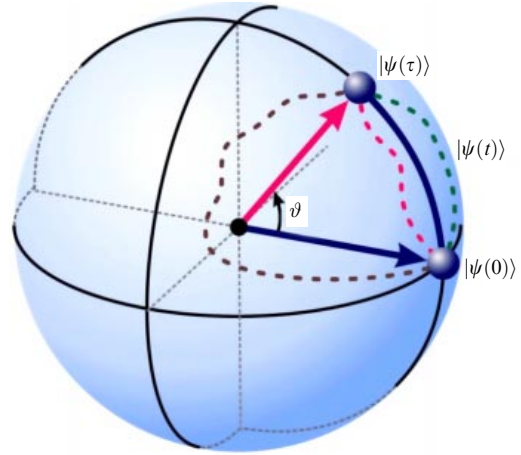


Рис. 4. Вектор начального состояния системы $|\psi(0)\rangle$ и векторы состояния в текущий и конечный моменты времени $|\psi(t)\rangle$ и $|\psi(\tau)\rangle$. Сплошной линией показан участок геодезической дуги, соединяющей начальное и конечное состояния системы. Штриховой линией показаны квантовые траектории, представляющие реальную эволюцию системы.

Неравенство (21) может быть представлено в виде, аналогичном выражению (2), т.е. в виде соотношения неопределённости, известного из работ Гейзенберга и Бора [74, 75] и использованного в качестве аргумента в споре Бора и Эйнштейна. Однако как физическое, так и формально-математическое содержание неравенства (21) совершенно иное. В соотношении (21) неопределённость энергии ΔE больше не выступает как максимальная точность измерения энергии, а связывается с дисперсией гамильтониана. Работа Мандельштама и Тамма устанавливает связь между квантовой неопределённостью времени и физическим пределом скорости квантовой динамики.

5. Функция квантовой близости и квантовый предел скорости

Уравнение (20) позволяет выяснить, насколько физически различимыми оказываются состояния ψ_0 и ψ_t в данный момент времени. Для количественного описания различимости квантовых состояний (точнее, их "неразличимости") вводится функция близости, которая для чистых состояний определяется как [92, 93]

$$F(\psi_0, \psi_t) = |\langle \psi_0 | \psi_t \rangle|^2. \quad (23)$$

Как следует из уравнений (19)–(21), для функции $F(\psi_0, \psi_t)$ при $0 \leq \Delta H t / \hbar \leq \pi/2$ выполняется неравенство

$$F(\psi_0, \psi_t) \geq \cos^2 \left(\frac{\Delta H}{\hbar} t \right). \quad (24)$$

Время эволюции τ , необходимое для того, чтобы система оказалась в состоянии ψ_t , функция близости которого по отношению к ψ_0 не превышает $F(\psi_0, \psi_\tau)$, ограничено снизу соотношением

$$\tau \geq \frac{\hbar}{\Delta H} \arccos \left\{ [F(\psi_0, \psi_t)]^{1/2} \right\}. \quad (25)$$

Таким образом, формализм Мандельштама – Тамма не только решает задачу строгого квантово-механического обоснования соотношения неопределённости меж-

ду временем и энергией, но и позволяет выяснить фундаментальный физический предел скорости изменения параметров квантовой системы как нижний предел неопределённости, определяемый неравенствами (14) и (21),

$$w_0 = \frac{1}{\tau_0} = \frac{1}{\tau_{\text{MT}}}. \quad (26)$$

Рассматриваемое в контексте квантовой обработки и передачи информации соотношение (26) устанавливает "квантовый предел скорости" [93–101],

$$\tau_{\text{QSL}} = \tau_{\text{MT}}, \quad (27)$$

и приводит к выяснению возможности "квантового контроля" [102] — активного влияния на свойства гамильтониана квантовой системы. В рамках ведущихся в этом направлении исследований установлены важные свойства квантового предела скорости для различных физических условий и режимов квантовой обработки и передачи информации, выявляющие новые фундаментальные аспекты неопределённости времени и энергии [100–102].

6. Неопределённость время–энергия для систем с нестационарным гамильтонианом

Анализ Мандельштама и Тамма выполнен для квантовой системы, динамика которой описывается не зависящим от времени гамильтонианом, \hat{H} . Ввиду этого ограничения соотношение неопределённости Мандельштама–Тамма, по крайней мере в его оригинальном виде, не позволяет установить соотношение неопределённости между энергией и временем для широкого круга задач, включая задачи взаимодействия лазерного излучения с веществом, в которых эволюция квантовой системы описывается гамильтонианами, \hat{H}_t , содержащими явную зависимость от времени. Обобщение соотношения Мандельштама–Тамма на случай таких гамильтонианов сталкивается с серьёзными трудностями [103]. В общем случае зависящего от времени гамильтониана \hat{H}_t оператор эволюции \hat{U}_t уже не может быть представлен в виде

$$\hat{U} = \exp\left(-i \frac{\hat{H}}{\hbar} t\right). \quad (28)$$

Оператор (28) оказывается лишь первым слагаемым в разложении [104]:

$$\hat{U}_\tau = \exp\left(-i \frac{\hat{Q}_\tau}{\hbar}\right), \quad (29)$$

$$\hat{Q}_\tau = \int_0^\tau dt_1 \hat{H}_{t_1} - \frac{i}{2\hbar} \int_0^\tau dt_1 \int_0^{t_1} dt_2 [\hat{H}_{t_1}, \hat{H}_{t_2}] + \dots \quad (30)$$

Формальная процедура обобщения соотношения неопределённости Мандельштама–Тамма на случай такого гамильтониана приводит к следующему неравенству [103]:

$$\tau \geq \frac{\hbar}{\Delta \tilde{E}_\tau} \vartheta(\psi_0, \psi_\tau), \quad (31)$$

где $\Delta \tilde{E}_\tau$ должно быть вычислено согласно

$$\Delta \tilde{E}_\tau = \frac{1}{\tau} |\langle \psi_0 | \hat{Q}_\tau | \psi_0 \rangle|. \quad (32)$$

Формально неравенство (31) имеет вид соотношения неопределённости Мандельштама–Тамма. Выражение (32), однако, носит чисто формальный характер и не даёт ясного рецепта вычисления $\Delta \tilde{E}_\tau$. К настоящему времени, за исключением отдельных случаев адиабатической эволюции (см. [103]), такой рецепт не найден. В разделе 7 мы подробнее остановимся на трудностях обобщения соотношения неопределённости Мандельштама–Тамма на случай нестационарных гамильтонианов. На примере квантовой динамики, обусловленной действием светового поля [105–107], мы покажем, что для одного и того же гамильтониана возможность формулировки осмысленного соотношения неопределённости энергия–время зависит от режима взаимодействия поля с квантовой системой.

7. Динамика квантовой системы в световом поле

Воспользуемся описанными выше методами и полученными выше соотношениями для выяснения предельной скорости τ_0^{-1} квантовой динамики, обусловленной взаимодействием вещества с предельно короткими лазерными импульсами. Для этой цели представим управляющий квантовой эволюцией гамильтониан в виде

$$\hat{H}_t = \hat{H}_0 + \hat{V}(t), \quad (33)$$

где \hat{H}_0 — стационарный гамильтониан системы в отсутствие поля,

$$\hat{V}(t) = -e\mathbf{E}\mathbf{r} \sin(\omega t) \quad (34)$$

— нестационарная часть гамильтониана, описывающая дипольное взаимодействие квантовой системы, имеющей дипольный момент $\mathbf{d} = -e\mathbf{r}$, с электромагнитным полем с амплитудой $\mathbf{E} = \mathbf{E}(t)$ и частотой ω .

Рассмотрим эволюцию квантовой системы, в начальный момент времени, $t = 0$, находящуюся в состоянии $|\psi(0)\rangle = \psi_0$ и описываемую уравнением Шрёдингера

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle = \hat{H}_t |\psi(t)\rangle. \quad (35)$$

Воспользуемся теоремой Пфайфера [108], согласно которой верхний и нижний пределы населённости $q(t) = |\langle \varphi | \psi(t) \rangle|^2$ произвольного квантового состояния φ в любой момент времени $0 \leq t \leq T_\pm$ определяются минимальной из неопределённостей энергии вида:

$$q_-(t) \leq q(t) \leq q_+(t), \quad 0 \leq t \leq T_\pm, \quad (36)$$

где

$$q_\pm(t) = \sin(\delta \pm \chi(t)), \quad (37)$$

$$\delta = \arcsin(|\langle \varphi | \psi_0 \rangle|), \quad (38)$$

$$\chi(t) = \frac{1}{\hbar} \int_0^t \min\{\Delta H_\varphi, \Delta H_{\psi_0}\} d\vartheta, \quad (39)$$

$$(\Delta H_\psi)^2 = \langle \psi | \hat{H}_\vartheta^2 | \psi \rangle - \langle \psi | \hat{H}_\vartheta | \psi \rangle^2, \quad (40)$$

$\psi_0 = \psi(0)$ — начальное состояние системы, T_\pm определяются уравнениями $q_+(T_+) = 1$ и $q_-(T_-) = 0$.

Выбирая $\varphi = \psi_0$, где $\psi_0 = \psi(0)$ — начальное состояние системы, имеем $\delta = \pi/2$. При таком выборе φ первое из соотношений (36) приводит к неравенству [108]

$$|\langle \psi_0 | \psi(t) \rangle| \geq q_-(t) = \cos [\Phi(t)], \quad (41)$$

где

$$\Phi(t) = \frac{1}{\hbar} \int_{-\infty}^t \Delta H_{\psi_0}(\vartheta) d\vartheta. \quad (42)$$

Неравенство (41) устанавливает ограничение на скорость эволюции квантовой системы, находящейся в начальном состоянии ψ_0 , и связывает предельную скорость такой эволюции с дисперсией гамильтониана в состоянии ψ_0 . В этом смысле неравенство служит обобщением соотношения неопределённости энергия–время Мандельштама–Тамма на случай квантовой эволюции, описываемой зависящим от времени гамильтонианом вида (33) с оператором взаимодействия вида (34), характерным для задач взаимодействия лазерного излучения с веществом.

В отличие от канонического варианта соотношения неопределённости Мандельштама–Тамма (21), формулируемого для стационарных гамильтонианов, в неравенство входит не сама дисперсия энергии, а её интеграл по времени — функция $\Phi(t)$. В общем случае выражения (41) и (42) приводят к сложному нелинейному соотношению между предельной скоростью квантовой эволюции и дисперсией энергии системы в начальном состоянии [109].

8. Соотношения неопределённости и предельная скорость электронной динамики

Рассмотрим теперь случай, когда вектор состояния $|\varphi\rangle$ ортогонален $|\psi(0)\rangle = \psi_0$. Второе из соотношений (36) приводит к следующему ограничению на скорость заселения такого состояния [108, 110]:

$$|\langle \varphi | \psi(t) \rangle| \geq q_+(t) = \sin [\Phi(t)], \quad (43)$$

Из неравенства (43) следует, что скорость заселения состояния, ортогонального начальному, ограничена. Как и предел скорости эволюции системы с начальным состоянием ψ_0 , максимальная скорость заселения ортогонального ψ_0 состояния определяется интегралом по времени дисперсии энергии в состоянии ψ_0 .

Пусть в начальный момент времени квантовая система находится в состоянии, которое может быть приближённо описано волновой функцией основного состояния водородоподобного атома. Задавая поле в виде линейно поляризованного импульса

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{e}_0 E f(t) \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (44)$$

выбирая направление оси z вдоль \mathbf{e}_0 и учитывая, что для основного состояния атома водорода $\langle z \rangle_0 = 0$, $\langle z^2 \rangle_0 = \langle r^2 \rangle_0 / 3 = a_0$, где a_0 — радиус первой борвской орбиты, получаем

$$\Delta H_{\psi_0}(\vartheta) = e E a_0 f(\vartheta) |\sin(\omega \vartheta + \varphi_0)|, \quad (45)$$

$$\Phi(t) = \frac{e E a_0}{\hbar} \int_{-\infty}^t f(\vartheta) |\sin(\omega \vartheta + \varphi_0)| d\vartheta. \quad (46)$$

Наряду с зависящей от времени дисперсией ΔH_{ψ_0} введём среднюю по периоду поля $T_0 = 2\pi/\omega$ дисперсию гамильтониана:

$$\Delta H_0 = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} \Delta H_{\psi_0} d\vartheta. \quad (47)$$

Для сверхкоротких световых импульсов поля (44) с длительностью τ_0 порядка периода поля T_0 определяемая согласно (47) величина ΔH_0 уже не может служить разумной мерой средней дисперсии энергии, однако, как будет показано ниже, продолжает являться важным параметром, позволяющим количественно определить временной масштаб квантовой динамики.

Для основного состояния водородоподобного атома определение (47) приводит к следующему выражению для средней по периоду T_0 дисперсии гамильтониана:

$$\Delta H_0 = \frac{4\hbar}{\gamma_K T_0} = \frac{2\hbar}{\pi \tau_K}, \quad (48)$$

где

$$\gamma_K = \frac{\omega}{e E_0} (2m_e I_0)^{1/2} \quad (49)$$

— параметр Келдыша [111], I_0 — интенсивность светового поля,

$$\tau_K = \frac{\gamma_K}{\omega} = \frac{(2m_e I_0)^{1/2}}{e E_0}. \quad (50)$$

Следуя традиции, установившейся в литературе по квантовому туннелированию [51, 52, 112, 113], будем называть параметр τ_K "временем Келдыша".

Параметр Келдыша γ_K выступает фундаментальной характеристикой процесса, определяющей границу между режимами сильного и слабого поля при взаимодействии излучения с веществом, а также служит мерой адиабатичности процесса ионизации. В предельном случае больших значений параметра Келдыша, $\gamma \gg 1$, получаемые на основе теории Келдыша замкнутые выражения для скорости фотоионизации переходят в известные выражения для многофотонной ионизации, получаемые методами теории возмущений в предположении слабого внешнего поля. В противоположном предельном случае $\gamma \ll 1$ формула Келдыша для вероятности фотоионизации содержит экспоненциальный множитель, характерный для явления квантового туннелирования. В пределе низких частот это выражение переходит в формулу для вероятности туннельного прохождения электрона через потенциальный барьер, формируемый потенциалом иона и внешним полем.

Соотношение (48) устанавливает связь между ΔH_0 и γ_K , выясняя, таким образом, роль параметра Келдыша, а также связанного с ним времени Келдыша как меры средней за период T_0 дисперсии энергии электрона в основном состоянии водородоподобного атома в присутствии светового поля.

В общем случае светового поля сверхкороткого светового импульса (44) выражение для $\Phi(t)$ удобно записать в следующем виде:

$$\Phi(t) = \frac{1}{\tau_K} \int_{-\infty}^t f(\vartheta) |\sin(\omega \vartheta + \varphi_0)| d\vartheta. \quad (51)$$

Вводя безразмерное время, $\eta = t/\tau_K$, получаем

$$\Phi(\eta) = \int_{-\infty}^{\eta} f(\eta') |\sin(\gamma_K \eta' + \varphi_0)| d\eta'. \quad (52)$$

Таким образом, время Келдыша τ_K задаёт естественный масштаб времени эволюции квантовой системы в присутствии светового поля. При этом параметр Келдыша, выступающий в качестве нормы дисперсии энергии, оказывается ключевым параметром, определяющим, согласно соотношениям (48), (50), (52), скорость эволюции такой системы.

В режиме слабого светового поля, $\gamma_K \gg 1$, интегрирование в выражении (52) для импульса длительностью $\tau_0 \gg T_0$ приводит к следующему результату:

$$\Phi(t) \approx \frac{2}{\pi} \frac{t}{\tau_K} f(t). \quad (53)$$

В этом пределе фаза $\Phi(t)$ является плавно растущей функцией времени (штриховая линия на рис. 5а). Функции $q_+(\eta)$ и $q_-(\eta)$, определяющие предельную скорость эволюции системы с начальным состоянием ψ_0 и максимальную скорость заселения состояния, ортогонального ψ_0 (сплошная и штрихпунктирные линии на рис. 5а), достигают своих пределов в момент времени τ_1 , определяемый условием $\Phi(\tau_1) = \pi/2$. Решая это уравнение относительно τ_1 вблизи максимума огибающей импульса в предположении, что изменение интенсивности поля на временном масштабе τ_1 пренебрежимо мало, т.е. $f(t) \approx 1$, получаем

$$\tau_1 \approx \frac{\pi^2}{4} \tau_K. \quad (54)$$

С учётом соотношения (48) приходим к следующему результату:

$$\tau_1 \approx \frac{\pi}{2} \frac{\hbar}{\Delta H_0}. \quad (55)$$

Полученное соотношение для τ_1 замечательно в том отношении, что оно формально идентично нижнему пределу τ_{MT} в соотношении неопределённости Мандельштама–Тамма (21). Неравенство (54) при этом переходит в соотношение неопределённости Мандельштама–Тамма. Важно, однако, помнить, что, в отличие от соотношения Мандельштама–Тамма, выражение (55) получено для зависящего от времени гамильтониана \hat{H}_t , а дисперсия энергии ΔH_0 в выражении (55) определена, согласно (47), как среднее от дисперсии \hat{H}_t за период поля T_0 .

В противоположном предельном случае сильного светового поля, $\gamma_K \ll 1$, определяемый временем Келдыша характерный масштаб времени τ_K оказывается гораздо меньше периода светового поля T_0 . На рисунке 5б представлены характерные временные зависимости фазы $\Phi(\eta)$, а также функций $q_+(\eta)$ и $q_-(\eta)$ в этом режиме. Как хорошо видно из этого графика, фаза $\Phi(t)$ претерпевает существенные изменения уже за интервал времени порядка T_0 . Для предельно коротких световых импульсов интенсивность поля в максимуме центрального полупериода ($|\eta| \approx 7,5$ на рис. 5б и $|\eta| \approx 5$ на рис. 5в) значительно превышает интенсивность поля за пределами этого полупериода. Для таких импульсов центральный полупериод поля хорошо различим на фоне временной огибающей (рис. 5б, в). Такое поведение $\Phi(t)$

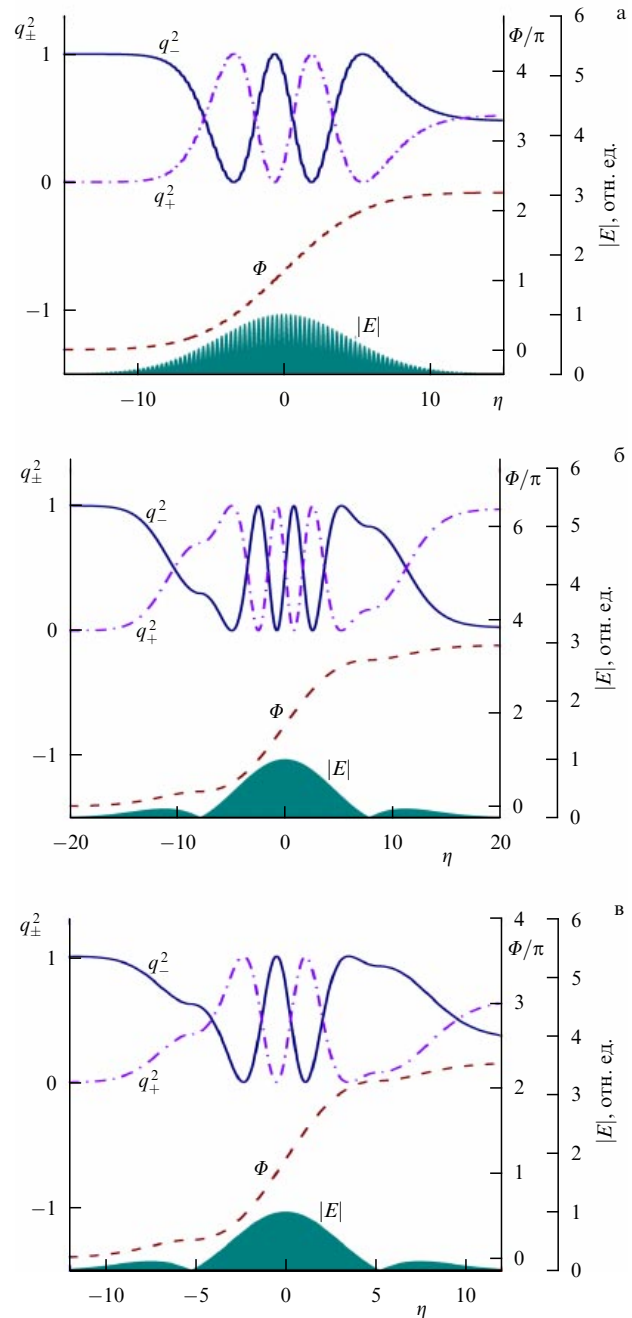


Рис. 5. (В цвете онлайн.) Фаза $\Phi(\eta)$ (штриховая линия) и функции $q_{\pm}^2(\eta)$ (штрихпунктирная линия) и $q_{\pm}^2(\eta)$ (сплошная линия) для импульса светового поля (заливка) с временной огибающей $f(\eta) = \exp(-\eta^2/\eta_0^2)$, $\eta = t/\tau_K$, $\gamma_K = 10$, $\eta_0 = 10T_0/\tau_K$, $\varphi_0 = 0$ (а), $\gamma_K = 0,2$, $\eta_0 = 0,6\pi/\gamma_K$, $\varphi_0 = \pi/2$ (б), $\gamma_K = 0,3$, $\eta_0 = 0,3T_0/\tau_K$, $\varphi_0 = \pi/2$ (в).

можно объяснить на основе соотношений (51) и (52). В отличие от случая слабого поля, в котором фаза $\Phi(\eta)$ является плавно растущей функцией времени (рис. 5а), в режиме $\gamma_K \ll 1$ рост этой функции носит неравномерный, "ступенчатый" характер (рис. 5б). Участки быстрого роста $\Phi(\eta)$, приходящиеся на интервалы времени, соответствующие максимальным значениям интенсивности светового поля, чередуются с пологими участками, наблюдающимися в интервалы времени вдали от максимумов интенсивности поля. Отметим, что вне пределов интервала времени, ограничиваемого T_{\pm} , функции q_{\pm} уже не являются пределами $q(t)$. Однако эти функции

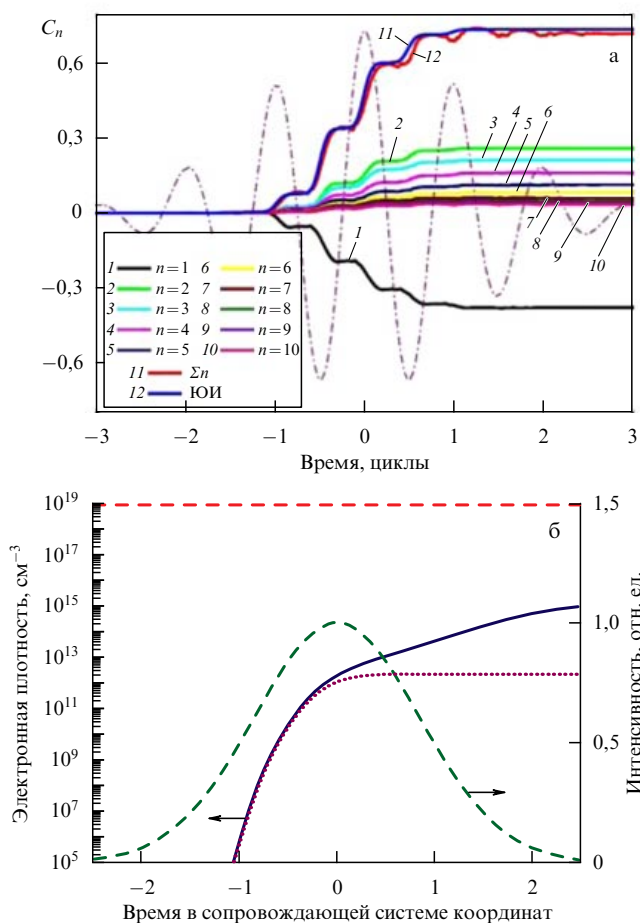


Рис. 6. (В цвете онлайн.) (а) Вероятности ионизации из квантовых состояний с главным квантовым числом n , рассчитанные на основе численного решения уравнения Шрёдингера для атома водорода в поле светового импульса (штрихпунктирная линия) с центральной длиной волны 0,8 мкм и максимальной интенсивностью 450 ТВт см⁻². На графике также показаны суммарная вероятность ионизации Σn (красная сплошная линия) и вероятность ионизации, рассчитанная в рамках приближения Юдина – Иванова (ЮИ) [114] (синяя сплошная линия). (б) Плотность тока фотоэлектронов в поле светового импульса (штриховая линия) в режиме многофотонной ионизации с учётом (сплошная линия) и без учёта (пунктирная линия) лавинной ионизации.

по-прежнему важны для понимания поведения фазы $\Phi(t)$ и для выявления важных свойств этой фазы, проявляющихся во временной зависимости тока фотоионизации.

Для получения качественной картины квантовой динамики в этом режиме учтём, что наиболее сильные изменения фазы $\Phi(t)$ происходят в моменты времени, соответствующие пикам светового поля, и исследуем свойства приращения фазы $\Phi(t)$ за малый интервал времени в окрестности максимума лазерного поля, $\vartheta_p = (p + 1/2)\pi/\omega$, где p — целое число, $\varphi_0 = 0$ и $f(\vartheta_p) \approx 1$:

$$\Delta\Phi(t) \approx \frac{1}{\tau_K} \int_{\vartheta_{p-t}}^{\vartheta_{p+t}} f(\xi) |\sin(\omega\xi)| d\xi = \frac{2}{\gamma_K} \sin(\omega t). \quad (56)$$

Из условия $\Delta\Phi(\tau_2) = \pi/2$ находим

$$\tau_2 = \frac{1}{\omega} \arcsin\left(\frac{\pi}{4} \gamma_K\right) = \frac{1}{\omega} \arcsin\left(\frac{\pi\hbar}{T_0\Delta H_0}\right). \quad (57)$$

В режиме $\gamma_K \ll 1$ имеем

$$\tau_2 \approx \frac{\pi}{4} \frac{\gamma_K}{\omega} \approx \frac{\hbar}{2\Delta H_0}. \quad (58)$$

Выясненные выше свойства фазы $\Phi(\eta)$ замечательны во многих отношениях. Как следует из расчётов, выполненных на основе численного решения нестационарного уравнения Шрёдингера (рис. 6а), неравномерный, ступенчатый рост фазы $\Phi(\eta)$, наблюдаемый в режиме $\gamma_K \ll 1$, характерен также для временной зависимости вероятности ионизации в пределе туннельной ионизации, $\gamma_K \ll 1$, и связанного с этой вероятностью тока фотоэлектронов [16, 19, 114–117]. Туннельная ионизация оказывается преобладающим каналом фотоионизации при выполнении условия $\gamma_K \ll 1$. Именно при выполнении этого неравенства во временной зависимости $\Phi(\eta)$ начинают проявляться хорошо различимые фазы "ступеней" быстрого роста (рис. 5б). В обратном пределе, $\gamma_K \gg 1$, фаза $\Phi(\eta)$ оказывается плавно растущей функцией времени (рис. 5а). Та же самая тенденция наблюдается во временной зависимости тока фотоионизации [118, 119]. При переходе в режим многофотонной ионизации, граница которого определяется именно неравенством $\gamma_K \gg 1$, временная зависимость такого тока становится плавной, следуя за интегралом огибающей светового поля по времени (рис. 6б).

9. Параметр Келдыша и петагерцовый предел оптоэлектроники

Соотношения (51)–(58) позволяют выяснить роль параметра Келдыша не только как параметра, определяющего границу между режимами многофотонной и туннельной ионизации, но и как ключевой характеристики эволюции квантовой системы, обусловленной взаимодействием со световым полем. Учитывая, что времена τ_1 и τ_2 в соотношениях (55) и (58) определены как времена, за которые система в процессе своей эволюции переходит из своего начального состояния в ортогональное, $\Phi(\tau_{1,2}) = \pi/2$, т.е. максимально "непохожее" на начальное состояние (рис. 4, 7а), получаем, что в режиме $\gamma_K \gg 1$ параметр Келдыша определяет число периодов поля, необходимое для перехода системы в ортогональное состояние $M = \tau_1/T_0 = (\pi/8)\gamma_K \gg 1$. Такой взгляд на γ_K находится в полном согласии с результатами анализа процесса многофотонной ионизации на основе теории возмущений [120–124], в рамках которой процесс многофотонной ионизации оказывается растянут на много периодов поля.

В режиме туннельной ионизации, $\gamma_K \ll 1$, параметр Келдыша определяет отношение времени перехода системы в ортогональное состояние к четверти периода поля, $\tau_2/(T_0/4) = \gamma_K \ll 1$. Это соотношение указывает на высокую скорость эволюции системы, которая переходит в максимально непохожее квантовое состояние (рис. 7а) уже на масштабе времени, соответствующем $\gamma_K(T_0/4) \ll T_0/4$. Для лазерного поля с центральной длиной волны 800 нм и интенсивностью, соответствующей $\gamma_K \approx 0,1$, имеем $\tau_2 \approx 0,067$ фс = 67 аттосекунд. Такое время отклика соответствует предельной скорости оптической обработки сигнала на уровне $w_t \approx 1/\tau_2 \approx 1,5 \times 10^4$ ТГц = 15 петагерц (ПГц). На рисунке 7б представлено сравнение рассчитанного по формуле (58) времени τ_2 с результатами численных расчётов для ха-

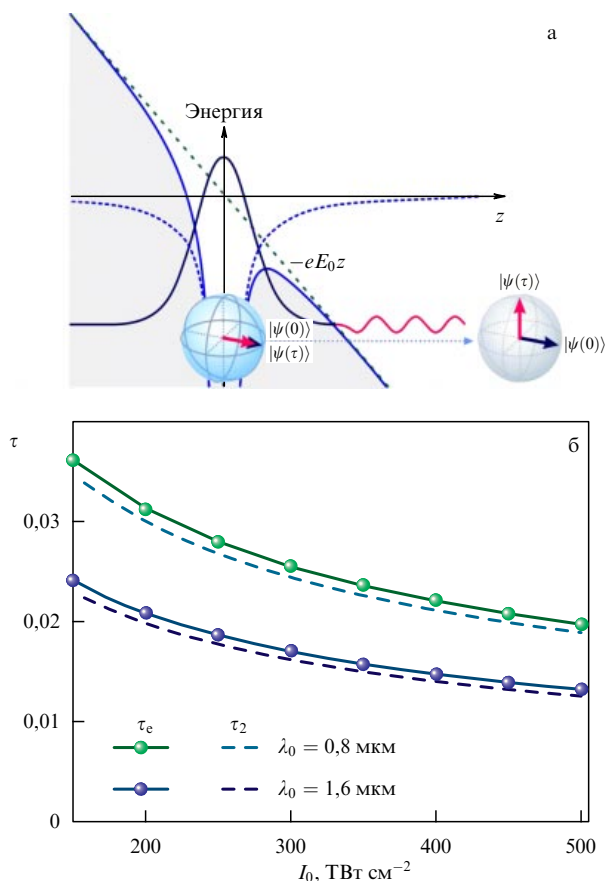


Рис. 7. (В цвете онлайн.) (а) Туннельная ионизация в световом поле и эволюция вектора состояния $|\psi(t)\rangle$: потенциальная энергия в отсутствие светового поля (пунктирная линия), энергия дипольного взаимодействия заряда с полем (штриховая линия), потенциальная энергия в момент времени, соответствующий максимуму светового поля (сплошная линия). (б) Время τ_2 (штриховые линии) и время фотоионизации τ_c (точки, соединённые сплошными линиями) в функции интенсивности лазерного поля с центральной длиной волны 0,8 мкм (зелёные линии) и 1,6 мкм (синие линии).

рактерного времени фотоионизации τ_c , определяемого как время задержки импульса фотоэлектронного тока относительно максимума лазерного поля. Как следует из этого сравнения, приближение (58) позволяет с хорошей точностью оценить характерный масштаб времени, на котором происходит формирование импульса фототока — от ≈ 60 до ≈ 100 аттосекунд в условиях, для которых выполнены представленные на рис. 7б расчёты.

Особый интерес для практической реализации систем оптической обработки информации представляет явление обратимой субфемтосекундной фотоионизации твёрдого тела [12, 13, 33, 37, 38]. Понимание разрешённой в пределах периода поля динамики фотоионизации позволит достичь предельной точности в схемах аттосекундных времяразрешённых измерений, понять фундаментальные аспекты процесса туннелирования, осуществить субфемтосекундное переключение твердотельного диэлектрика в проводящее состояние, а также реализовать высокоскоростное управление оптическими сигналами в оптоволоконных системах [125–128] и полупроводниковых волноводных микрорезонаторах [129]. Выполнение этой программы открывает новые горизонты на пути к петагерцовой оптоэлектронике [12, 13, 33, 37, 38].

На рисунке 8 представлены результаты суперкомпьютерного моделирования [130, 131] индуцируемого лазерным полем обратимой ионизации в объёме алмаза. Для анализа свойств наводимого полем тока фотоэлектронов уравнение эволюции для светового поля решается совместно с уравнением Шрёдингера для электронной волновой функции [132]. Для сравнения красной штриховой линией на рис. 8 показаны результаты расчётов, выполненных с использованием аналитической модели фотоионизации твёрдого тела [133], основанной на обобщении формализма Келдыша [111, 134]. В рамках этой модели скорость фотоионизации рассчитывается без усреднения по периоду поля. Модель применима [135] для световых импульсов произвольной длительности и формы и может быть использована для анализа фотоионизации твердотельного диэлектрика с произвольным, не обязательно параболическим, законом дисперсии электронных зон. Сравнение с результатами суперкомпьютерных расчётов (синяя сплошная и красная штриховая линии на рис. 8) свидетельствует о высокой предсказательной точности обобщённой аналитической модели фотоионизации.

Как показывают результаты расчётов, при использовании импульсов достаточно малой длительности удаётся осуществить формирование сверхкоротких импульсов фотоэлектронного тока с минимальной длительностью на уровне $\tau_c \approx 1,2\tau_2$. Использование такого режима взаимодействия излучения с веществом позволяет реализовать основанные на использовании твердотельных материалов оптические схемы обработки информации с предельным быстродействием на уровне 10 ПГц.

Выясняя значимость установленной выше сильной корреляции свойств фазы $\Phi(\eta)$ и фотоионизационного тока, важно отметить, что фаза $\Phi(\eta)$ не вводится как точная количественная мера вероятности тока фотоионизации. Согласно определению (42) эта функция служит нормой "близости" квантовых состояний $|\psi(0)\rangle$ и $|\psi(t)\rangle$ и позволяет выяснить предельную скорость эволюции квантовой системы из состояния $|\psi(0)\rangle$ в состояние $|\psi(t)\rangle$ (рис. 4, 7). То обстоятельство, что определённая как мера квантовой близости функция $\Phi(\eta)$ воспроизводит ключевые свойства динамики тока фотоионизации, открывает возможность использования универсальных соотношений неопределённости для выяснения предельных скоростей сверхбыстрых процессов взаимодействия излучения с веществом и определения на этой основе предельных скоростей таких процессов. Как будет показано в следующем разделе, аттосекундную электронную динамику оказывается возможным описать с помощью информационно-геометрической метрики квантовой эволюции.

10. Соотношения неопределённости Мандельштама – Тамма и информационно-геометрическая метрика квантовой эволюции

10.1. Геометрия квантовой эволюции

Формулировка соотношения неопределённости Мандельштама – Тамма в терминах угла ϑ между квантовыми состояниями, т.е. в виде неравенства (20), оказывается особенно наглядной для выяснения одного из наиболее важных и замечательных свойств этого соот-

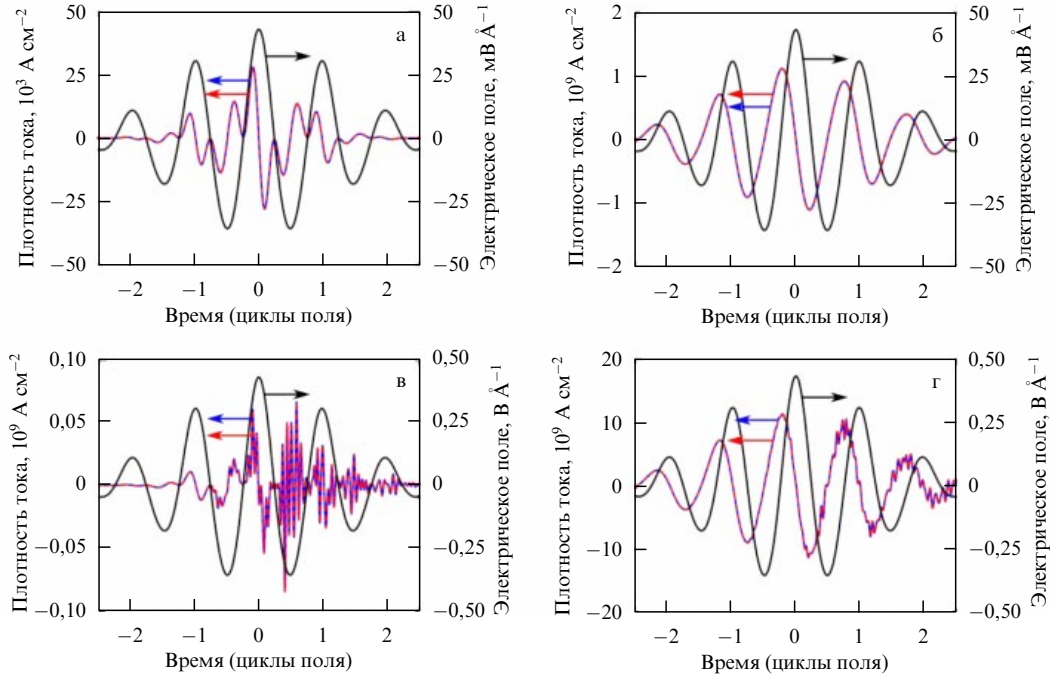


Рис. 8. (В цвете онлайн.) Аттосекундная динамика внутризонных (а, б) и межзонных (в, г) токов, индуцируемых в объёме алмаза лазерным импульсом (чёрная сплошная линия) с центральной длиной волны 1,6 мкм и интенсивностью поля 0,02 ТВт см⁻² (а, в) и 2,2 ТВт см⁻² (б, г). Синяя кривая — результаты суперкомпьютерного моделирования. Красная штриховая линия — расчёты с использованием обобщённой модели фотоионизации [133].

ношения, благодаря которому удаётся получить ключ к решению широкого класса задач не только в области квантовой физики и квантовых технологий, но и, как будет показано ниже, в области термодинамики. Такое замечательное — и во многом неожиданное — свойство соотношения неопределённости Мандельштама – Тамма связано с тем, что нижний предел этого соотношения, $\tau = \tau_{\text{MT}}$, соответствующий максимальной скорости квантовой эволюции, достигается в том и только том случае [94, 95, 98, 136], когда эволюция происходит вдоль геодезической линии, соединяющей состояния $|\psi(0)\rangle$ и $|\psi(\tau)\rangle$ в соответствующем гильбертовом пространстве (см. рис. 4).

Угол в гильбертовом пространстве, например, угол $\vartheta(\psi_0, \psi)$, введённый согласно (19), представляет собой единственную риманову метрику, определяемую на множестве лучей, таких как $|\psi(0)\rangle$ и $|\psi(t)\rangle$, обладающую свойством инвариантности относительно унитарных преобразований. Данная метрика является во многих отношениях наиболее естественной [136]. Поэтому вряд ли следует удивляться, что аналоги этой метрики используются в статистическом анализе. К числу таких метрик в первую очередь относится метрика, связанная с информацией Фишера [137–142], определяемой как математическое ожидание

$$F(X) = \int p(\xi|X) \left[\frac{\partial \ln p(\xi|X)}{\partial X} \right]^2 d\xi, \quad (59)$$

для плотности условной вероятности $p(\xi|X)$ исхода ξ при выполнении условия X^5 . Согласно теореме Ченцова [143,

144], связанная с информацией Фишера метрика представляет собой единственную риманову метрику, обладающую свойством инвариантности относительно статистически значимых преобразований.

10.2. Квантовая близость и информация Фишера

В наиболее общем случае, когда описание квантовой системы в терминах чистых состояний оказывается невозможным или нецелесообразным, угол между состояниями системы в различные моменты времени может быть определён с помощью оператора плотности $\hat{\rho}_t = \hat{\rho}(t)$ [92–98, 145–151]:

$$\vartheta(\rho_0, \rho_t) = \arccos \left[\sqrt{F_B(\rho_0, \rho_t)} \right], \quad (60)$$

где

$$F_B(t) = F_B(\rho_0, \rho_t) = \left[\text{tr} \left(\sqrt{\rho_0} \rho_t \sqrt{\rho_0} \right)^{1/2} \right]^2 \quad (61)$$

— функция близости (fidelity) квантовых состояний, описываемых матрицей плотности.

Определяя квантовый аналог информации Фишера, реализующей оценку параметра t , как [98]

$$F_Q(t) = F_Q(\rho_0, \rho_t) = \text{tr} \left[\hat{\rho}(t) \hat{L}_c^2(t) \right], \quad (62)$$

где $\hat{L}_c(t)$ — эрмитов оператор, удовлетворяющий уравнению

$$2 \frac{d\hat{\rho}(t)}{dt} = \hat{\rho}(t) \hat{L}_c(t) + \hat{L}_c(t) \hat{\rho}(t), \quad (63)$$

приходим к следующему соотношению:

$$F_B(\rho_t, \rho_{t+dt}) = 1 - \frac{F_Q(t)}{4} (dt)^2 + O(dt)^3. \quad (64)$$

⁵ Похожие метрики, ввиду их естественности, были известны в статистике и до основополагающей работы Фишера (см., например, [137, 141]).

Как следует из соотношения (64), квантовая информация Фишера $F_Q(t)$ определяет квадрат мгновенной скорости, с которой в момент времени t растёт расстояние между близкими состояниями ρ_t и ρ_{t+dt} . Таким образом, длина пути, определяемого эволюцией $\rho(t)$, может быть вычислена как [98]

$$D_Q = \frac{1}{2} \int_0^\tau [F_Q(t)]^{1/2} dt. \quad (65)$$

Расстояние между ρ_1 и ρ_2 вдоль геодезической линии, определяемое углом $\vartheta(\rho_1, \rho_2)$, всегда меньше длины пути D_Q , диктуемого реальной эволюцией $\rho(t)$:

$$\vartheta \leq \frac{1}{2} \int_0^\tau [F_Q(t)]^{1/2} dt. \quad (66)$$

Записанное в дифференциальной форме соотношение (66) приводит к квантовому пределу Крамера–Рао, $\delta t \geq F_Q^{-1/2}$.

10.3. Соотношение неопределённости и предел Крамера–Рао

Для того чтобы получить более ясное понимание связи соотношения неопределённости энергия–время и квантовой информации Фишера, полезно вернуться к случаю квантовой эволюции, задаваемой унитарным оператором $\hat{U}(t)$ и описываемой в терминах чистых состояний. Для чистых состояний, $[\rho(t)]^2 = \rho(t)$, решение уравнения (63) с учётом определения (62) приводит к следующему соотношению [95, 98]:

$$F_Q(t) = \frac{4}{\hbar^2} \langle [\Delta K(t)]^2 \rangle, \quad (67)$$

где $\langle [\Delta K(t)]^2 \rangle$ — дисперсия эрмитова оператора, определяемого согласно

$$\hat{K}(t) = \frac{\hbar}{i} \frac{d\hat{U}^\dagger(t)}{dt} \hat{U}(t). \quad (68)$$

Квантовый предел Крамера–Рао, $\delta t \geq F_Q^{-1/2}$, в этом случае приводит к следующему соотношению для точности оценки параметра t :

$$\delta t \geq \frac{\hbar}{2\Delta K}. \quad (69)$$

В общем случае нестационарного гамильтониана \hat{H}_t , $\Delta K \neq \Delta H_t$, предел (69) не совпадает с пределом неопределённости энергия–время в соотношении Мандельштама–Тамма (21). Этот предел удаётся восстановить [95, 98], если на гамильтониан наложить требование стационарности, $\hat{H}_t = \hat{H}$. В этом случае имеем $\hat{U}(t) = \exp(-i\hat{H}t/\hbar)$ и $\hat{K}(t) = \hat{H}$. Положив $\vartheta(\rho_1, \rho_2) = \pi/2$, как это требуется для перехода к пределу Мандельштама–Тамма (21), определяемого для $\langle \psi(0)|\psi(\tau) \rangle = 0$, и воспользовавшись неравенством (69), получаем

$$\tau \geq \frac{\pi}{2} \frac{\hbar}{\Delta H_0}, \quad (70)$$

где ΔH_0 — дисперсия стационарного гамильтониана \hat{H} , вычисленная относительно начального состояния ψ_0 .

Неравенство точно воспроизводит соотношение неопределённости Мандельштама–Тамма (21) и достигается одновременно с квантовым пределом Крамера–Рао.

11. Неквантовая природа квантового предела скорости

Вплоть до самого последнего времени широко преобладало мнение, что фундаментальное ограничение скорости изменения параметров системы, выясняемое на основе соотношения неопределённости Мандельштама–Тамма, имеет сугубо квантовую природу и не имеет классического аналога. Действительно, анализ, приводимый в работе Мандельштама и Тамма, исходит из уравнений квантовой эволюции, а его результаты формулируются для квантово-механических средних. Устранение неопределённости времени в пределе $\hbar \rightarrow 0$ широко трактуется как одно из наиболее убедительных свидетельств в пользу сугубо квантовой природы предела скорости, определяемого выражениями (26) и (27).

Исследования, выполненные в самые последние годы [152, 153], ведут к пересмотру такого взгляда на предел скорости τ_{QSL} . Соотношения неопределённости энергия–время Мандельштама–Тамма оказываются справедливыми для гораздо более широкого класса систем, выходя за рамки квантовой механики. Природа "квантового предела скорости" оказывается вовсе не квантовой.

Для разъяснения вопроса о том, насколько существенна квантовая природа системы и её динамики для существования предела (26), полезно вернуться к уравнению (10), являющемуся ключевым для получения соотношения неопределённости энергия–время Мандельштама–Тамма. Квантовый характер эволюции оператора \hat{R} в этом уравнении диктуется коммутатором $[\hat{H}, \hat{R}]$, выбранным таким образом, чтобы соответствовать общему правилу квантования. В матричной формулировке уравнение (10) приводит к уравнению Лиувилля–фон Неймана для оператора плотности $\rho(\mathbf{r}, t)$:

$$i \frac{\partial \rho(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \hat{L} \rho(\mathbf{r}, t), \quad (71)$$

где \hat{L} — оператор Лиувилля, который для квантовых систем записывается в виде квантово-механического коммутатора

$$\hat{L} \hat{\rho}(\mathbf{r}, t) = \hbar^{-1} [\hat{H}, \hat{\rho}(\mathbf{r}, t)] \quad (72)$$

как выражение постулируемого правила квантования.

Область применимости уравнения (71) ни в коем случае не ограничивается квантовой механикой. Это уравнение выполняется для широкого класса физических — не обязательно механических — систем, допускающих описание в рамках формализма гамильтоновой механики. Примеры таких систем хорошо известны в оптике [154–160] и статистической физике [161, 162]. В рамках классической механики уравнение Лиувилля формулируется для распределения вероятности $\rho(\mathbf{r}, t)$ в N -мерном фазовом пространстве обобщённых координат q_j и импульсов p_j , $\mathbf{r} = (x_1, \dots, x_N; p_1, \dots, p_N)$, а оператор \hat{L} задаётся в виде скобок Пуассона,

$$i\hat{L}\rho(\mathbf{r}, t) = \sum_{j=1}^N \left(\frac{\partial H}{\partial p_j} \frac{\partial \rho}{\partial q_j} - \frac{\partial H}{\partial q_j} \frac{\partial \rho}{\partial p_j} \right), \quad (73)$$

где $H(\mathbf{r})$ — функция Гамильтона.

Как следует из уравнений (10), (71)–(73), предельный переход $\tau_{\text{MT}} \rightarrow 0$ при $\hbar \rightarrow 0$ не отражает общие свойства

решений уравнения Лиувилля–фон Неймана, а диктуется конкретным видом скобочного оператора, который определяет, в терминологии теории обработки сигналов [163–165], гранулярность фазового пространства. Наглядные проявления такой гранулярности легко найти в оптике гамильтоновых систем. Описание систем данного класса в рамках формализма уравнения Лиувилля оказывается полностью аналогичным описанию эволюции квантовых систем. Дифракционный предел пространственного разрешения при этом выступает как проявление оптического аналога квантовой неопределённости, диктуемой общим видом уравнения эволюции. Хорошо известное выражение для указанного предела получается заменой \hbar на $\lambda/2\pi$ в квантовых соотношениях неопределённости (λ — длина волны излучения), а предельный переход $\tau_{MT} \rightarrow 0$ при $\lambda \rightarrow \infty$ соответствует приближению геометрической оптики [155, 156, 166]. Получаемые при этом соотношения неопределённости имеют одинаковую форму, $\Delta x \Delta p_x \geq \kappa/2$, но различное физическое содержание — соотношение неопределённости Гейзенберга между импульсом и моментом при $\kappa = \hbar$ в квантовой механике и дифракционный предел при $\kappa = \lambda/2\pi$ в оптике [155, 156].

Как показывает анализ, выполненный в работе [153], факторы перекрытия $\vartheta(t) = \langle \rho^\alpha | \rho^\alpha(t) \rangle$, $\rho^\alpha = \rho^\alpha(0)$ для любой действительной степени α функции распределения $\rho(t)$ удовлетворяют соотношению

$$\tau \geq \tau_{CSL}^{(\alpha)} = \left[\frac{\vartheta(0)}{\langle \rho^\alpha | \dot{L}^2 | \rho^\alpha \rangle} \right]^{1/2} \arccos \left[\frac{\vartheta(\tau)}{\vartheta(0)} \right]. \quad (74)$$

Таким образом, аналогично скорости изменения параметров квантовой системы, скорость изменения параметров классической системы также ограничена сверху. Неравенство (74) устанавливает верхний предел этой скорости и представляет собой классический вариант соотношения неопределённости энергия–время.

12. Термодинамический предел неопределённости

12.1. Информационная метрика термодинамической неопределённости

Представленная в разделе 10 геометрико-лучевая картина эволюции вектора состояния в пространстве статистик позволяет с единых позиций статистической механики описать динамику квантовой системы и состояние термодинамического ансамбля. В рамках такого подхода флуктуации термодинамической системы могут быть описаны соотношениями, аналогичными квантовым соотношениям неопределённости [167–171]. Такое описание позволяет выяснить фундаментальные ограничения, накладываемые термодинамикой на эффективность сложных биомолекулярных и микробиологических систем [172–178], таких как молекулярные моторы и насосы [179, 180], броуновские биологические часы [181–183], мембранные белки [184–189], а также распределённые сети нейронов, участвующие в обработке поступающей в мозг информации и формировании памяти [190–194]. В последние месяцы накоплен уникальный материал [195–199], позволяющий выполнить детальный термодинамический анализ аффинности спайк-белков коронавируса SARS-CoV и SARS-CoV-2,

посредством которых вирус распознаёт фермент-рецептор и осуществляет захват клетки-жертвы [200, 201].

Для выяснения информационно-статистического содержания возникающих при этом термодинамических соотношений неопределённости полезно воспользоваться выражением (59), определив информацию Фишера $F(\zeta)$ для оценки термодинамического параметра ζ . Тогда дисперсия энергии системы $E(\zeta)$, обусловленная флуктуациями параметра ζ , может быть записана следующим образом [167]:

$$F(\zeta) = \beta^2 \left\langle \left(\left\langle \frac{\partial E}{\partial \zeta} \right\rangle - \frac{\partial E}{\partial \zeta} \right)^2 \right\rangle, \quad (75)$$

где $\beta = 1/(k_B T)$, T — температура, k_B — постоянная Больцмана.

В случае, когда управляющим параметром выступает обратная температура, $\zeta = \beta$, соотношение (75) принимает вид

$$F(\beta) = \langle (\langle E \rangle - E)^2 \rangle. \quad (76)$$

Воспользовавшись неравенством Крамера–Рао [202, 203],

$$\langle (\bar{\beta} - \beta)^2 \rangle \geq \frac{1}{F(\beta)}, \quad (77)$$

получаем

$$\Delta E \Delta \beta \geq 1, \quad (78)$$

где, по определению, $(\Delta \beta)^2 = \langle (\bar{\beta} - \beta)^2 \rangle$.

Соотношение (78) может быть записано в виде

$$\Delta E \Delta \left(\frac{1}{T} \right) \geq k_B. \quad (79)$$

Рассматривая информацию Фишера относительно других переменных и пользуясь неравенством Крамера–Рао, можно получить аналогичные соотношения неопределённости для других термодинамических параметров. В частности, для флуктуаций энтропии, объёма и числа частиц приходим к следующим неравенствам [168–171]:

$$\Delta S \Delta T \geq k_B T, \quad (80)$$

$$\Delta V \Delta P \geq k_B T, \quad (81)$$

$$\Delta N \Delta \mu \geq k_B T, \quad (82)$$

где P — давление, μ — химический потенциал.

12.2. Термодинамический предел температурного порога мембранных белков

Соотношения неопределённости для термодинамических параметров (78)–(82) проливают свет на фундаментальные физические и химические свойства сложных биологических систем. В качестве важного примера рассмотрим термодинамическую модель теплочувствительных ионных каналов клеточных мембран. Ионные каналы этого типа (TRP-каналы) обладают способностью реагировать на изменение температуры переключением между открытым и закрытым состояниями, регулируя, таким образом, концентрацию ионов по разные стороны мембраны и приводя к возникновению электрического потенциала [184–189, 204–214]. Совре-

менные биотехнологии [215–221] позволяют осуществлять генетическую кодировку и адресную вирусную доставку теплочувствительных мембранных каналов к определённому типу клеток или даже определённому отсеку внутри клетки [204, 208–214, 222–227]. Клетками, в которых происходит экспрессия таких каналов, оказывается возможно управлять локальным изменением температуры.

Ключевым свойством теплочувствительных мембранных каналов является их способность реагировать на малые изменения температуры в межклеточном пространстве. В рамках термодинамической модели это свойство теплочувствительных каналов описывается [186–189] с помощью вероятности переключения канала из закрытого состояния в открытое:

$$p_g = \frac{1}{1 + \exp(-\Delta S_g/R) \exp[\Delta H_g/(RT)]}, \quad (83)$$

где R — универсальная газовая постоянная, ΔH_g и ΔS_g — изменения энтальпии и энтропии, связанные с переключением канала.

В диапазоне температур, для которых выполнены неравенства $|\Delta H_g|/(RT) \gg 1$ и $|\Delta H_g| \gg T|\Delta S_g|$, соотношение (83) может быть записано в виде

$$p_g \approx \exp(-\beta N_A \Delta H_g),$$

где N_A — число Авогадро. При таких температурах вероятность срабатывания канала экспоненциально мала — каналы остаются закрытыми (рис. 9). В противоположном пределе, когда выполнены неравенства $|\Delta H_g|/(RT) \ll 1$ и $|\Delta H_g| \ll T|\Delta S_g|$, вероятность срабатывания канала стремится к постоянной, определяемой изменением энтропии $|\Delta S|$ (см. рис. 9). Наконец, вблизи температуры $T_c = |\Delta H_g/\Delta S_g|$ вероятность срабатывания канала быстро растёт при повышении температуры. Раскладывая вероятность переключения канала в ряд по $\delta T = T - T_c$ в окрестности T_c , получаем

$$p_g \approx \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\delta T}{2\Delta T_0} \right), \quad (84)$$

где

$$\Delta T_0 = \frac{RT_c^2}{\Delta H_g}. \quad (85)$$

Как следует из выражений (84) и (85), переключение канала происходит в интервале температур $T_c \pm \Delta T_0$ вблизи критической точки T_c (показан вертикальными пунктирными линиями на рис. 9б). Шириной этого интервала и определяется температурная чувствительность канала. Для характерной для тепловых каналов семейства TRPV энтальпии переключения $\Delta H_g \approx 100$ ккал мол⁻¹ [186, 187] при $T_c \approx 300$ К получаем $\Delta T_0 \approx 1,8$ К. Таким образом, группа из нескольких тепловых каналов обеспечивает чувствительность к изменению температуры на уровне десятых градуса.

Ключом к пониманию этого результата является уравнение (85), которое может быть записано в виде, аналогичном соотношению неопределённости между энергией и временем:

$$\Delta T \geq \Delta T_0 = \frac{RT_c^2}{\Delta H_g}. \quad (86)$$

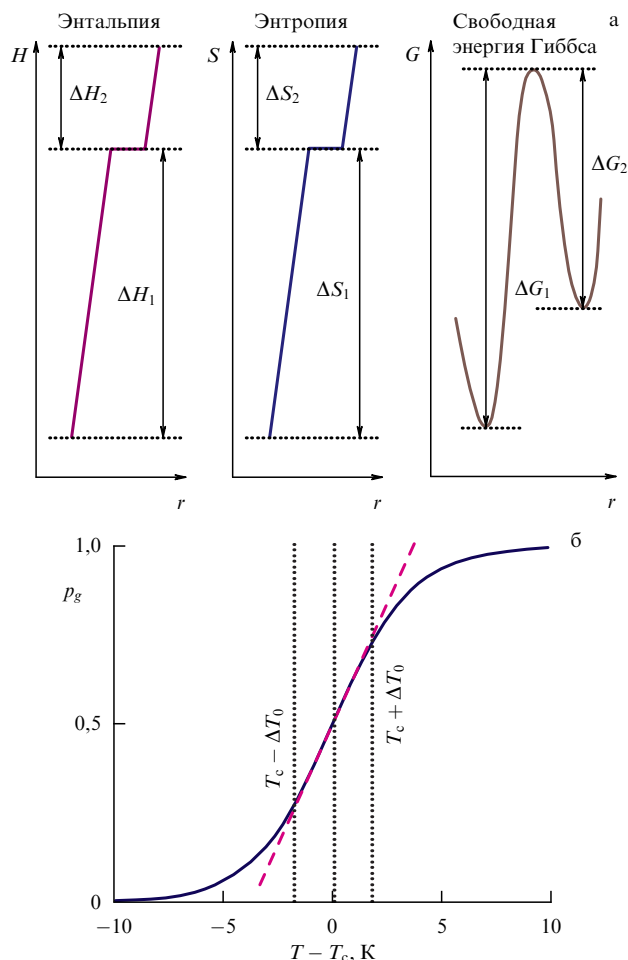


Рис. 9. (а) Термодинамическая модель переключения теплочувствительного ионного канала с изменением энтальпии, $\Delta H_g = \Delta H_1 + \Delta H_2$, энтропии, $\Delta S_g = \Delta S_1 + \Delta S_2$, и свободной энергии Гиббса $\Delta G = \Delta H_g - T\Delta S_g = \Delta G_1 - \Delta G_2$, показанных в функции обобщённой координаты реакции r . (б) Вероятность переключения теплового канала как функция температуры при $\Delta H_g = 100$ ккал мол⁻¹, $\Delta S_g = 330$ кал (мол К)⁻¹. Вертикальными пунктирными линиями показана температура $T = T_c$ и отмечен диапазон $T = T_c \pm \Delta T_0$.

Как видно из этого соотношения, изменение энтальпии ΔH_g выступает в качестве ключевого параметра, определяющего скорость изменения состояния канала в ответ на изменение температуры. Таким образом, роль, которую ΔH_g играет по отношению к изменению состояния теплового канала, аналогична роли дисперсии энергии в задачах квантовой динамики.

13. Заключение

Прогресс в области оптической физики и лазерных технологий приводит к созданию уникального инструментария для исследования быстропротекающих явлений, позволяющего регистрировать сверхбыстрые переходные процессы с временным разрешением на уровне нескольких десятков аттосекунд. Вопросы о физическом содержании таких измерений и их интерпретации, однако, остаются открытыми. Они являются отражением фундаментальных трудностей определения времени в квантовой механике. Поиски путей преодоления этих трудностей приводят к выяснению возможности

обобщения универсальных соотношений неопределённости на сверхбыстрые процессы взаимодействия излучения с веществом. На этой основе устанавливается нижний предел времени отклика, характерного для аттосекундной электронной динамики в поле сверхкоротких лазерных импульсов, и выясняется предельное быстродействие основанных на принципах оптики сверхкоротких импульсов информационных систем будущего — систем петагерцовой оптоэлектроники. Аттосекундную электронную динамику оказывается возможным описать с помощью универсальной информационно-геометрической метрики квантовой эволюции. В рамках такого геометрико-лучевого подхода оказывается возможным с единых позиций статистической механики описать динамику квантовой системы и состояние термодинамического ансамбля. Поиски времени, утраченного в квантовой механике, приводят к выяснению фундаментальных термодинамических ограничений на эффективность сложных биомолекулярных и микробиологических систем, а также распределённых нейронных сетей, участвующих в обработке поступающей в мозг информации и формировании памяти.

Благодарности. Автор выражает глубокую признательность К.В. Анохину, А. Балтушке, В.В. Белоусову, А.А. Воронину, А.А. Ланину, В.Я. Панченко, Е.Е. Серебрянникову, М.О. Скалли, А.Б. Федотову и И.В. Федотову за многочисленные стимулирующие обсуждения и многолетнее плодотворное сотрудничество.

Работа над обзором поддержана грантом Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ) № 19-12-50162. Оригинальные результаты, представленные в обзоре, получены в рамках исследований, выполненных при поддержке грантов РФФИ (№№ 18-29-20031 и 19-02-00473), Министерства науки и высшего образования РФ (госконтракт 14.Z50.31.0040, 17 февраля 2017 г.) и фонда Уелча (проект № А-1801-20180324). Исследования в области широкополосной нелинейной оптики поддержаны грантом Российского научного фонда № 20-12-00088. Исследования в области нейротермодинамики поддержаны в рамках междисциплинарной научной школы "Мозг, когнитивные системы, искусственный интеллект" МГУ им. М.В. Ломоносова.

Список литературы

- Corkum P B, Krausz F *Nat. Phys.* **3** 381 (2007)
- Baltuška A et al. *Nature* **421** 611 (2003)
- Goulielmakis E et al. *Science* **305** 1267 (2004)
- Kienberger R et al. *Nature* **427** 817 (2004)
- Goulielmakis E et al. *Nature* **466** 739 (2010)
- Krausz F, Ivanov M *Rev. Mod. Phys.* **81** 163 (2009)
- Reiter F et al. *Phys. Rev. Lett.* **105** 243902 (2010)
- Goulielmakis E et al. *Science* **320** 1614 (2008)
- Желтиков А М *УФН* **181** 33 (2011); Zheltikov A M *Phys. Usp.* **54** 29 (2011)
- Hassan M Th et al. *Nature* **530** 66 (2016)
- Cavaliere A L et al. *Nature* **449** 1029 (2007)
- Schiffrin A et al. *Nature* **493** 70 (2013)
- Schultze M et al. *Nature* **493** 75 (2013)
- Schubert O et al. *Nat. Photon.* **8** 119 (2014)
- Hohenleutner M et al. *Nature* **523** 572 (2015)
- Uiberacker M et al. *Nature* **446** 627 (2007)
- Pfeiffer A N et al. *Nat. Phys.* **8** 76 (2012)
- Ghimire S et al. *Nat. Phys.* **7** 138 (2011)
- Mitrofanov A V et al. *Phys. Rev. Lett.* **106** 147401 (2011)
- Vampa G et al. *Nature* **522** 462 (2015)
- Vampa G et al. *Phys. Rev. Lett.* **115** 193603 (2015)
- Luu T T et al. *Nature* **521** 498 (2015)
- Lanin A A, Stepanov E A, Fedotov A B, Zheltikov A M *Optica* **4** 516 (2017)
- Langer F et al. *Nature* **533** 225 (2016)
- You Y S, Reis D A, Ghimire S *Nat. Phys.* **13** 345 (2017)
- Rybka T et al. *Nat. Photon.* **10** 667 (2016)
- Higuchi T et al. *Nature* **550** 224 (2017)
- Langer F et al. *Nat. Photon.* **11** 227 (2017)
- Schultze M et al. *Science* **346** 1348 (2014)
- Lucchini M et al. *Science* **353** 916 (2016)
- Schlaepfer F et al. *Nat. Phys.* **14** 560 (2018)
- Vampa G et al. *Nat. Photon.* **12** 465 (2018)
- Sommer A et al. *Nature* **534** 86 (2016)
- Langer F et al. *Nature* **557** 76 (2018)
- Lanin A A et al. *Opt. Lett.* **44** 1888 (2019)
- Pupeza I et al. *Nature* **577** 52 (2020)
- Krausz F, Stockman M I *Nat. Photon.* **8** 205 (2014)
- Garg M et al. *Nature* **538** 359 (2016)
- Желтиков А М *Письма в ЖЭТФ* **90** 98 (2009); Zheltikov A M *JETP Lett.* **90** 90 (2009)
- Жёлтиков А М *УФН* **187** 1169 (2017); Zheltikov A M *Phys. Usp.* **60** 1087 (2017)
- Akagi H et al. *Science* **325** 1364 (2009)
- Schultze M et al. *Science* **328** 1658 (2010)
- Mauritsson J et al. *Phys. Rev. Lett.* **105** 053001 (2010)
- Eckle P et al. *Science* **322** 1525 (2008)
- Verhoeff A J et al. *Phys. Rev. Lett.* **104** 163904 (2010)
- Pfeiffer A N et al. *Nat. Phys.* **8** 76 (2012)
- Zheltikov A M et al. *Phys. Rev. Lett.* **103** 033901 (2009)
- Reiter F et al. *Phys. Rev. Lett.* **105** 243902 (2010)
- Zheltikov A M et al. *Phys. Rev. Lett.* **105** 103901 (2010)
- MacColl L A *Phys. Rev.* **40** 621 (1932)
- Hauge E H, Støvneng J A *Rev. Mod. Phys.* **61** 917 (1989)
- Landauer R, Martin Th *Rev. Mod. Phys.* **66** 217 (1994)
- Landsman A S, Keller U *Phys. Rep.* **547** 1 (2015)
- Sokolovski D, Connor J N L *Phys. Rev. A* **42** 6512 (1990)
- Sokolovski D, Connor J N L *Phys. Rev. A* **44** 1500 (1991)
- Sokolovski D, Connor J N L *Phys. Rev. A* **47** 4677 (1993)
- Sokolovski D *Phys. Rev. Lett.* **25** 4946 (1997)
- Sokolovski D *Phys. Rev. A* **59** 1003 (1999)
- de Carvalho C A A, Nussenzveig H M *Phys. Rep.* **364** 83 (2002)
- Sokolovski D, Akhmatkaya E *Commun. Phys.* **1** 47 (2018)
- Landau L, Teller E *Phys. Z. Sowjetunion* **10** 34 (1936); Ландау Л Д, Теллер Э В, в кн. Ландау Л Д *Избранные труды* Т. 1 (М.: Наука, 1969) с. 181, Статья 21
- Никитин Е Е, Пятаевский Л П *УФН* **163** (9) 101 (1993); Nikitin E E, Pitaevskii L P *Phys. Usp.* **36** 851 (1993)
- Попов В С *УФН* **174** 921 (2004); Popov V S *Phys. Usp.* **47** 855 (2004)
- Fulling S A *Phys. Rev. D* **7** 2850 (1973)
- Unruh W G *Phys. Rev. D* **14** 870 (1976)
- Hawking S W *Nature* **248** 30 (1974)
- Hartle J B, Hawking S W *Phys. Rev. D* **13** 2188 (1976)
- Busch P *Found. Phys.* **20** 1 (1990)
- Muga J G, Mayato R S, Egusquiza Í L (Eds) *Time in Quantum Mechanics* Vol. 1 (Lecture Notes in Physics, Vol. 734) (Heidelberg: Springer, 2008)
- Bohr N *Phil. Mag.* **6** 26 1 (1913)
- Bohr N *Phil. Mag.* **6** 26 476 (1913)
- Bohr N *Phil. Mag.* **6** 26 857 (1913)
- Beller M *Quantum Dialogue: the Making of a Revolution* (Chicago, IL: Univ. of Chicago Press, 1999)
- Heisenberg W Z. *Phys.* **43** 172 (1927)
- Bohr N *Nature* **121** 580 (1928)
- Pauli W, in *Handbuch der Physik* Vol. 24 (Eds H Geiger, K Scheel) (Berlin: Springer, 1933) p. 83
- Wigner E P *Rev. Mod. Phys.* **29** 255 (1957)
- Galapon E A, Caballar R F, Bahague R T (Jr.) *Phys. Rev. Lett.* **93** 180406 (2004)

79. Peres A *Am. J. Phys.* **48** 552 (1980)
80. Eisenbud L "The formal properties of nuclear collisions", Ph.D. Dissertation (Princeton, NJ: Princeton Univ., 1948)
81. Bohm D *Quantum Theory* (New York: Prentice-Hall, 1951)
82. Wigner E P *Phys. Rev.* **98** 145 (1955)
83. Smith F T *Phys. Rev.* **118** 349 (1960)
84. Serebryannikov E E, Zheltikov A M *Optica* **3** 1201 (2016)
85. Corkum P B *Phys. Rev. Lett.* **71** 1994 (1993); Коркум П *Вестн. РАН* **86** 1073 (2016); Corkum P *Herald Russ. Acad. Sci.* **86** 426 (2016)
86. Lewenstein M et al. *Phys. Rev. A* **49** 2117 (1994)
87. Serebryannikov E E, Zheltikov A M *Phys. Rev. Lett.* **116** 123901 (2016)
88. Мандельштам Л И, Тамм И Е *Изв. АН СССР. Сер. физ.* **9** 122 (1945); Mandelstam L, Tamm I *J. Phys. USSR* **9** 249 (1945)
89. Bohr N "Discussion with Einstein on epistemological problems in atomic physics", in *Albert Einstein: Philosopher–Scientist* (Ed. P A Schilpp) (Evanston, IL: Library of Living Philosophers, 1949) p. 201
90. Холево А С *Вероятностные и статистические аспекты квантовой теории* (М.: Наука, 1980); Пер. на англ. яз.: Holevo A S *Probabilistic and Statistical Aspects of Quantum Theory* (Amsterdam: North-Holland, 1982)
91. Hilgevoord J *Am. J. Phys.* **66** 396 (1998)
92. Anandan J, Aharonov Y *Phys. Rev. Lett.* **65** 1697 (1990)
93. Deffner S, Lutz E *J. Phys. A* **46** 335302 (2013)
94. Braunstein S L, Caves C M *Phys. Rev. Lett.* **72** 3439 (1994)
95. Caves C M, Drummond P D *Rev. Mod. Phys.* **66** 481 (1994)
96. Lloyd S *Nature* **406** 1047 (2000)
97. Giovannetti V, Lloyd S, Maccone L *Nat. Photon.* **5** 222 (2011)
98. Taddei M M et al. *Phys. Rev. Lett.* **110** 050402 (2013)
99. del Campo A et al. *Phys. Rev. Lett.* **110** 050403 (2013)
100. Lewis-Swan R J et al. *Nat. Rev. Phys.* **1** 627 (2019)
101. Deffner S *Phys. Rev. Res.* **2** 013161 (2020)
102. Caneva T et al. *Phys. Rev. Lett.* **103** 240501 (2009)
103. Okuyama M, Ohzeki M *J. Phys. A* **51** 318001 (2018)
104. Magnus W *Commun. Pure Appl. Math.* **7** 649 (1954)
105. Zheltikov A M *Phys. Rev. A* **94** 043412 (2016)
106. Zheltikov A M *J. Phys. B* **50** 092001 (2017)
107. Zheltikov A *J. Opt. Soc. Am. B* **36** A168 (2019)
108. Pfeifer P *Phys. Rev. Lett.* **70** 3365 (1993)
109. Zheltikov A M *Opt. Lett.* **46** 989 (2021)
110. Pfeifer P, Fröhlich J *Rev. Mod. Phys.* **67** 759 (1995)
111. Келдыш Л В *ЖЭТФ* **47** 1945 (1964); Keldysh L V *Sov. Phys. JETP* **20** 1307 (1965)
112. Orlando G et al. *J. Phys. B* **47** 204002 (2014)
113. Orlando G et al. *Phys. Rev. A* **89** 014102 (2014)
114. Yudin G L, Ivanov M Yu *Phys. Rev. A* **64** 013409 (2001)
115. Serebryannikov E E, Zheltikov A M *Phys. Rev. Lett.* **113** 043901 (2014)
116. Serebryannikov E E et al. *Phys. Rev. A* **80** 053809 (2009)
117. Fuji T, Suzuki T, Serebryannikov E E, Zheltikov A *Phys. Rev. A* **80** 063822 (2009)
118. Goulielmakis E et al. *Opt. Lett.* **33** 1407 (2008)
119. Serebryannikov E E, Goulielmakis E, Zheltikov A M *New J. Phys.* **10** 093001 (2008)
120. Делоне Н Б *УФН* **115** 361 (1975); Delone N B *Sov. Phys. Usp.* **18** 169 (1975)
121. Делоне Н Б *УФН* **148** 551 (1986)
122. Переломов А М, Попов В С, Терентьев М В *ЖЭТФ* **50** 1393 (1966); Perelomov A M, Popov V S, Terent'ev M V *Sov. Phys. JETP* **23** 924 (1966); Карнаков Б М, Мур В Д, Попруженко С В, Попов В С *УФН* **185** 3 (2015); Karnakov B M, Mur V D, Popruzhenko S V, Popov V S *Phys. Usp.* **58** 3 (2015)
123. Желтиков А М, Коротеев Н И *УФН* **169** 385 (1999); Zheltikov A M, Koroteev N I *Phys. Usp.* **42** 321 (1999)
124. Желтиков А М *УФН* **176** 623 (2006); Zheltikov A M *Phys. Usp.* **49** 605 (2006)
125. Serebryannikov E E, Zheltikov A M *Phys. Rev. A* **76** 013820 (2007)
126. Fedotov A B, Serebryannikov E E, Zheltikov A M *Phys. Rev. A* **76** 053811 (2007)
127. Voronin A A, Zheltikov A M *Phys. Rev. A* **94** 023824 (2016)
128. Voronin A A, Zheltikov A M *Sci. Rep.* **10** 12253 (2020)
129. Savvin A D et al. *Opt. Commun.* **284** 1652 (2011)
130. Zhokhov P A, Zheltikov A M *Sci. Rep.* **8** 1824 (2018)
131. Воронин А А, Желтиков А М *УФН* **186** 957 (2016); Voronin A A, Zheltikov A M *Phys. Usp.* **59** 869 (2016)
132. Zhokhov P A, Zheltikov A M *Phys. Rev. A* **96** 033415 (2017)
133. Zhokhov P, Zheltikov A M *Phys. Rev. Lett.* **113** 133903 (2014)
134. Келдыш Л В *УФН* **187** 1280 (2017); Keldysh L V *Phys. Usp.* **60** 1187 (2017); Келдыш Л В *Вестн. РАН* **86** 1059 (2016); Keldysh L V *Herald Russ. Acad. Sci.* **86** 413 (2016)
135. Voronin A A, Zheltikov A M *Sci. Rep.* **7** 36263 (2017)
136. Wootters W K *Phys. Rev. D* **23** 357 (1981)
137. Edgeworth F Y *J. R. Stat. Soc.* **71** 381 (1908)
138. Fisher R A *Proc. R. Soc. Edinburgh* **42** 321 (1922)
139. Fisher R A *Proc. Camb. Philos. Soc.* **22** 700 (1925)
140. Fisher R A *Statistical Methods for Research Workers* (Edinburgh: Oliver and Boyd, 1925)
141. Stigler S M *The History of Statistics: the Measurements of Uncertainty before 1900* (Cambridge, MA: Belknap Press of Harvard Univ. Press, 1986)
142. Schervish M J *Theory of Statistics* (New York: Springer-Verlag, 1995)
143. Chentsov N N *Math. Operationsforsch. Stat.* **9** 267 (1978)
144. Friedlander F G, Joshi M *Introduction to the Theory of Distributions* 2nd ed. (Cambridge, UK: Cambridge Univ. Press, 1998)
145. Uhlmann A *Phys. Lett. A* **161** 329 (1992)
146. Margolus N, Levitin L B *Physica D* **120** 188 (1998)
147. Levitin L B, Toffoli T *Phys. Rev. Lett.* **103** 160502 (2009)
148. Jones P J, Kok P *Phys. Rev. A* **82** 022107 (2010)
149. Boixo S et al. *Phys. Rev. Lett.* **98** 090401 (2007)
150. Escher B M et al. *Phys. Rev. Lett.* **109** 190404 (2012)
151. Escher B M, de Matos Filho R L, Davidovich L *Nat. Phys.* **7** 406 (2011)
152. Shanahan B et al. *Phys. Rev. Lett.* **120** 070401 (2018)
153. Okuyama M, Ohzeki M *Phys. Rev. Lett.* **120** 070402 (2018)
154. Eve M *Proc. R. Soc. Lond. A* **347** 405 (1976)
155. Stoler D *J. Opt. Soc. Am.* **71** 334 (1981)
156. Marcuse D *Light Transmission Optics* (Amsterdam: Van Nostrand Reinhold, 1972)
157. Snyder A W, Love J D *Optical Waveguide Theory* (London: Chapman and Hall, 1983)
158. Желтиков А М *УФН* **174** 1301 (2004); Zheltikov A M *Phys. Usp.* **47** 1205 (2004)
159. Zheltikov A M *Phys. Rev. A* **88** 063847 (2013)
160. Zheltikov A *Opt. Express* **28** 12302 (2020)
161. Koopman B O *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **17** 315 (1931)
162. Schulman L S *Techniques and Applications of Path Integration* (New York: Wiley, 1981)
163. Cohen L *Time–Frequency Analysis* (Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1995)
164. Walmsley I A, Dorrer C *Adv. Opt. Photon.* **1** 308 (2009)
165. Voronin A A, Lanin A A, Fedotov A A, Zheltikov A M *Opt. Lett.* **43** 1327 (2018)
166. Zheltikov A M *Phys. Scr.* **90** 128003 (2015)
167. Crooks G E *Phys. Rev. Lett.* **99** 100602 (2007)
168. Gilmore R *Phys. Rev. A* **31** 3237 (1985)
169. Ruppeiner G *Phys. Rev. A* **20** 1608 (1979)
170. Weinhold F *J. Chem. Phys.* **63** 2479 (1975)
171. Schlögl F *Z. Phys. B* **59** 449 (1985)
172. Jarzynski C *Annu. Rev. Condens. Matter Phys.* **2** 329 (2011)
173. Seifert U *Annu. Rev. Condens. Matter Phys.* **10** 171 (2019)
174. Horowitz J M, Gingrich T R *Nat. Phys.* **16** 15 (2020)
175. Hasegawa Y, Van Vu T *Phys. Rev. Lett.* **123** 110602 (2019)
176. Timpanaro A M et al. *Phys. Rev. Lett.* **123** 090604 (2019)
177. Gingrich T R et al. *Phys. Rev. Lett.* **116** 120601 (2016)
178. Li J et al. *Nat. Commun.* **10** 1666 (2019)
179. Seifert U *Rep. Prog. Phys.* **75** 126001 (2012)
180. Barato A C, Seifert U *Phys. Rev. Lett.* **114** 158101 (2015)
181. Barato A C, Seifert U *Phys. Rev. X* **6** 041053 (2016)
182. Cao Y et al. *Nat. Phys.* **11** 772 (2015)

183. Mehta P, Schwab D J *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **109** 17978 (2012)
184. Voets T et al. *Nature* **430** 748 (2004)
185. Pataroutian A et al. *Nat. Rev. Neurosci.* **4** 529 (2003)
186. Brauchi S, Orio P, Latorre R *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **101** 15494 (2004)
187. Clapham D E, Miller C *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **108** 19492 (2011)
188. Zheltikov A M *J. Appl. Phys.* **123** 224701 (2018)
189. Zheltikov A M *J. Appl. Phys.* **123** 224701 (2018)
190. Young N P, Deisseroth K *Nature* **542** 173 (2017)
191. Lee J H et al. *Nature* **465** 788 (2010)
192. Shneider M N, Voronin A A, Zheltikov A M *J. Appl. Phys.* **110** 094702 (2011)
193. Zheltikov A M, Anokhin K *Phys. Rev. E* **84** 061902 (2011)
194. ЖЕЛТИКОВ А М *УФН* **188** 1119 (2018); Zheltikov A M *Phys. Usp.* **61** 1016 (2018); *Spectrochim. Acta A* **251** 119351 (2021)
195. Walls A C et al. *Cell* **181** 281 (2020)
196. Lan J et al. *Nature* **581** 215 (2020)
197. Shang J et al. *Nature* **581** 221 (2020)
198. Yuan M et al. *Science* **368** 630 (2020)
199. Wrapp D et al. *Science* **367** 1260 (2020)
200. Vincent C et al. *Laser Phys. Lett.* **17** 076202 (2020)
201. Peng T et al., submitted
202. Rao C R *Bull. Calcutta Math. Soc.* **37** 81 (1945)
203. Cramér H *Mathematical Methods of Statistics* (Princeton, NJ: Princeton Univ. Press, 1946)
204. Ermakova Yu G et al. *Nat. Commun.* **8** 15362 (2017)
205. Clapham D E *Nature* **426** 517 (2003)
206. McKemy D D, Neuhausser W M, Julius D *Nature* **416** 52 (2002)
207. Xu H et al. *Nature* **418** 181 (2002)
208. Ramsey I S, Delling M, Clapham D E *Annu. Rev. Physiol.* **68** 619 (2006)
209. Gracheva E O et al. *Nature* **464** 1006 (2010)
210. Fedotov I V et al. *Sci. Rep.* **5** 15737 (2015)
211. Safronov N A et al. *Appl. Phys. Lett.* **106** 163702 (2015)
212. Lanin A A et al. *Opt. Lett.* **41** 5563 (2016)
213. Hille B *Ion Channels of Excitable Membranes* (Sunderland, MA: Sinauer, 2001)
214. Roshchin M et al. *Neurosci. Lett.* **687** 153 (2018)
215. Boyden E S et al. *Nat. Neurosci.* **8** 1263 (2005)
216. Deisseroth K *Nat. Meth.* **8** 26 (2011)
217. Deisseroth K *Nat. Neurosci.* **18** 1213 (2015)
218. Boyden E S *Nat. Neurosci.* **18** 1200 (2015)
219. Chung K et al. *Nature* **497** 332 (2013)
220. Kim C, Adhikari A, Deisseroth K *Nat. Rev. Neurosci.* **18** 222 (2017)
221. Lentz T B, Gray S J, Samulski R J *Neurobiol. Dis.* **48** 179 (2012)
222. Lanin A A et al. *J. Biophoton.* **13** e201900243 (2020)
223. Lanin A A et al. *J. Biophoton.* **12** e201800432 (2019)
224. Pochechuev M S et al. *J. Biophoton.* **11** e201600203 (2018)
225. Pochechuev M S et al. *J. Biophoton.* **11** e201700106 (2018)
226. Fedotov I V et al. *J. Biophoton.* **10** 775 (2017)
227. Доронина-Амитонова Л В и др. *УФН* **185** 371 (2015); Doronina-Amitonova L V et al. *Phys. Usp.* **58** 345 (2015)

In search of lost time: attosecond physics, petahertz optoelectronics, and quantum speed limit

A.M. Zheltikov

Lomonosov Moscow State University, Physics Department,
 Leninskie gory 1, 119991 Moscow, Russian Federation;
 Institute for Quantum Science and Engineering, Department of Physics and Astronomy,
 Texas A&M University, College Station TX 77843, USA;
 International Center for Quantum Optics and Quantum Technologies (Russian Quantum Center),
 ul. Bol'shoi bul'var 30, str. 1, 143025 Skolkovo, Moscow, Russian Federation;
 Tupolev Kazan National Research Technical University, KNRTU–KAI, ul. Chetaeva 18, 420126 Kazan, Russian Federation;
 National Research Center 'Kurchatov Institute', pl. Akademika Kurchatova 1, 123182 Moscow, Russian Federation
 E-mail: zheltikov@physics.msu.ru

Modern optical physics provides means to detect and resolve ultrafast processes on a time scale of tens of attoseconds. The physical interpretation of such measurements, however, remains the focus of heated debate. In its conceptual dimension, this debate reflects fundamental difficulties in defining time in quantum mechanics. En route toward resolving this difficulty, we are led to extend universal uncertainty relations to ultrafast light–matter interactions. Such a generalized uncertainty sets a lower bound on the response time inherent in attosecond electronic dynamics driven by ultrashort laser pulses, dictating a speed limit for next-generation photonic information systems—systems of petahertz optoelectronics.

Keywords: optical physics, ultrashort laser pulses, quantum mechanics, uncertainty relations

PACS numbers: 03.65.Ta, 42.65.Re, 78.47.J–

Bibliography — 227 references

Received 9 August 2020, revised 2 November 2020

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **191** (4) 386–403 (2021)

Physics – Uspekhi **64** (4) (2020)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2020.11.038884>

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2020.11.038884>