

ФИЗИКА НАШИХ ДНЕЙ

Эквивалентные фотоны в протон-протонных и ион-ионных столкновениях на Большом адронном коллайдере

М.И. Высоцкий, Е.В. Жемчугов

С помощью приближения эквивалентных фотонов вычислено сечение рождения пары мюон-антимюон в ультрапериферическом столкновении протонов или ионов свинца. Выведены аналитические формулы, учитывающие экспериментальные обрезания. Результаты вычислений сравниваются с результатами, полученными коллаборацией ATLAS.

Ключевые слова: метод эквивалентных фотонов, Большой адронный коллайдер

PACS numbers: 12.20. – m, 12.60. – i, 13.60. – r

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2018.07.038389>

Содержание

1. Введение (975).
 2. Сечение рождения $\mu^+\mu^-$ без учёта экспериментальных обрезаний (976).
 3. Сечение рождения $\mu^+\mu^-$ с учётом экспериментальных обрезаний (977).
 - 3.1. Обрезание по инвариантной массе пары $\mu^+\mu^-$.
 - 3.2. Обрезание по поперечному импульсу мюона.
 - 3.3. Обрезание по псевдобыстроте мюона.
 4. Сравнение с экспериментальными данными (978).
 - 4.1. Рождение пары мюонов в столкновениях протонов.
 - 4.2. Рождение пары мюонов в столкновениях ядер свинца.
 5. Заключение (980).

Приложение А. Обрезание по виртуальности эквивалентных фотонов (980).

Приложение Б. Обрезание по псевдобыстроте (981).

Приложение В. Фактор подавления (982).
- Список литературы (983).

1. Введение

В этом году исполняется 111 лет со дня рождения Л.Д. Ландау. Настоящая статья посвящена современ-

ному состоянию задачи, впервые рассмотренной Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшицем в 1934 г. при вычислении сечения рождения пары e^+e^- в столкновении ультрарелятивистских тяжёлых ионов [1]. Мы покажем, что эта задача представляет интерес и в настоящее время.

Несмотря на все усилия, на Большом адронном коллайдере (БАК) до сих пор не найдено никаких признаков Новой физики. Поэтому сейчас становятся привлекательными те сценарии появления Новой физики, которые казались менее вероятными во времена постройки БАК. БАК задумывался как адрон-адронный коллайдер, но его также можно рассматривать как фотон-фотонный коллайдер, в котором фотоны появляются в ультрапериферических столкновениях адронов. Эта идея совсем не нова — она была подробно изучена во время постройки и работы RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider) и БАК [2–16]. Однако, так как считалось, что вероятность проявления сигнала Новой физики в столкновениях адронов гораздо выше, особенно в свойствах бозона Хиггса, адроны обсуждались гораздо активнее в литературе и получили приоритет в экспериментальной программе БАК. Учитывая, что в конце 2018 г. на БАК начался двухлетний этап технических работ, сейчас как раз подходящее время, чтобы обсудить фотон-фотонные столкновения на БАК как источник возможных событий Новой физики — при необходимости это позволит внести изменения в конструкцию детекторов и, может быть, выделить большее время на исследования столкновений тяжёлых ионов в экспериментальной программе БАК.

Диаграмма Фейнмана ультрапериферического столкновения в лидирующем приближении представлена на рис. 1; вместо ядер свинца на ней могут быть любые заряженные частицы. Особенность ультрапериферического столкновения заключается в том, что заряженные частицы остаются целыми после столкновения. У них не будет большого поперечного импульса, поэтому их будет сложно зарегистрировать на основных детекторах ATLAS (A Toroidal LHC (Large Hadron Collider) Appara-

М.И. Высоцкий^(1,2,3,a) Е.В. Жемчугов^(1,3,b)

⁽¹⁾ Национальный исследовательский центр "Курчатовский институт", Институт теоретической и экспериментальной физики им. А.И. Алиханова, ул. Большая Черёмушинская 25, 117218 Москва, Российская Федерация

⁽²⁾ Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики", ул. Мясницкая 20, 101000 Москва, Российская Федерация

⁽³⁾ Национальный исследовательский ядерный университет "МИФИ",

Каширское шоссе 31, 115409 Москва, Российская Федерация
E-mail: ^(a) vysotsky@itep.ru, ^(b) zhemchugov@itep.ru

Статья поступила 9 июля 2018 г.

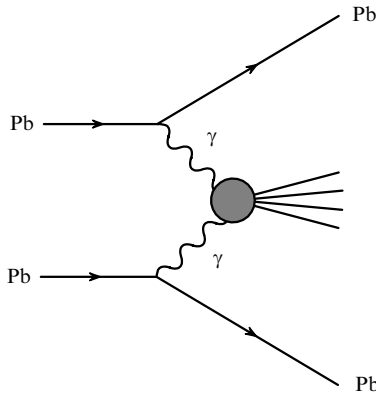


Рис. 1. Диаграмма Фейнмана для ультрапериферического столкновения ядер свинца.

tuS) и CMS (Compact Muon Solenoid), но для этого имеются дополнительные детекторы на малые углы рассеяния как для ATLAS, так и для CMS (передний протонный детектор ATLAS [17] и прецизионный протонный спектрометр CMS [18]). Даже без этих дополнительных детекторов ультрапериферические столкновения можно обнаружить по частицам, которые в них рождаются.

Сравним столкновения протонов и столкновения ядер свинца как потенциальные источники событий Новой физики. Интегральная светимость БАК в столкновениях протонов, набранная во время второго этапа работы БАК (Run 2), сейчас превысила 150 фб^{-1} [19, 20]. Интегральная светимость БАК в столкновениях ядер свинца, набранная в столкновениях тяжёлых ионов, составила $0,7 \text{ нб}^{-1}$ в 2015 г. [21] и $1,8 \text{ нб}^{-1}$ в 2018 г. [19]. Сечение ультрапериферического столкновения пропорционально Z^4 , где Z — заряд частицы. У свинца $Z = 82$, так что если существует Новая физика, проявляющаяся в столкновениях фотонов, то событий её проявления в столкновениях протонов на этапе 2 будет в $(150 \text{ фб}^{-1}) / (82^4 \times 2,5 \text{ нб}^{-1}) \approx 1,3$ раза больше, чем их было в столкновениях тяжёлых ионов в 2015 и 2018 гг. Однако этап 2 длился более 500 сут (не считая 2015 г., в котором в столкновениях протонов была набрана светимость всего $4,2 \text{ фб}^{-1}$), в то время как столкновения тяжёлых ионов происходили в течение около 45 сут. Благодаря увеличению сечения пропорционально Z^4 поиск Новой физики в ультрапериферических столкновениях тяжёлых ионов на БАК выглядит очень привлекательным; возможно также увеличение светимости в ионных столкновениях.

Обычно сечения рождения частиц в ультрапериферических столкновениях вычисляются с помощью метода эквивалентных фотонов [1, 22–24] (см. также [25–28]). Для сравнения с экспериментальными данными на фазовый объём рождающихся частиц необходимо наложить экспериментальные обрезания, призванные снизить фон и учесть слепые пятна детектора. Сечение с учётом обрезаний обычно рассчитывается исходя из полного сечения с помощью метода Монте-Карло (см., например, генератор Монте-Карло SuperCHIC [29]). Метод эквивалентных фотонов позволяет наложить экспериментальные обрезания аналитически, так что частот нет необходимости в применении метода Монте-Карло.

В настоящей статье метод эквивалентных фотонов используется для вычисления сечения реакции $pp(\gamma\gamma) \rightarrow pp\mu^+\mu^-$. Затем на фазовое пространство этой реакции накладываются экспериментальные обрезания трёх видов:

- 1) по инвариантной массе мюонной пары \sqrt{s} : $\hat{s}_{\min} < s < \hat{s}_{\max}$;
- 2) по поперечному импульсу мюона p_T : $p_T > \hat{p}_T$;
- 3) по псевдобыстроте мюона η : $|\eta| < \hat{\eta}$.

Численные значения этих обрезаний изменяются от эксперимента к эксперименту и от измерения к измерению. Аналитические формулы, полученные в настоящей статье, применяются для теоретического описания экспериментальных значений коллаборации ATLAS [30]. В данном измерении граница \hat{s}_{\min} была выбрана равной 12 ГэВ, чтобы избежать вклада от распада векторных мезонов в $\mu^+\mu^-$ (самые тяжёлые из векторных мезонов относятся к семейству Υ -мезонов); $\hat{s}_{\max} = 70 \text{ ГэВ}$, $\hat{p}_T = 6$ или 10 ГэВ , в зависимости от инвариантной массы; граница $\hat{\eta} = 2,4$ обеспечивает попадание мюона в мюонный спектрометр.

Эти же формулы применяются для вычисления сечения реакции $PbPb(\gamma\gamma) \rightarrow PbPb\mu^+\mu^-$ с учётом экспериментальных обрезаний, используемых в [31].

2. Сечение рождения $\mu^+\mu^-$ без учёта экспериментальных обрезаний

Распределение эквивалентных фотонов, образующихся при движении ультрарелятивистской частицы с зарядом Ze , имеет следующий вид:

$$n(\mathbf{q}) d^3q = \frac{Z^2\alpha}{\pi^2} \frac{\mathbf{q}_\perp^2}{\omega q^4} d^3q = \frac{Z^2\alpha}{\pi^2\omega} \frac{\mathbf{q}_\perp^2}{(\mathbf{q}_\perp^2 + (\omega/\gamma)^2)^2} d^3q, \quad (1)$$

где q — 4-импульс фотона, \mathbf{q}_\perp — его поперечная компонента, ω — энергия фотона, γ — лоренц-фактор частицы. Для протона с энергией $E = 6,5 \text{ ТэВ}$ лоренц-фактор $\gamma = E/m_p \approx 6,93 \times 10^3$. Чтобы получить спектр эквивалентных фотонов, выражение (1) следует проинтегрировать по поперечному импульсу до некоторого значения \hat{q} . Величину \hat{q} надо выбрать так, чтобы исходная частица не разваливалась в результате испускания фотона с таким импульсом. Для протона $\hat{q} = 0,20 \text{ ГэВ}$ (см. приложение А). Тогда спектр эквивалентных фотонов в пределе $\omega \ll \hat{q}\gamma$ принимает вид.

$$n(\omega) d\omega = \frac{2Z^2\alpha}{\pi} \ln\left(\frac{\hat{q}\gamma}{\omega}\right) \frac{d\omega}{\omega}. \quad (2)$$

Это простое выражение позволяет получить аналитические формулы для сечения рождения пары мюонов с учётом экспериментальных обрезаний.

Рождение пар мюонов в ультрапериферическом столкновении протонов в лидирующем приближении описывается диаграммами Фейнмана (рис. 2). Соответствующее сечение

$$\begin{aligned} \sigma(pp(\gamma\gamma) \rightarrow pp\mu^+\mu^-) &= \\ &= \int_{m_\mu^2/\hat{q}\gamma}^{\hat{q}\gamma} d\omega_1 \int_{m_\mu^2/\omega_1}^{\hat{q}\gamma} d\omega_2 \sigma(\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-) n(\omega_1) n(\omega_2), \quad (3) \end{aligned}$$

где ω_1 и ω_2 — энергии фотонов, $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-)$ — сечение Брейта – Уилера [32],

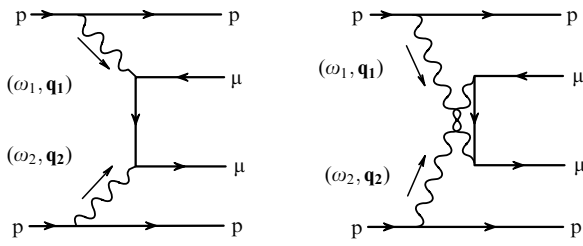


Рис. 2. Лидирующие диаграммы Фейнмана для реакции $pp(\gamma\gamma) \rightarrow pr\mu^+\mu^-$.

$$\begin{aligned} \sigma(\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-) &= \\ &= \frac{4\pi\alpha^2}{s} \left[\left(1 + \frac{4m_\mu^2}{s} - \frac{8m_\mu^4}{s^2} \right) \ln \frac{1 + \sqrt{1 - 4m_\mu^2/s}}{1 - \sqrt{1 - 4m_\mu^2/s}} - \right. \\ &\quad \left. - \left(1 + \frac{4m_\mu^2}{s} \right) \sqrt{1 - \frac{4m_\mu^2}{s}} \right], \end{aligned} \quad (4)$$

$s = 4\omega_1\omega_2$ — инвариантная масса мюонов. Область интегрирования (3) представлена на рис. 3. Удобно сделать замену переменных интегрирования: $\omega_1, \omega_2 \rightarrow s, x$, где $x = \omega_1/\omega_2$. Тогда интегралы в (3) можно представить в виде

$$\begin{aligned} \sigma(pp(\gamma\gamma) \rightarrow pr\mu^+\mu^-) &= \\ &= \int_{(2m_\mu)^2}^{(2\hat{q}\gamma)^2} ds \sigma(\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-) \int_{s/(2\hat{q}\gamma)^2}^{(2\hat{q}\gamma)^2/s} \frac{dx}{8x} n\left(\sqrt{\frac{sx}{4}}\right) n\left(\sqrt{\frac{s}{4x}}\right) = \\ &= \frac{\alpha^2}{2\pi^2} \int_{(2m_\mu)^2}^{(2\hat{q}\gamma)^2} \frac{ds}{s} \sigma(\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-) \int_{s/(2\hat{q}\gamma)^2}^{(2\hat{q}\gamma)^2/s} \frac{dx}{x} \times \\ &\quad \times \ln \frac{(2\hat{q}\gamma)^2}{sx} \ln \left[\frac{(2\hat{q}\gamma)^2}{s} x \right] \end{aligned} \quad (5)$$

(интеграл по x оказывается симметричным относительно замены $x \rightarrow 1/x$). В результате получим

$$\begin{aligned} \sigma(pp(\gamma\gamma) \rightarrow pr\mu^+\mu^-) &= \\ &= \frac{16\alpha^2}{3\pi^2} \int_{(2m_\mu)^2}^{(2\hat{q}\gamma)^2} \frac{ds}{s} \sigma(\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-) \ln^3 \frac{2\hat{q}\gamma}{\sqrt{s}}. \end{aligned} \quad (6)$$

Поскольку $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-)$ убывает как $1/s$ при $s \gg 4m_\mu^2$, в лидирующем логарифмическом приближении в выраже-

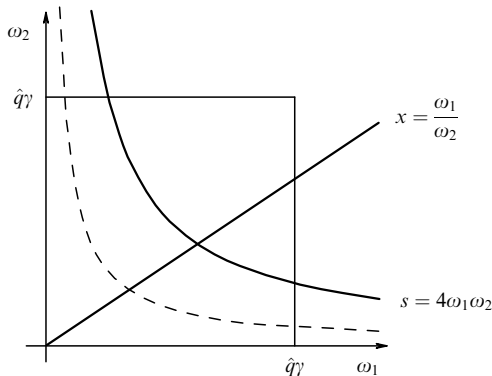


Рис. 3. Область интегрирования (3). Штриховая кривая соответствует $s = 4m_\mu^2$. Область интегрирования находится внутри квадрата над штриховой кривой.

нии (6) можно взять значение логарифма при $s = 4m_\mu^2$. Тогда¹

$$\sigma(pp(\gamma\gamma) \rightarrow pr\mu^+\mu^-) = 8 \times \frac{28}{27} \frac{\alpha^4}{\pi m_\mu^2} \ln^3 \frac{\hat{q}\gamma}{m_\mu}. \quad (7)$$

Когда масса рождающихся частиц m значительно меньше \hat{q} , в формуле (7) \hat{q} следует заменить величиной $^2 m$. Это как раз случай рождения пар e^+e^- , рассмотренный в [1]. Другое отличие от уравнения (37) в [1] заключается в том, что в [1] рассматривается столкновение в лабораторной системе координат, где ядро покоится и $\gamma \equiv \gamma_{CM} = (\gamma_{lab}/2)^{1/2}$.

Для столкновения протонов на БАК с энергией 13 ТэВ

$$\sigma(pp(\gamma\gamma) \rightarrow pr\mu^+\mu^-) \approx 0,22 \text{ мкб}. \quad (8)$$

3. Сечение рождения $\mu^+\mu^-$ с учётом экспериментальных обрезаний

3.1. Обрезание по инвариантной массе пары $\mu^+\mu^-$

Обрезание по инвариантной массе проводится тривиально: достаточно изменить пределы интегрирования по s в (5). Для $(2m_\mu)^2 \leq \hat{s}_{min} < s < \hat{s}_{max} \leq (2\hat{q}\gamma)^2$

$$\begin{aligned} \sigma_{fid}^{(s)}(pp(\gamma\gamma) \rightarrow pr\mu^+\mu^-) &= \\ &= \int_{\hat{s}_{min}}^{\hat{s}_{max}} ds \sigma(\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-) \int_{s/(2\hat{q}\gamma)^2}^{(2\hat{q}\gamma)^2/s} \frac{dx}{8x} n\left(\sqrt{\frac{sx}{4}}\right) n\left(\sqrt{\frac{s}{4x}}\right). \end{aligned} \quad (9)$$

Если $\hat{s}_{min} \gg 4m_\mu^2$, что справедливо для экспериментов, рассмотренных в разделе 4, то можно использовать упрощённую формулу для сечения Брейта – Уилера:

$$\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-) \approx \frac{4\pi\alpha^2}{s} \left(\ln \frac{s}{m_\mu^2} - 1 \right) \text{ при } s \gg 4m_\mu^2. \quad (10)$$

В этом случае

$$\begin{aligned} \sigma_{fid}^{(s)}(pp(\gamma\gamma) \rightarrow pr\mu^+\mu^-) &= \\ &= \frac{64\alpha^4}{3\pi} \int_{\hat{s}_{min}}^{\hat{s}_{max}} \frac{ds}{s^2} \left(\ln \frac{s}{m_\mu^2} - 1 \right) \ln^3 \frac{2\hat{q}\gamma}{\sqrt{s}}. \end{aligned} \quad (11)$$

Согласно уравнению (6.27b) в [28], погрешность формулы (11), связанная с виртуальностью фотонов, выражается как

$$\eta \sim \left(\frac{\hat{q}^2}{\sqrt{s_{min}} m_\mu} \right)^2 \left(\ln \frac{4E^2}{s_{min}} \right)^{-1}, \quad (12)$$

где E — энергия сталкивающихся частиц. Точность очень высока для рождения пары мюон–антимюон, но она значительно снижается для рождения пары электрон–позитрон.

¹ В работе [33] в уравнении (1.4) использован неправильный спектр эквивалентных фотонов (под интегралом $\ln^2(E/m_e)$ следует заменить произведением $\ln(E/\omega_1) \ln(E/\omega_2)$), что привело к лишнему множителю $3/2$ в уравнении (5.4) и к ссылке [23] в той же статье. Позднее эта ошибка попала в работу [26] в уравнение (5.4). Обсуждение подобных ошибок, которые часто встречаются при применении метода эквивалентных фотонов, можно найти во втором подстрочном примечании на с. 256 статьи [28].

² В случае рождения τ -лептонов множитель \hat{q}/m_e остаётся и подавляет сечение.

3.2. Обрезание по поперечному импульсу мюона

Чтобы наложить обрезание по поперечному импульсу мюона $p_T > \hat{p}_T$, в уравнение (9) следует подставить выражение для дифференциального по p_T сечения реакции $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-$ [34, (88.4)]:

$$\begin{aligned} d\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-) &= \frac{2\pi\alpha^2}{s^2} \left(\frac{s+t}{t} + \frac{t}{s+t} \right) dt = \\ &= \frac{8\pi\alpha^2}{sp_T} \frac{1-2p_T^2/s}{\sqrt{1-4p_T^2/s}} dp_T, \end{aligned} \quad (13)$$

где t — переменная Мандельштама, $t = -s/2 \pm s/2 \times \sqrt{1-4p_T^2/s}$, а мюоны считаются ультрарелятивистскими. В результате получается следующее выражение:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{fid}}^{(s, \hat{p}_T)}(\text{pp}(\gamma\gamma) \rightarrow \text{pp}\mu^+\mu^-) &= \\ &= \int_{\hat{s}_{\min}}^{\hat{s}_{\max}} ds \int_{\hat{p}_T}^{\sqrt{s}/2} dp_T \frac{d\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-)}{dp_T} \int_{s/(2\hat{q}\gamma)^2}^{(2\hat{q}\gamma)^2/s} \frac{dx}{8x} \times \\ &\times n\left(\sqrt{\frac{sx}{4}}\right) n\left(\sqrt{\frac{s}{4x}}\right) = \frac{64\alpha^4}{3\pi} \int_{\hat{s}_{\min}}^{\hat{s}_{\max}} \frac{ds}{s^2} \ln^3 \frac{2\hat{q}\gamma}{\sqrt{s}} \times \\ &\times \left(\ln \frac{1 + \sqrt{1-4\hat{p}_T^2/s}}{1 - \sqrt{1-4\hat{p}_T^2/s}} - \sqrt{1 - \frac{4\hat{p}_T^2}{s}} \right). \end{aligned} \quad (14)$$

3.3. Обрезание по псевдобыстроте мюона

Псевдобыстрота определяется как $\eta = -\ln \tan(\theta/2)$, где θ — угол между импульсом мюона и пучком. Экспериментальные обрезания по псевдобыстроте связаны с особенностями геометрии детектора. Мюонный спектрометр эксперимента ATLAS не может регистрировать мюоны с $\theta \lesssim 10^\circ$ или $\theta \gtrsim 170^\circ$, чему соответствует обрезание по псевдобыстроте $|\eta| < 2,4$.

Для фиксированного значения инвариантной массы мюонной пары s псевдобыстроты мюонов определяются отношением энергий фотонов x . При $x = 1$ в области фазового пространства, ограниченной обрезаниями по p_T и s в [30] (табл. 1), $\sin \theta = 2p_T/\sqrt{s}$ всегда больше $2/7$. Этому соответствует интервал $17^\circ \lesssim \theta \lesssim 163^\circ$. Таким образом, обрезание по η не приводит к снижению количества зарегистрированных событий рождения мюонных пар. Однако при $x \ll 1$ или $x \gg 1$ мюоны движутся параллельно пучку протонов и вылетают из детектора незарегистрированными. Следовательно, обрезание по псевдобыстроте можно естественным образом перевести в обрезание по x :

$$|\eta| < \hat{\eta} \Rightarrow \frac{1}{\hat{x}} < x < \hat{x}, \quad (16)$$

где

$$\hat{x} = \exp(2\hat{\eta}) \frac{1 - \sqrt{1 - 4p_T^2/s}}{1 + \sqrt{1 - 4p_T^2/s}} \quad (17)$$

Таблица 1. Обрезания фазового пространства реакции $\text{pp}(\gamma\gamma) \rightarrow \text{pp}\mu^+\mu^-$, использующиеся в [30]

Интервал инвариантных масс мюонов	Поперечный импульс мюона	Псевдобыстрота мюона
$12 < \sqrt{s} < 30$ ГэВ $30 < \sqrt{s} < 70$ ГэВ	$p_T > 6$ ГэВ $p_T > 10$ ГэВ	$ \eta < 2,4$

(см. приложение Б). Отсюда получается выражение для сечения, учитывающее все экспериментальные обрезания:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{fid}}^{(s, \hat{p}_T, \hat{\eta})}(\text{pp}(\gamma\gamma) \rightarrow \text{pp}\mu^+\mu^-) &= \\ &= \int_{\hat{s}_{\min}}^{\hat{s}_{\max}} ds \int_{\hat{p}_T}^{\sqrt{s}/2} dp_T \frac{d\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-)}{dp_T} \int_{1/\hat{x}}^{\hat{x}} \frac{dx}{8x} \times \\ &\times n\left(\sqrt{\frac{sx}{4}}\right) n\left(\sqrt{\frac{s}{4x}}\right) = \frac{4\alpha^4}{\pi} \int_{\hat{s}_{\min}}^{\hat{s}_{\max}} \frac{ds}{s^2} \int_{\hat{p}_T}^{\sqrt{s}/2} \frac{dp_T}{p_T} \times \\ &\times \frac{1-2p_T^2/s}{\sqrt{1-4p_T^2/s}} \int_{1/\hat{x}}^{\hat{x}} \frac{dx}{x} \ln \frac{(2\hat{q}\gamma)^2}{sx} \ln \left(\frac{(2\hat{q}\gamma)^2}{s} x \right). \end{aligned} \quad (18)$$

4. Сравнение с экспериментальными данными

4.1. Рождение пары мюонов в столкновениях протонов

Коллаборация ATLAS измерила сечение реакции $\text{pp} \rightarrow \text{pp}\mu^+\mu^-$ при энергии столкновения протонов 13 ТэВ ($\gamma = 6,93 \times 10^3$) с интегральной светимостью $3,2 \text{ фб}^{-1}$ [30]. Экспериментальные обрезания приведены в табл. 1. Результат измерения

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{fid}}^{\text{exper}}(\text{pp} \rightarrow \text{pp}\mu^+\mu^-) &= \\ &= 3,12 \pm 0,07 (\text{стат.}) \pm 0,10 (\text{сист.}) \text{ пб}. \end{aligned} \quad (20)$$

Результаты последовательного наложения экспериментальных обрезаний на сечение той же реакции представлены в табл. 2. Сечение, соответствующее экспериментальному измерению (20), оказалось равным

$$\sigma_{\text{fid}}^{(s, \hat{p}_T, \hat{\eta})}(\text{pp}(\gamma\gamma) \rightarrow \text{pp}\mu^+\mu^-) = 3,35 \text{ пб} \quad (21)$$

и находится с ним в согласии. На рисунке 4 сравниваются сечения для нескольких интервалов по инвариантной массе с экспериментальными данными, приведёнными в табл. 3 статьи [30]³. В [30] экспериментальные результаты сравниваются с теоретическими предсказаниями, полученными с помощью метода Монте-Карло: программа SuperCHIC [29] даёт

$$\sigma_{\text{fid}} = 3,45 \pm 0,05 \text{ пб} [29, 30]; \quad (22)$$

Таблица 2. Сечение реакции $\text{pp}(\gamma\gamma) \rightarrow \text{pp}\mu^+\mu^-$ с учётом экспериментальных обрезаний, вычисленное с использованием спектра эквивалентных фотонов (2) по формулам (6), (11), (15) и (19)

Обрезания	Сечение, пб	
Без обрезаний	$1,7 \times 10^5$	
$12 < \sqrt{s} < 30$ ГэВ $30 < \sqrt{s} < 70$ ГэВ	54,1 5,66	59,7
$12 < \sqrt{s} < 30$ ГэВ, $p_T > 6$ ГэВ $30 < \sqrt{s} < 70$ ГэВ, $p_T > 10$ ГэВ	5,38 0,91	6,29
$12 < \sqrt{s} < 30$ ГэВ, $p_T > 6$ ГэВ, $ \eta < 2,4$ $30 < \sqrt{s} < 70$ ГэВ, $p_T > 10$ ГэВ, $ \eta < 2,4$	2,85 0,50	3,35

³ При вычислении сечения, приведённого на рис. 4, использовался спектр эквивалентных фотонов (2). Учёт дипольного формфактора (см. формулу (А.6) в приложении А) приводит к увеличению сечения менее чем на 0,5% в рассматриваемой области энергий. Магнитный формфактор (см. (А.3)) увеличивает сечение на $\approx 6\%$.

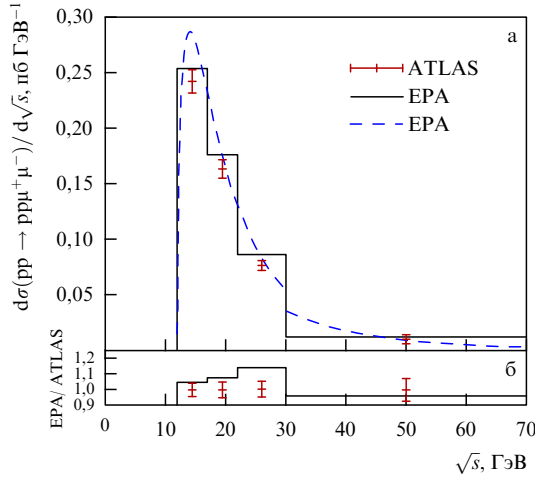


Рис. 4. (а) Сечение реакции $pp(\gamma\gamma) \rightarrow pp\mu^+\mu^-$ для энергии столкновения протонов 13 ТэВ с учётом экспериментальных обрезаний, приведённых в табл. 1. EPA (Equivalent Photon Approximation) — приближение эквивалентных фотонов. Точки с отрезками ошибок — экспериментальные данные, представленные в табл. 3 статьи [30]. Штриховая кривая — дифференциальное сечение, вычисленное с помощью формулы (19). Гистограмма — дифференциальное сечение, усреднённое в интервалах, также приведённых в табл. 3 статьи [30]. (б) Отношение вычисленного сечения к экспериментальным точкам.

метод эквивалентных фотонов с учётом поправок от эффектов поглощения [35] (см. приложение В) даёт

$$\sigma_{\text{fid}} = 3,06 \pm 0,05 \text{ пб} [30, 35]. \quad (23)$$

4.2. Рождение пары мюонов в столкновениях ядер свинца

Коллаборация ATLAS измерила сечение реакции $PbPb \rightarrow PbPb\mu^+\mu^-$ при энергии столкновения на пару нуклонов: 5,02 ТэВ ($\gamma = 2,69 \times 10^3$) с интегральной светимостью 515 мкб^{-1} [31]. Экспериментальные обрезания:

- по инвариантной массе мюонной пары: $10 < \sqrt{s} < 100 \text{ ГэВ}$;

- по поперечному импульсу мюона: $p_T > 4 \text{ ГэВ}$;

- по псевдобыстроте мюона: $|\eta| < 2,4$.

Результат измерения:

$$\sigma_{\text{fid}}^{\text{exper}}(PbPb \rightarrow PbPb\mu^+\mu^-) = 32,2 \pm 0,3 \text{ (стат.)}_{-3,4}^{+4,0} \text{ (сист.) мкб}. \quad (24)$$

Тяжёлое ядро легче развалить, чем протон. Максимальный импульс, который может передать протон и не развалиться, $\hat{q} \approx 0,20 \text{ ГэВ}$ (см. (A.8)). Соответствующее значение для ^{208}Pb сильно зависит от ядерного формфактора, но оно примерно на порядок меньше. В лидирующем логарифмическом приближении максимальная энергия фотона равняется $2\hat{q}\gamma$. Для протонов, сталкивающихся с энергией 13 ТэВ, эта величина составит 2,8 ТэВ, а для столкновений ядер свинца, рассматриваемых в этом разделе, она равна примерно 100 ГэВ. Следовательно, столкновения ядер свинца гораздо чувствительнее к зависимости формфактора сталкивающихся частиц от переданного импульса.

Чтобы учесть экспериментальные обрезания, была использована формула (18) с несколькими спектрами эквивалентных фотонов $n(\omega)$, соответствующими разным формфакторам [36, 37]. На рисунке 5 сравниваются результаты вычислений с экспериментальными дан-

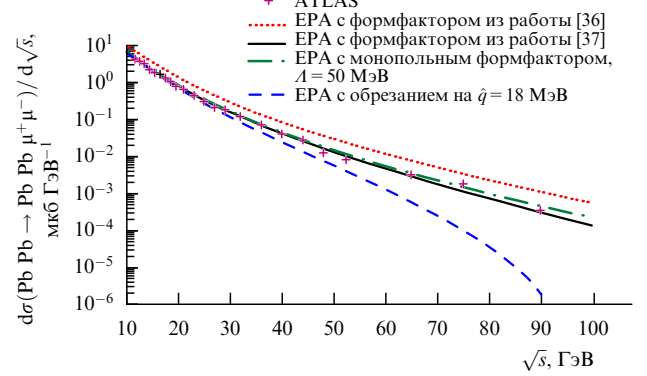


Рис. 5. (В цвете онлайн.) Дифференциальное сечение реакции $PbPb(\gamma\gamma) \rightarrow PbPb\mu^+\mu^-$ при энергии столкновения на пару нуклонов 5,02 ТэВ с учётом экспериментальных обрезаний статьи [31] (также описаны в тексте). Кресты — экспериментальные данные с левого графика статьи [31] (верхняя кривая). Кривые получены с помощью (18). Красная пунктирная и чёрная сплошная кривые вычислены с использованием спектров эквивалентных фотонов с формфакторами из работ [36, 37] соответственно. Зелёная штрихпунктирная кривая соответствует спектру с монополярным формфактором с параметром $\Lambda = 50 \text{ МэВ}$. Для синей штриховой кривой использовался спектр (2) с $\hat{q} = 18 \text{ МэВ}$.

ными, представленными на левом графике рис. 3 статьи [31]⁴. Спектр с формфактором, заданным параметрами Фурье–Бесселя из работы [37] (см. табл. 4 в приложении А), и спектр с монополярным формфактором с параметром $\Lambda = 50 \text{ МэВ}$ хорошо описывают экспериментальные данные. Лидирующее логарифмическое приближение с $\hat{q} = 18 \text{ МэВ}$ (см. (A.14)) имеет хорошую точность в области малых инвариантных масс, но в области больших инвариантных масс оно приводит к недооценке количества эквивалентных фотонов. Причина заключается в том, что в этой области не выполняется предположение $\omega \ll \hat{q}\gamma \approx 50 \text{ ГэВ}$, использованное при выводе формулы (2). Формфактор, описанный параметрами Фурье–Бесселя из более ранней работы [36] (см. табл. 4 в приложении А), и его приближение монополярным формфактором с параметром $\Lambda = 80 \text{ МэВ}$, часто используемое в литературе [38–40], приводят к сечению в 1,5 раза большему измеренного.

Сечение с учётом экспериментальных данных, вычисленное со спектром эквивалентных фотонов с формфактором, заданным параметрами Фурье–Бесселя из работы [37],

$$\sigma_{\text{fid}}^{(s, \hat{p}_T, \hat{\eta})}(PbPb(\gamma\gamma) \rightarrow PbPb\mu^+\mu^-) = 34,4 \text{ мкб}, \quad (25)$$

находится в хорошем согласии с экспериментальным значением (24). Результаты последовательного наложения обрезаний представлены в табл. 3.

В [31] результат измерения сравнивается с результатом вычислений с помощью программы STARLIGHT [41]:

$$\sigma_{\text{fid}}(PbPb(\gamma\gamma) \rightarrow PbPb\mu^+\mu^-) = 31,64 \pm 0,04 \text{ мкб} [31, 41]. \quad (26)$$

⁴На левом графике рис. 3 статьи [31] приведены два набора данных, соответствующих двум обрезаниям по быстроте мюонной пары $Y_{\mu\mu}$. Обрезание по быстроте мюонной пары в настоящей статье не рассматривается. Обрезание $|Y_{\mu\mu}| < 2,4$, использованное для верхнего набора точек, соответствует обрезанию $|\eta| < 2,4$.

Таблица 3. Сечение реакции $PbPb(\gamma\gamma) \rightarrow PbPb\mu^+\mu^-$ с учётом экспериментальных обрезаний, полученное в приближении ядерного формфактора монополюльной формулой с $A = 50$ МэВ

Обрезания	Сечение, мкб
Без обрезаний	$1,92 \times 10^6$
$10 < \sqrt{s} < 100$ ГэВ	264
также $p_T > 4$ ГэВ	42,5
также $ \eta < 2,4$	34,6

5. Заключение

Большой адронный коллайдер можно использовать для поиска Новой физики в фотон-фотонных столкновениях. Инвариантная масса фотонов может достигать $2\hat{q}\gamma \approx \approx 2,8$ ТэВ в столкновениях протонов с энергией 13 ТэВ и ≈ 100 ГэВ в столкновениях ядер свинца с энергией 5,02 ТэВ на пару нуклонов.

Приближение эквивалентных фотонов позволяет аналитически вычислить сечение с учётом экспериментальных обрезаний. Лидирующее логарифмическое приближение (2) даёт точные результаты и относительно простые выражения для инвариантных масс, которые много меньше $\hat{q}\gamma$. При больших инвариантных массах следует учитывать формфакторы сталкивающихся частиц.

Несмотря на то что обрезания сильно уменьшают число регистрируемых событий, высокая светимость БАК позволяет наблюдать рождение пар $\mu^+\mu^-$ в ультрапериферических столкновениях.

Мы благодарны А.Н. Розанову за дискуссию, вызвавшую наш интерес к результатам БАК в реакциях столкновения фотонов, И.И. Цукерману за полезные комментарии, Х. Теразаве (H. Terazawa) за указание нам на статьи [26, 33], И.Ф. Гинзбургу за очень плодотворное обсуждение, С.И. Годунову за помощь в проверке численных расчётов и В.А. Новикову за обсуждения, приведшие к написанию приложения В. Работа поддержана грантом Российского фонда фундаментальных исследований 16-02-00342. Работа над разделами 3, 4 и приложением В поддержана грантом Российского научного фонда 19-12-00123.

Приложение А. Обрезание по виртуальности эквивалентных фотонов

Рассмотрим покоящуюся заряженную частицу. Её электромагнитное поле можно представить в виде множества виртуальных фотонов нулевой энергии. Пусть $q = (0, q_x, q_y, q_z)$ — импульс одного из таких виртуальных фотонов. Придадим частице скорость вдоль направления z такую, что её лоренц-фактор $\gamma \gg 1$. Тогда фотон получит энергию $\omega = (\gamma^2 - 1)^{1/2} q_z$, равную приблизительно импульсу фотона в направлении z , γq_z . Виртуальность такого фотона $-q^2 = q_x^2 + q_y^2 + q_z^2 \ll \omega^2$, так что фотон можно рассматривать как реальный. В этом заключается суть приближения эквивалентных фотонов.

Чтобы получить спектр виртуальных фотонов $n(\omega)$ (2) движущейся частицы, распределение виртуальных фотонов $n(\mathbf{q}) d^3q$ (1) следует проинтегрировать по поперечному импульсу $q_\perp = (q_x^2 + q_y^2)^{1/2}$. Этот интеграл логарифмически расходится при больших q_\perp , и его следует обрезать некоторым значением \hat{q} . В столкновении, если протон (или ядро) испускает виртуальный фотон с достаточно большим импульсом, протон (ядро) развали-

вается. Следовательно, для протона естественной оценкой \hat{q} будет обратный радиус протона или масштаб квантовой хромодинамики Λ_{QCD} , находящийся в области значений от 200 до 300 МэВ [42, раздел 9]. В случае рождения пары e^+e^- $\hat{q} = m_e$, так как вклад от области $q_\perp > m_e$ подавлен степенным образом.

Более строгий вывод значения \hat{q} основывается на формфакторах протона. Дираковский формфактор протона [43]

$$F_1(q^2) = \frac{G_E(q^2) + \tau G_M(q^2)}{1 + \tau}, \quad (\text{A.1})$$

где $\tau = -q^2/4m_p^2$, G_E — электрический формфактор, G_M — магнитный формфактор,

$$G_E(q^2) = \frac{1}{(1 - q^2/\Lambda^2)^2}, \quad (\text{A.2})$$

$$G_M(q^2) = \frac{\mu_p}{(1 - q^2/\Lambda^2)^2}, \quad (\text{A.3})$$

$\mu_p = 2,79$ — магнитный момент протона, $\Lambda^2 = 0,71$ ГэВ². Уравнение (A.1) можно представить в виде

$$F_1(q^2) = G_D(q^2) \left[1 + \frac{(\mu_p - 1)\tau}{1 + \tau} \right], \quad (\text{A.4})$$

где $G_D(q^2) \equiv G_E(q^2)$ — дипольный формфактор. Так как $-q^2 \approx q_\perp^2$ не может быть много больше Λ_{QCD}^2 , $\tau \ll 1$, и вкладом магнитного формфактора можно пренебречь. Вывод формулы для распределения эквивалентных фотонов по импульсу (1) в соответствии с [34, §99] с учётом формфактора приводит к

$$\begin{aligned} n_{\text{dipole}}(\mathbf{q}) d^3q &= \frac{\alpha}{\pi^2} \frac{\mathbf{q}_\perp^2}{\omega q^4} \left(1 - \frac{q^2}{\Lambda^2} \right)^{-4} d^3q = \\ &= \frac{\alpha}{\pi^2 \omega} \frac{\mathbf{q}_\perp^2}{(\omega^2/\gamma^2 + q_\perp^2)^2} \left(1 + \frac{1}{\Lambda^2} \left(\frac{\omega^2}{\gamma^2} + q_\perp^2 \right) \right)^{-4} d^3q. \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Спектр эквивалентных фотонов

$$\begin{aligned} n_{\text{dipole}}(\omega) d\omega &= 2\pi \int_0^\infty n_{\text{dipole}}(\mathbf{q}) q_\perp dq_\perp d\omega = \\ &= \frac{\alpha}{\pi} \left[4a + 1 \right] \ln \left(1 + \frac{1}{a} \right) - \frac{24a^2 + 42a + 17}{6(a+1)^2} \frac{d\omega}{\omega}, \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

где $a = (\omega/\Lambda\gamma)^2$. Эта функция монотонно убывает с возрастанием ω . В области низких энергий $\omega \ll \Lambda\gamma$, где находится большинство фотонов,

$$n_{\text{dipole}}(\omega) d\omega \xrightarrow{a \rightarrow 0} \frac{\alpha}{\pi} \left[2 \ln \frac{\Lambda\gamma}{\omega} - \frac{17}{6} \right] \frac{d\omega}{\omega}. \quad (\text{A.7})$$

Сравнение этого выражения с (2) для $Z = 1$ даёт

$$\hat{q} = \Lambda \exp \left(-\frac{17}{12} \right) \approx 200 \text{ МэВ}, \quad (\text{A.8})$$

что находится в отличном согласии с использованным предположением, что $\hat{q} \approx \Lambda_{\text{QCD}}$.

Формфакторы тяжёлых ядер более сложные. Наиболее точное описание формфактора ^{208}Pb , по-видимому, получается в результате преобразования Фурье разложения по функциям Бесселя зависимости плотности заряда

Таблица 4. Параметры разложения Фурье–Бесселя для формфактора ^{208}Pb

Параметр	[36]*	[37]
R , фм	11,0	12,5
a_1	$0,62732 \times 10^{-1}$	1,4396
a_2	$0,38542 \times 10^{-1}$	$-4,1850 \times 10^{-1}$
a_3	$-0,55105 \times 10^{-1}$	$-9,1763 \times 10^{-2}$
a_4	$-0,26990 \times 10^{-2}$	$6,8006 \times 10^{-2}$
a_5	$0,31016 \times 10^{-1}$	$2,6476 \times 10^{-2}$
a_6	$-0,99486 \times 10^{-2}$	$-1,5307 \times 10^{-2}$
a_7	$-0,93012 \times 10^{-2}$	$-7,1246 \times 10^{-3}$
a_8	$0,76653 \times 10^{-2}$	$2,7987 \times 10^{-3}$
a_9	$0,20885 \times 10^{-2}$	$2,3767 \times 10^{-3}$
a_{10}	$-0,17840 \times 10^{-2}$	$-1,0125 \times 10^{-3}$
a_{11}	$0,74876 \times 10^{-4}$	$-2,5836 \times 10^{-4}$
a_{12}	$0,32278 \times 10^{-3}$	$6,4297 \times 10^{-5}$
a_{13}	$-0,11353 \times 10^{-3}$	$6,5528 \times 10^{-5}$
a_{14}		$1,4523 \times 10^{-5}$
a_{15}		$-1,4430 \times 10^{-5}$

* В [36] приведены два набора параметров. Соответствующие формфакторы почти совпадают.

в ядре от расстояния до центра [44]:

$$\rho(r) = \begin{cases} \sum_{n=1}^N a_n j_0\left(\frac{n\pi r}{R}\right) & \text{для } r \leq R, \\ 0 & \text{для } r \geq R, \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

где $j_0(x) = \sin x/x$ — сферическая функция Бесселя нулевого порядка, значения параметров a_n и R приведены в табл. 4. Соответствующий формфактор

$$F_{\text{Fourier-Bessel}}(q^2) = \frac{\int \rho(r) \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) d^3r}{\int \rho(r) d^3r} = \frac{\sin qR}{qR} \sum_{n=1}^N \frac{(-1)^n a_n}{n^2 \pi^2 - q^2 R^2} \left(\sum_{n=1}^N \frac{(-1)^n a_n}{n^2 \pi^2} \right)^{-1}. \quad (\text{A.10})$$

В качестве приближения для формфактора тяжёлого ядра часто используется монополярная формула:

$$F_{\text{monopole}}(q^2) \approx \frac{1}{1 - q^2/\Lambda^2}. \quad (\text{A.11})$$

Соответствующий спектр эквивалентных фотонов

$$n_{\text{monopole}}(\omega) d\omega = \frac{Z^2 \alpha}{\pi} \left[(2a + 1) \ln \left(1 + \frac{1}{a} \right) - 2 \right] \frac{d\omega}{\omega}. \quad (\text{A.12})$$

В области низких энергий

$$n_{\text{monopole}}(\omega) d\omega \xrightarrow{a \rightarrow 0} \frac{Z^2 \alpha}{\pi} \left[2 \ln \frac{A\gamma}{\omega} - 2 \right] \frac{d\omega}{\omega}, \quad (\text{A.13})$$

откуда

$$\hat{q} = \Lambda \exp(-1). \quad (\text{A.14})$$

В работах [38–40] использовался монополярный формфактор с $\Lambda = 80$ МэВ; этому значению соответствует $\hat{q} \approx 30$ МэВ. Однако, похоже, такой формфактор описывает устаревшие данные. На рисунке 6 сравниваются монополярный формфактор с $\Lambda = 80$ МэВ и формфакторы, вычисленные через параметры разложения Фурье–Бесселя, которые были подобраны так, чтобы

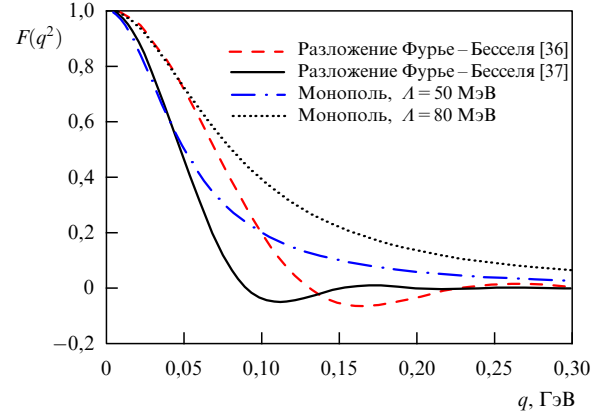


Рис. 6. (В цвете онлайн.) Формфакторы ^{208}Pb , имеющиеся в литературе, и их приближения. Сплошная чёрная и штриховая красная кривые представляют формфакторы, описанные через разложение Фурье–Бесселя (A.10). Параметры разложения a_n и R для сплошной чёрной кривой взяты из [37], а для штриховой красной — из [36]. Синяя штрихпунктирная и зелёная пунктирная кривые — монополярные формфакторы (A.11) с параметрами $\Lambda = 50$ МэВ и $\Lambda = 80$ МэВ соответственно.

описывать экспериментальные данные, доступные в 1987 г. [36] и в 1995 г. [37] (см. табл. 4). На том же рисунке для сравнения представлен монополярный формфактор с параметром $\Lambda = 50$ МэВ ($\hat{q} \approx 18$ МэВ).

Приложение Б. Обрезание по псевдобыстроте

Чтобы учесть обрезание по псевдобыстроте, отношение энергий фотонов $x = \omega_1/\omega_2$ следует выразить через инвариантную массу пар мюонов s , поперечный импульс мюона p_{\perp} и псевдобыстроту мюона η . Столкновение двух фотонов с энергиями ω_1 и ω_2 показано на рис. 7. В этом столкновении рождаются μ^+ с импульсом p^+ и μ^- с импульсом p^- . В дальнейшем предполагается, что $p_{\perp} \gg m_{\mu}$, и массой мюона m_{μ} пренебрегается; это верно для экспериментов, рассмотренных в настоящей статье.

Из закона сохранения энергии-импульса следует

$$\begin{cases} p_{\perp}^+ = -p_{\perp}^- \equiv p_{\perp}, \\ \omega_1 + \omega_2 = \sqrt{p_{\perp}^2 + p_{\parallel}^{+2}} + \sqrt{p_{\perp}^2 + p_{\parallel}^{-2}}, \\ \omega_1 - \omega_2 = p_{\parallel}^- - p_{\parallel}^+. \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

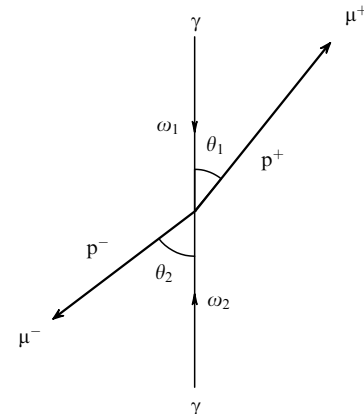


Рис. 7. Реакция $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-$.

Два последних уравнения можно выразить через поперечный импульс p_T и углы рассеяния θ_1 и θ_2 :

$$\begin{cases} \frac{p_T}{\sin \theta_1} + \frac{p_T}{\sin \theta_2} = \omega_1 + \omega_2, \\ \frac{p_T}{\tan \theta_1} - \frac{p_T}{\tan \theta_2} = \omega_1 - \omega_2. \end{cases} \quad (\text{Б.2})$$

Углы рассеяния и псевдобыстрота связаны уравнением

$$\eta_i = -\ln \tan \left(\frac{\theta_i}{2} \right), \quad i = 1, 2, \quad (\text{Б.3})$$

поэтому

$$\begin{cases} \cosh \eta_1 + \cosh \eta_2 = \frac{\omega_1 + \omega_2}{p_T}, \\ \sinh \eta_1 - \sinh \eta_2 = \frac{\omega_1 - \omega_2}{p_T}. \end{cases} \quad (\text{Б.4})$$

Исключим из этой системы уравнений η_2 . Тогда

$$\exp(2\eta_1) - \frac{2\omega_1}{p_T} \exp(\eta_1) + \frac{\omega_1}{\omega_2} = 0. \quad (\text{Б.5})$$

Подставив $\omega_1 = \sqrt{sx/4}$, $\omega_2 = \sqrt{s/4x}$, получим

$$\exp(2\eta_1) - \frac{\sqrt{sx}}{p_T} \exp(\eta_1) + x = 0. \quad (\text{Б.6})$$

Решение этого уравнения относительно x :

$$\begin{aligned} x &= \exp(2\eta_1) \frac{(1 \pm \sqrt{1 - 4p_T^2/s})^2}{4p_T^2/s} = \\ &= \exp(2\eta_1) \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4p_T^2/s}}{1 \mp \sqrt{1 - 4p_T^2/s}}. \end{aligned} \quad (\text{Б.7})$$

Когда η_1 меняется в интервале от $-\hat{\eta}$ до $\hat{\eta}$, x меняется в следующих пределах:

$$\begin{cases} \exp(-2\hat{\eta}) \frac{1 + \sqrt{1 - 4p_T^2/s}}{1 - \sqrt{1 - 4p_T^2/s}} < x < \exp(2\hat{\eta}) \frac{1 + \sqrt{1 - 4p_T^2/s}}{1 - \sqrt{1 - 4p_T^2/s}}, \\ \exp(-2\hat{\eta}) \frac{1 - \sqrt{1 - 4p_T^2/s}}{1 + \sqrt{1 - 4p_T^2/s}} < x < \exp(2\hat{\eta}) \frac{1 - \sqrt{1 - 4p_T^2/s}}{1 + \sqrt{1 - 4p_T^2/s}}. \end{cases} \quad (\text{Б.8})$$

Чтобы удовлетворить условиям как $\eta_1 < |\hat{\eta}|$, так и $\eta_2 < |\hat{\eta}|$, следует выбрать пересечение этих интервалов. Следовательно,

$$\frac{1}{\hat{x}} < x < \hat{x}, \quad \text{где } \hat{x} = \exp(2\hat{\eta}) \frac{1 - \sqrt{1 - 4p_T^2/s}}{1 + \sqrt{1 - 4p_T^2/s}}. \quad (\text{Б.9})$$

При использовании этих неравенств для определения области интегрирования спектра эквивалентных фотонов необходимо проверить, что энергия фотонов не превышает энергии обрезания \hat{q} :

$$\hat{x} < \frac{(2\hat{q})^2}{s}. \quad (\text{Б.10})$$

Последнее неравенство всегда выполняется для реакции $pp(\gamma\gamma) \rightarrow pp\mu^+\mu^-$ с ограничениями на фазовое пространство, наложенными в [30]. Однако в случае реакции $Pb Pb(\gamma\gamma) \rightarrow Pb Pb\mu^+\mu^-$, рассмотренной в [31], это неравенство даёт дополнительное ограничение на x , которое следует учитывать при вычислении экспериментального сечения методом эквивалентных фотонов в лидирующем логарифмическом приближении с обрезанием \hat{q} .

Приложение В. Фактор подавления

Как известно, распределение эквивалентных фотонов (2) может быть получено из рассмотрения электромагнитного поля, создаваемого быстро движущейся заряженной частицей. Решение уравнений Максвелла для электромагнитного поля ультрарелятивистской частицы, движущейся вдоль оси z , имеет следующий вид [45, (33.2.3)]:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_\perp(\mathbf{r}, t) &= -\frac{iZe\gamma}{(2\pi)^3} \int \frac{\mathbf{q}_\perp}{q^2} \exp[i\mathbf{q}_\perp \mathbf{r} + i\gamma q_z(z - vt)] d^3q, \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) &= \mathbf{v} \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t), \end{aligned} \quad (\text{В.1})$$

где $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ и $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ — электрическое и магнитное поля в точке \mathbf{r} в момент t , \mathbf{E}_\perp — компонента \mathbf{E} , перпендикулярная оси z , \mathbf{v} — скорость частицы, \mathbf{q} — параметр преобразования Фурье.

Компонента электрического поля, направленная вдоль оси z , не усилена множителем γ . Поэтому при $\gamma \gg 1$ выполняется условие $E_\perp \gg E_z$ и электрическое поле является практически поперечным, что и должно быть в случае реальных фотонов. Таким образом, (В.1) представляет собой разложение электромагнитного поля по монохроматическим плоским волнам с частотами $\omega = v\gamma q_z \approx \gamma q_z$, движущимся в направлении оси z .

Полный поток электромагнитной энергии вдоль оси z даётся компонентой вектора Пойнтинга:

$$P_z = \int d^2b \int_{-\infty}^{\infty} dt [\mathbf{E} \times \mathbf{H}]_z, \quad (\text{В.2})$$

где $\mathbf{b} \equiv \mathbf{r}_\perp$ — прицельный параметр точки \mathbf{r} . Величина P_z равна полной энергии эквивалентных фотонов:

$$P_z = \int_0^{\infty} \omega n(\omega) d\omega. \quad (\text{В.3})$$

Подстановка разложения (В.1) в уравнение (В.2) даёт

$$\begin{aligned} P_z &= \int d^2b \int dt (E_x^2 + E_y^2) = \\ &= \frac{Z^2 e^2 \gamma^2}{(2\pi)^6} \int d^2b dt d^3q d^3q' \frac{-q_x q'_x - q_y q'_y}{q^2 q'^2} \times \\ &\times \exp[ix(q_x + q'_x) + iy(q_y + q'_y) + \\ &+ i\gamma(z - vt)(q_z + q'_z)] F(\mathbf{q}^2) F(\mathbf{q}'^2), \end{aligned} \quad (\text{В.4})$$

где учтён формфактор заряженной частицы. Интегрирование по d^2b и dt приводит к трём дельта-функциям, с помощью которых выполняется интегрирование по d^3q' . Таким образом, мы приходим к следующему выражению:

$$P_z = \frac{Z^2 \alpha \gamma}{2\pi^2} \int \frac{\mathbf{q}_\perp^2 F^2(\mathbf{q}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2)}{(\mathbf{q}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2)^2} d^3q. \quad (\text{В.5})$$

Заменяя переменную интегрирования q_z на величину ω и сопоставляя полученное выражение с (В.3), получим

$$n(\omega) d\omega = \frac{Z^2 \alpha}{\pi^2} \int \frac{q_{\perp}^2 F^2(q_{\perp}^2 + \omega^2/\gamma^2)}{(q_{\perp}^2 + \omega^2/\gamma^2)^2} d^2 q_{\perp} \frac{d\omega}{\omega}, \quad (\text{В.6})$$

где дополнительный множитель 2 обусловлен тем, что при изменении q_z от $-\infty$ до $+\infty$ переменная ω дважды покрывает область $[0, \infty)$. Выражение (В.6) отличается от формулы (2) учётом формфактора.

Чтобы ввести фактор подавления, интеграл по $d^2 b$ в (В.4) следует вычислять последним. Определим плотность фотонов в пространстве прицельного параметра $n(\mathbf{b}, \omega)$ следующим образом:

$$n(\omega) = \int_0^{\infty} n(b, \omega) d^2 b. \quad (\text{В.7})$$

Интегрируя (В.4) по dt и снимая интеграл по dq_z' с помощью дельта-функции, получим

$$\begin{aligned} n(b, \omega) &= \frac{Z^2 \alpha}{4\pi^4 \omega} \int d q_{\perp} d\theta \frac{q_{\perp} F(q_{\perp}^2 + \omega^2/\gamma^2)}{q_{\perp}^2 + \omega^2/\gamma^2} \times \\ &\times \int d q'_{\perp} d\theta' \frac{q'_{\perp} F(q'^2_{\perp} + \omega^2/\gamma^2)}{q'^2_{\perp} + \omega^2/\gamma^2} (-q_{\perp} q'_{\perp}) \cos(\theta - \theta') \times \\ &\times \exp(i b q_{\perp} \cos \theta) \exp(i b q'_{\perp} \cos \theta'), \end{aligned} \quad (\text{В.8})$$

где θ — угол между \mathbf{q}_{\perp} и \mathbf{b} , θ' — угол между \mathbf{q}'_{\perp} и \mathbf{b} .

Используя интегральное представление функции Бесселя,

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \cos \theta \exp(i a \cos \theta) d\theta &= 2 i \pi J_1(a), \\ \int_0^{2\pi} \sin \theta \exp(i a \cos \theta) d\theta &= 0, \end{aligned} \quad (\text{В.9})$$

и разложение $\cos(\theta - \theta') = \cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta'$, получим

$$n(b, \omega) = \frac{Z^2 \alpha}{\pi^2 \omega} \left[\int d q_{\perp} q_{\perp}^2 \frac{F(q_{\perp}^2 + \omega^2/\gamma^2)}{q_{\perp}^2 + \omega^2/\gamma^2} J_1(b q_{\perp}) \right]^2. \quad (\text{В.10})$$

Переход от (В.10) через (В.7) к (В.6) легко осуществляется с помощью равенства

$$\int_0^{\infty} J_1(ax) J_1(bx) x dx = \frac{1}{a} \delta(a - b). \quad (\text{В.11})$$

Отличие поперечного размера заряженной частицы от нуля учитывается формфактором F , стремящимся к нулю с возрастанием поперечного импульса q_{\perp} . Однако, когда рассматривается ультрапериферическое столкновение двух заряженных частиц, необходимо потребовать, чтобы в процессе столкновения частицы не разрушались. Если речь идёт об адронах высокой энергии, то их можно аппроксимировать чёрными дисками. Тогда ультрапериферическому столкновению отвечает требование $b \equiv \equiv |\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2| > 2R$, где R — поперечный радиус протона или ядра. Более аккуратное описание состоит во введении функции $P(b)$ — вероятности того, что рассеяние с прицельным параметром b является упругим. Тогда сечение рождения состояния X в ультрапериферических

столкновениях примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \sigma(\text{NN} \rightarrow \text{NNX}) &= \int_0^{\infty} d\omega_1 \int_0^{\infty} d\omega_2 \sigma(\gamma\gamma \rightarrow \text{X}) \times \\ &\times \int d^2 b_1 \int d^2 b_2 n(b_1, \omega_1) n(b_2, \omega_2) P(|\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_1|), \end{aligned} \quad (\text{В.12})$$

где N — сталкивающиеся частицы, $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \text{X})$ — сечение рождения X в столкновении двух фотонов. В случае точечных частиц $P(b) = 1$ и

$$\begin{aligned} \sigma(\text{NN} \rightarrow \text{NNX}) &= \\ &= \int_0^{\infty} d\omega_1 \int_0^{\infty} d\omega_2 \sigma(\gamma\gamma \rightarrow \text{X}) n(\omega_1) n(\omega_2). \end{aligned} \quad (\text{В.13})$$

(Формулы (В.13) и (3) различаются тем, что в (В.13) интегралы по ω_i обрезаются формфакторами, тогда как в (3) они обрезаны введением параметра \hat{q} .) В работе [35] фактор подавления определён как

$$S_{\gamma\gamma}^2 = \frac{\int_{b_1 > R} \int_{b_2 > R} n(b_1, \omega_1) n(b_2, \omega_2) P(|\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_1|) d^2 b_1 d^2 b_2}{\int_{b_1 > 0} \int_{b_2 > 0} n(b_1, \omega_1) n(b_2, \omega_2) d^2 b_1 d^2 b_2}, \quad (\text{В.14})$$

где R — радиус сталкивающихся частиц. Так как формфактор $F(q_{\perp}^2 + \omega^2/\gamma^2)$ обрезает интеграл в (В.10) на больших q_{\perp} или малых b , интегрирование в числителе не должно дополнительно исключать области, когда b_1 или b_2 малы. Поэтому мы предлагаем следующую формулу для фактора подавления сечения ультрапериферического рассеяния:

$$S_{\gamma\gamma}^2 = \frac{\int_{b_1 > 0} \int_{b_2 > 0} n(b_1, \omega_1) n(b_2, \omega_2) P(|\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_1|) d^2 b_1 d^2 b_2}{n(\omega_1) n(\omega_2)}. \quad (\text{В.15})$$

Список литературы

1. Landau L D, Lifshitz E M *Phys. Z. Sowjetunion* **6** 244 (1934); Пер. на русск. яз.: Ландау Л Д, Лифшиц Е М, в кн. Ландау Л Д *Собрание трудов* Т. 1 (М.: Наука, 1969) с. 110
2. Bertulani C A, Baur G *Phys. Rep.* **163** 299 (1988)
3. Baur G et al. *Phys. Rep.* **364** 359 (2002); hep-ph/0112211
4. Baur G, in *Electromagnetic Probes of Fundamental Physics, October 16–21, 2001, Erice, Italy, The Workshop* (The Science and Culture Series Physics, Vol. 22, Eds W J Marciano, S White) (River Edge: World Scientific, 2003) p. 183; hep-ph/0112239
5. Baur G et al., in *Electromagnetic Probes of Fundamental Physics, October 16–21, 2001, Erice, Italy, The Workshop* (The Science and Culture Series Physics, Vol. 22, Eds W J Marciano, S White) (River Edge: World Scientific, 2003) p. 235; hep-ex/0201034
6. Frankfurt L, Strikman M, Zhalov M *Acta Phys. Polon. B* **34** 3215 (2003); hep-ph/0304301
7. Bertulani C A, Klein S R, Nystrand J *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* **55** 271 (2005); nucl-ex/0502005
8. Nystrand J *Nucl. Phys. A* **787** 29 (2007); hep-ph/0611042
9. Baltz A J et al. *Phys. Rep.* **458** 1 (2008); arXiv:0706.3356
10. Baur G *Eur. Phys. J. D* **55** 265 (2009); arXiv:0810.1400
11. Klusek-Gawenda M, Szczurek A *Phys. Lett. B* **700** 322 (2011); arXiv:1104.0571
12. Szczurek A *Acta Phys. Polon. B* **45** 1597 (2014); arXiv:1404.0896
13. Klusek-Gawenda M, Lebedowicz P, Szczurek A *Phys. Rev. C* **93** 044907 (2016); arXiv:1601.07001
14. Klusek-Gawenda M, Szczurek A *Phys. Lett. B* **763** 416 (2016); arXiv:1607.05095
15. Gay Ducati M B et al. *Phys. Rev. D* **94** 094023 (2016); arXiv:1610.06647

16. Klusek-Gawenda M et al. *Phys. Rev. D* **96** 094029 (2017); arXiv:1708.09836
17. Adamczyk L et al. (The ATLAS Collab.) "Technical Design Report for the ATLAS Forward Proton Detector", CERN-LHCC-2015-009, ATLAS-TDR-024-2015 (Geneva: CERN, 2015)
18. Albrow M et al. (The CMS and TOTEM Collab.) "CMS-TOTEM Precision Proton Spectrometer", CERN-LHCC-2014-021, TOTEM-TDR-003, CMS-TDR-13 (Geneva: CERN, 2014)
19. Public CMS Luminosity Information, <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/CMSPublic/LumiPublicResults>
20. LuminosityPublicResultsRun2, <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/AtlasPublic/LuminosityPublicResultsRun2>
21. Jowett J M et al., in *7th Intern. Particle Accelerator Conf., IPAC'16, Busan, Korea, 8 – 13 May 2016* (Eds K S Kim et al.) (Geneva: JACoW, 2016)
22. Fermi E *Z. Phys.* **29** 315 (1924)
23. Weizsäcker C F V *Z. Phys.* **88** 612 (1934)
24. Williams E J *Kgl. Danske Vidensk. Selskab. Mat.-Fiz. Medd.* **13** 4 (1935)
25. Балакин В Е, Буднев В М, Гинзбург И Ф *Письма в ЖЭТФ* **11** 559 (1970); Balakin V E, Budnev V M, Ginzburg I F *JETP Lett.* **11** 388 (1970)
26. Terazawa H *Rev. Mod. Phys.* **45** 615 (1973)
27. Буднев В М и др. *ЭЧАЯ* **4** 239 (1973)
28. Budnev V M et al. *Phys. Rep.* **15** 181 (1975)
29. Harland-Lang L A, Khoze V A, Ryskin M G *Eur. Phys. J. C* **76** 9 (2016); arXiv:1508.02718
30. Aaboud M et al. (The ATLAS Collab.) *Phys. Lett. B* **777** 303 (2018); arXiv:1708.04053
31. The ATLAS Collab., ATLAS-CONF-2016-025 (2016)
32. Breit G, Wheeler J A *Phys. Rev.* **46** 1087 (1934)
33. Brodsky S J, Kinoshita T, Terazawa H *Phys. Rev. D* **4** 1532 (1971)
34. Берестецкий В Б, Лифшиц Е М, Питаевский Л П *Квантовая электродинамика* (М.: Наука, 1989); Пер. на англ. яз.: Berestetskii V B, Lifshitz E M, Pitaevskii L P *Quantum Electrodynamics* (Oxford: Pergamon Press, 1982)
35. Dyndal M, Schoeffel L *Phys. Lett. B* **741** 66 (2015); arXiv:1410.2983
36. De Vries H, De Jager C W, De Vries C *Atom. Data. Nucl. Data Tabl.* **36** 495 (1987)
37. Fricke G et al. *Atom. Data. Nucl. Data Tabl.* **60** 177 (1995)
38. Hencken K, Kuraev E A, Serbo V G *Phys. Rev. C* **75** 034903 (2007)
39. Baltz A J *Phys. Rev. C* **80** 034901 (2009); arXiv:0901.0891
40. Jentschura U D, Serbo V G *Eur. Phys. J. C* **64** 309 (2009); arXiv:0908.3853
41. Klein S R et al. *Comput. Phys. Commun.* **212** 258 (2017)
42. Patrignani C et al. (Particle Data Group) *Chinese Phys. C* **40** 100001 (2016)
43. Racetti S, Ferroli R B, Tomasi-Gustafsson E *Phys. Rep.* **550–551** 1 (2015)
44. Dreher B et al. *Nucl. Phys. A* **235** 219 (1974)
45. Ахизер А И, Берестецкий В Б *Квантовая электродинамика* (М.: Наука, 1969); Пер. на англ. яз.: Akhiezer A I, Berestetskii V B *Quantum Electrodynamics* (New York: Interscience Publ., 1965)

Equivalent photons in proton and ion–ion collisions at the LHC

M.I. Vysotsky^(1,2,3, a), E.V. Zhemchugov^(3, 1, b)

⁽¹⁾ National Research Center “Kurchatov Institute”, Alikhanov Institute of Theoretical and Experimental Physics, ul. B. Chermushkinskaya 25, 117218 Moscow, Russian Federation

⁽²⁾ National Research University ‘Higher School of Economics’, ul. Myasnitskaya 20, 101000 Moscow, Russian Federation

⁽³⁾ National Research Nuclear University MEPHI, Kashirskoe shosse 31, 115409 Moscow, Russian Federation

E-mail: ^(a) vysotsky@itep.ru, ^(b) zhemchugov@itep.ru

Equivalent photon approximation is used to calculate fiducial cross sections for dimuon production in ultraperipheral proton–proton and lead–lead collisions. Analytical formulae taking into account experimental cuts are derived. The results are compared with the measurements reported by the ATLAS collaboration.

Keywords: equivalent photon approximation, Large Hadron Collider

PACS numbers: **12.20. –m**, **12.60. –i**, **13.60. –r**

Bibliography — 45 references

Received 9 July 2018

Uspekhi Fizicheskikh Nauk **189** (9) 975–984 (2019)

Physics–Uspekhi **62** (9) (2019)

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNr.2018.07.038389>

DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.2018.07.038389>