

## ОБЗОРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

## Конкуренция сверхпроводимости и магнетизма в гетероструктурах ферромагнетик/сверхпроводник

Ю.А. Изюмов, Ю.Н. Прошин, М.Г. Хусаинов

*В обзоре всесторонне изучено взаимное влияние сверхпроводимости и магнетизма в F/S-системах, образованных чередованием слоев ферромагнетика и сверхпроводника. В случае, когда ферромагнетик является металлом (FM), излагается теория эффекта близости в грязном пределе на основе уравнений Уздедя. Для FM/S-контактов и сверхрешеток сформулирована краевая задача, учитывающая конечную прозрачность FM/S границы, диффузионный и волновой режимы движения квазичастиц; вычислена критическая температура  $T_c$  как функция толщины ферромагнитного и сверхпроводящего слоев. На основе этого подхода дан детальный анализ многочисленных экспериментальных данных, хорошо подтверждающий рассматриваемую теорию. Показывается, что в FM/S-системах сверхпроводящее состояние является суперпозицией спаривания по механизму Бардина–Купера–Шриффера в S-слоях со спариванием по механизму Ларкина–Овчинникова–Фульде–Феррелла в FM-слоях. Исследуется конкуренция ферромагнитной и антиферромагнитной ориентации спонтанного момента в FM-слоях при 0- и  $\pi$ -фазной сверхпроводимости FM/S-систем. Для FI/S-структур, где FI — ферромагнитный диэлектрик, предлагается модель обменных взаимодействий, учитывающая, наряду с прямым обменом внутри FI-слоев, также косвенный обмен Рудермана–Киттеля–Касуи–Иосиды между локализованными спинами через электроны проводимости S-слоев. В рамках этой модели определяются возможные варианты взаимной подстройки сверхпроводящего и магнитного параметров порядка, строятся соответствующие фазовые диаграммы и объясняются экспериментальные результаты. Излагаются результаты теории эффекта Джозефсона в S/F/S-контактах и спин-зависящих транспортных явлений в F/S/F-контактах. Обсуждаются возможные технические применения этих явлений.*

PACS numbers: 74.50.+r, 74.62.-c, 74.80.Dm, 74.80.Fp

## Содержание

1. Введение (114).
2. Проблема сосуществования сверхпроводимости и ферромагнетизма (114).
  - 2.1. Возможность сосуществования в однородных системах.
  - 2.2. Механизмы разрушения сверхпроводимости локализован-

ными магнитными моментами и состояние Ларкина–Овчинникова–Фульде–Феррелла. 2.3. Эффект близости и сверхпроводимость в слоистых F/S-структурах.

3. Теория FM/S-систем, состоящих из слоев ферромагнитного металла и сверхпроводника (118).
  - 3.1. Формулировка краевой задачи для FM/S-контакта.
  - 3.2. Температура сверхпроводящего перехода FM/S-контакта.
  - 3.3. Состояние 3D ЛОФФ в контакте FM/S.
  - 3.4.  $\pi$ -фазные магнетизм и сверхпроводимость в сверхрешетках FM/S.
  - 3.5. Трехслойная система FM/S/FM.
  - 3.6. Дальнейшее развитие теории.
4. FM/S-системы: обзор экспериментальной ситуации, сравнение теории и эксперимента (129).
  - 4.1. Краткий обзор экспериментов.
  - 4.2. Зависимость критической температуры от толщины FM- и S-слоев и других параметров теории.
  - 4.3. Сравнение теории с экспериментом.
5. Теория FI/S-систем, состоящих из слоев ферромагнитного диэлектрика и сверхпроводника (137).
  - 5.1. Косвенный обмен локализованных спинов в грязном сверхпроводнике.
  - 5.2. FI/S-мультислои при нуле температур. Основные состояния.
  - 5.3. FI/S-мультислои при конечных температурах. Мультикритические точки на фазовых диаграммах.
6. FI/S-системы в случае чистого сверхпроводника (144).
  - 6.1. Граничные условия для контакта ферромагнитного диэлектрика с чистым сверхпроводником.
  - 6.2. FI/S/FI-система с синглетной сверхпроводимостью.

**Ю.А. Изюмов.** Институт физики металлов УрО РАН, 620219 Екатеринбург, ул. С. Ковалевской 18, Российская Федерация  
Тел. (3432) 74-41-93. Факс (3432) 74-52-44  
E-mail: Yuri.Izyumov@imp.uran.ru

**Ю.Н. Прошин.** Казанский государственный университет, 420008 Казань, ул. Кремлевская 18, Российская Федерация  
Тел. (8432) 31-51-93. Факс (8432) 38-09-94  
E-mail: Yuri.Proshin@ksu.ru

**М.Г. Хусаинов.** Казанский государственный университет, 420008 Казань, ул. Кремлевская 18, Российская Федерация  
Казанский государственный технический университет, филиал "Восток", 422950 Чистополь, ул. Энгельса 127а, Российская Федерация  
Тел. (84342) 3-47-58  
E-mail: mgkh@vostok-inc.com

Статья поступила 18 июня 2001 г.

## 7. Транспортные свойства S/F-систем (147).

7.1. Эффект Джозефсона в S/F/S-структурах. 7.2. Транспорт спин-поляризованных электронов в F/S/F-структурах. 7.3. Роль андреевского отражения.

## 8. Заключение (151).

Список литературы (152).

## 1. Введение

Сверхпроводимость и ферромагнетизм являются антагонистическими явлениями и их сосуществование в однородных материалах требует специальных, достаточно трудновыполнимых условий. Этот антагонизм проявляется прежде всего в их отношении к магнитному полю. Сверхпроводник стремится вытолкнуть магнитное поле (эффект Мейснера), тогда как ферромагнетик концентрирует силовые линии поля в своем объеме (эффект магнитной индукции). Первое объяснение подавления сверхпроводимости ферромагнитным упорядочением в переходных металлах было дано Гинзбургом [1], указавшим, что в этих металлах магнитная индукция превышает критическое поле (см. также работы Жаркова [1]).

С точки зрения микроскопической теории этот антагонизм также понятен: притяжение между электронами создает куперовские пары в синглетном состоянии, а обменное взаимодействие, приводящее к ферромагнетизму, стремится выстроить электронные спины параллельно. Поэтому, когда зеемановская энергия электронов пары в обменном поле  $I$  превысит энергию связи, мерой которой является сверхпроводящая щель  $\Delta$ , сверхпроводящее состояние будет разрушено. Соответствующее критическое поле  $I_c \sim \Delta/\mu_B$ , где  $\mu_B$  — магнетон Бора. В отличие от критического поля  $H_c$ , действующего на орбитальные состояния электронов пары, критическое поле  $I_c$  действует на электронные спины (спиновые степени свободы), поэтому обусловленное им разрушение сверхпроводимости называют парамагнитным эффектом.

В силу указанных причин сосуществование сверхпроводящего и ферромагнитного параметров порядка (ПП) в однородной системе маловероятно, однако, в искусственно приготовленных слоистых F/S-системах, состоящих из чередующихся ферромагнитных (F) и сверхпроводящих (S) слоев, оно легко достижимо. Благодаря эффекту близости, возможно наведение в F-слое сверхпроводящего ПП, а с другой стороны, соседняя пара F-слоев будет взаимодействовать друг с другом через S-слои. В таких системах возникает богатая физика, которой можно управлять, меняя толщину F- и S-слоев или же помещая F/S-структуру во внешнее магнитное поле.

Современные технологии изготовления слоистых структур, такие как молекулярно-лучевая эпитаксия, позволяют наносить слои атомной толщины и изучать свойства таких гетерогенных F/S-систем в зависимости от толщины ферромагнитного ( $d_f$ ) или сверхпроводящего ( $d_s$ ) слоя. Многочисленные эксперименты по F/S-структурам (контактам и сверхрешеткам) выявили нетривиальные зависимости температуры сверхпроводящего перехода  $T_c$  от толщины ферромагнитного слоя. Особый интерес представляет изучение многослойных F/S-структур, где могут устанавливаться различные типы взаимного магнитного порядка в F-слоях за счет

косвенного взаимодействия их через S-слои. В последнее время были предложены логические элементы нового типа (спиновые переключатели) на основе взаимосвязи сверхпроводящего и магнитного ПП в трехслойных F/S/F- и четырехслойных S/F/S/F-структурах. Таким образом, общетеоретический интерес к проблеме взаимного влияния сверхпроводимости и магнетизма в F/S-структурах, а также богатый экспериментальный материал и возможные технические применения делают обсуждаемую проблему весьма актуальной.

## 2. Проблема сосуществования сверхпроводимости и ферромагнетизма

### 2.1. Возможность сосуществования в однородных системах

Антагонизм между ферромагнитным и сверхпроводящим дальними порядками в однородной системе может быть частично ослаблен за счет взаимной подстройки магнитной и сверхпроводящей подсистем. Это примирение достигается благодаря возникновению неоднородной модуляции ферромагнитного ПП и/или состояния с неоднородным сверхпроводящим ПП.

Представим себе ситуацию, когда магнитный порядок, будучи однородным в нормальной фазе металла, в сверхпроводящей фазе будет неоднородным. Рассмотрим случай, когда температура сверхпроводящего перехода  $T_c$  выше температуры магнитного упорядочения  $T_m$ , т.е. магнитная фаза возникает внутри сверхпроводящего состояния. В этой ситуации может оказаться, что минимуму энергии соответствует сверхпроводящее состояние с модулированной магнитной структурой, поскольку проигрыш в обменной энергии может быть меньше, чем выигрыш в энергии конденсации за счет сохранения сверхпроводящего состояния. Впервые на такую возможность указали Андерсон и Сул [2], анализируя пространственно-неоднородную спиновую восприимчивость  $\chi(\mathbf{q})$  в сверхпроводнике. Они предполагали, что ферромагнетизм в металле устанавливается за счет косвенного обменного взаимодействия Рудермана – Киттеля – Касуи – Иосиды (РККИ) (см., например, [3]).

В нормальной фазе спиновая восприимчивость электронов проводимости  $\chi_n(\mathbf{q})$  имеет максимум при  $q = 0$ , что благоприятствует ферромагнитному состоянию. При переходе в сверхпроводящее состояние  $\chi_s(0)$  обращается в нуль при  $T = 0$ , вследствие того, что все электроны связаны в синглетные пары. Было обнаружено, что при  $\mathbf{q} \neq 0$   $\chi_s(\mathbf{q})$  проходит через максимум, положение которого определяется волновым вектором модуляции магнитной структуры

$$Q_0 \sim (a^2 \xi_{s0})^{-1/3}. \quad (2.1)$$

Здесь  $\xi_{s0}$  — длина когерентности чистого сверхпроводника, а  $a$  — магнитная корреляционная длина, имеющая масштаб межатомных расстояний. Авторы [2] назвали это состояние криптоферромагнетизмом (CF). Оно является результатом взаимной подстройки двух конкурирующих параметров порядка — сверхпроводящего и ферромагнитного, и реализуется в интервале  $a^{-1} \gg Q_0 \gg \xi_{s0}^{-1}$ . Модулированная магнитная структура является одной из форм сосуществования сверхпроводимости и магнитного порядка.

Оказалось, что для изотропного сверхпроводника возникает поперечная (геликоидальная) магнитная структура [4]. Магнитная анизотропия трансформирует спиральную структуру в структуру типа полосовых доменов с чередующейся ориентацией намагниченности. Реализация той или иной фазы сосуществования зависит от длин  $\xi_{s0}$  и  $a$ , а для грязных сверхпроводников еще и от длины свободного пробега  $l_s$  [5–7].

Фазы сосуществования с модулированными магнитными структурами были экспериментально обнаружены в ряде соединений типа  $\text{ReRh}_4\text{B}_4$ ,  $\text{ReMo}_6\text{S}_8$ . У двух представителей этого класса  $\text{ErRh}_4\text{B}_4$  и  $\text{HoMo}_6\text{S}_8$ , являющихся сверхпроводниками с  $T_{c1} = 8,7$  К и 1,8 К, соответственно, при понижении температур до  $T_m = 1,0$  К и 0,74 К обнаружена фаза сосуществования сверхпроводимости с модулированной магнитной структурой. При достижении температуры  $T_{c2} = 0,8$  К и 0,7 К сверхпроводимость исчезает и восстанавливается нормальная (ферромагнитная) фаза. Детальное обсуждение их свойств и сравнение с предсказаниями теории содержится в исчерпывающем обзоре Буздина, Булаевского и др. [7]. Отметим здесь, что теория фазы сосуществования с магнитной структурой типа решетки доменов хорошо согласуется с экспериментальными данными для возвратного магнитного сверхпроводника  $\text{HoMo}_6\text{S}_8$ . Таким образом, теоретически и экспериментально была доказана возможность сосуществования сверхпроводимости и (крипто)ферромагнетизма в одном объеме, хотя это требует выполнения достаточно жестких условий.

В последние несколько лет появилось много работ, посвященных сосуществованию ферромагнетизма и сверхпроводимости в естественно слоистых соединениях типа  $\text{RuSr}_2\text{GdCu}_2\text{O}_8$  как экспериментальных, инициированных работой [8], так и теоретических (см., например, [9, 10]). В этих соединениях  $T_m \simeq 132$  К,  $T_c \simeq 46$  К, и сверхпроводящее состояние возникает на фоне уже существующего магнитного порядка, в отличие от рассмотренного выше случая. В работах [11, 12] экспериментально показано, что в системе при этом устанавливается своеобразное антиферромагнитное упорядочение — скошенный (canted) антиферромагнетизм.

В плане взаимной подстройки сверхпроводимости и магнетизма отметим также редкоземельные борникелевые карбиды типа  $\text{HoNi}_2\text{B}_2\text{C}$  и  $\text{TmNi}_2\text{B}_2\text{C}$ . Вследствие чередования ферромагнитных плоскостей  $\text{Ho}-\text{C}$  или  $\text{Tm}-\text{C}$  со сверхпроводящими слоями  $\text{Ni}_2\text{B}_2$  эти соединения являются естественным микроскопическим аналогом рассматриваемых ниже сверхрешеток F/S. В борникелевых карбидах обнаружены такие интересные явления, как трансформация спиральной магнитной структуры в слоистую антиферромагнитную после перехода в сверхпроводящее состояние, а также ярко выраженное прохождение верхнего критического поля  $H_{c2}$  через минимум при понижении температуры [13–15].

## 2.2. Механизмы разрушения сверхпроводимости локализованными магнитными моментами и состояние Ларкина – Овчинникова – Фульде – Феррелла

Рассмотрим более подробно, каким образом взаимодействие электронов с ферромагнитным ПП влияет на сверхпроводящее состояние. В металле, в котором конкурируют два ПП — сверхпроводящий и ферромагнитный — следует выделить две группы электронных

состояний: коллективизированные (s) и локализованные (d), формирующие атомные магнитные моменты. Взаимодействие между ними описывается sd-обменным гамильтонианом

$$H_{sd}(\mathbf{r}) = \sum_j J_{sd}(\mathbf{r} - \mathbf{R}_j) (\mathbf{S}_j \cdot \boldsymbol{\sigma}). \quad (2.2)$$

Здесь  $\mathbf{S}_j$  — оператор локализованного спина, расположенного в узле решетки,  $J_{sd}$  — обменный интеграл, а  $\boldsymbol{\sigma}$  — вектор, составленный из матриц Паули. В парамагнитной фазе sd-взаимодействие приводит к рассеянию электронов на локализованных спинах, а в ферромагнитной фазе создает подмагничивание электронов. Последнее легче всего учесть в приближении среднего поля, заключающемся в переходе от (2.2) к гамильтониану

$$H_{sd} = I \sigma^z, \quad I = \sum_j J_{sd}(\mathbf{r} - \mathbf{R}_j) \langle S_j^z \rangle. \quad (2.3)$$

Здесь  $I$  — эффективное обменное поле, действующее на электронный спин со стороны локализованных спинов, причем  $\langle S_j^z \rangle$  — среднее при заданной температуре значение проекции спина на направление спонтанного момента.

Эффекты влияния на сверхпроводимость обменного рассеяния и электронного подмагничивания описываются двумя фундаментальными уравнениями: Абрикосова – Горькова [16]

$$\ln \frac{T_c}{T_{cs}} = \Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{\gamma_s}{2\pi T_c}\right) \quad (2.4)$$

и Балтенспергера – Сарма [17, 18]

$$\ln \frac{T_c}{T_{cs}} = \Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \Psi\left(\frac{1}{2} + i \frac{I}{2\pi T_c}\right). \quad (2.5)$$

Здесь  $T_c$  и  $T_{cs}$  — температуры сверхпроводящего перехода металла при наличии sd-обменного взаимодействия и при его отсутствии, соответственно,  $\Psi(x)$  — дигамма-функция. Уравнение (2.4), справедливое для парамагнитной фазы металла, описывает эффекты рассеяния на локализованных спинах, причем параметр  $\gamma_s$  представляет величину затухания электронной волновой функции за счет этого рассеяния. Уравнение (2.5), справедливое для ферромагнитной фазы металла, учитывает влияние на  $T_c$  обменного расщепления электронного уровня энергии. Эти уравнения определяют неявную зависимость  $T_c$  от параметров  $\gamma_s$  или  $I$ . В обоих случаях  $T_c$  быстро падает и обращается в нуль при  $\gamma_s \sim T_{cs}$  или  $I \sim T_{cs}$ .

Численное решение уравнения (2.5) представлено на рис. 1 сплошной линией  $T_{cs} - T_1$ , соответствующей фазовому переходу второго рода. В интервале полей от  $I = \Delta_0/2$  до  $I_1 \simeq 0,62\Delta_0$ , где  $dT_c/dI = \infty$ , кривая (2.5) двузначна, что свидетельствует о неустойчивости системы и о возможности фазового перехода первого рода.

В этом случае следует рассматривать более общее уравнение, нежели (2.5). Анализ [18] показывает, что начиная с поля  $I_1$ , соответствующего трикритической точке  $T_1 = 0,56T_{cs}$ , фазовый переход является переходом первого рода. Соответствующая (штриховая) линия заканчивается в точке  $I_p = \Delta_0/\sqrt{2}$ , называемой парамаг-

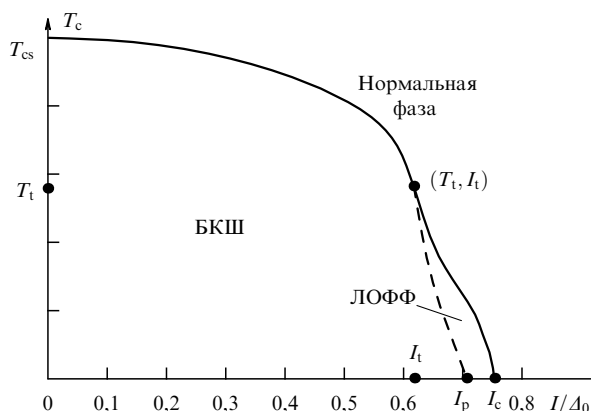


Рис. 1. Зависимость  $T_c$  от обменного поля  $I$  в ферромагнитном металле. Сплошной линией показаны кривые фазовых переходов второго рода, штриховой — переходов первого рода.

нитным пределом Чандрасекара–Клогстона [19, 20]. Выше этого поля ферромагнитный металл при  $T = 0$  не может оставаться сверхпроводником с однородным ПП. Дальнейший анализ [21, 22] показал, что в узкой области полей (от  $I_t$  до  $I_c \approx 0,76\Delta_0$ ), превышающих парамагнитный предел, возникает новое состояние Ларкина–Овчинникова–Фульде–Феррелла (ЛОФФ). В этом состоянии спариваются электроны с обменно-расщепленной поверхности Ферми, поэтому пара образуется из состояний  $|\mathbf{p}\uparrow\rangle, |-\mathbf{p}+\mathbf{k}\downarrow\rangle$ , где  $k \sim I/\hbar v_F$ .

В состоянии ЛОФФ, таким образом, сверхпроводящий ПП пространственно-неоднороден и в простейшем случае зависит от координаты следующим образом:

$$A(\mathbf{r}) = \Delta_0 \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}). \quad (2.6)$$

Поскольку состояние ЛОФФ образуется при  $I \sim \Delta_0$ , волновой вектор модуляции ПП

$$k \sim \frac{I}{\hbar v_F} \sim \frac{\Delta_0}{\hbar v_F} \sim \frac{1}{\xi_{s0}} \quad (2.7)$$

определяется обратной корреляционной длиной сверхпроводника. Спиновая плотность в состоянии ЛОФФ модулирована с тем же волновым вектором.

Рассеяние электронов на немагнитных примесях препятствует образованию пар с отличным от нуля суммарным импульсом [23–25], делая энергетически выгодным появление сверхпроводящего состояния типа БКШ. По этой причине состояние ЛОФФ, по-видимому, может образовываться только в достаточно чистых сверхпроводниках. На фазовой диаграмме рис. 1 состояние ЛОФФ отделено от сверхпроводящего состояния с типом спаривания БКШ линией фазовых переходов первого рода, тогда как переход из ЛОФФ фазы в нормальную фазу происходит по линии фазовых переходов второго рода [23]. Состояние ЛОФФ в чистом массивном сверхпроводнике, реализующееся в узкой области обменных полей  $I$ , не наблюдалось экспериментально, однако область его существования расширяется для неоднородных структур: F/S-контактов и F/S-сверхрешеток. Мы увидим ниже, что оно играет определяющую роль при формировании сверхпроводящего состояния в этих структурах.

### 2.3. Эффект близости и сверхпроводимость в слоистых F/S-структурах

Под эффектом близости [26] понимают частичную передачу сверхпроводящих свойств нормальному металлу (N), приведенному в электрический контакт со сверхпроводником (S). Причина этого явления кроется в большой пространственной протяженности волновой функции куперовских пар, которая просачивается (в меру прозрачности границы раздела) из S-слоя в N-слой на расстояния, сравнимые с длиной когерентности. Вследствие этого происходит обобществление межэлектронных взаимодействий, ответственных за сверхпроводящий переход в неоднородной N/S-системе. Таким образом, слоистая N/S-структура в целом становится сверхпроводящей с критической температурой  $T_c$ , меньшей  $T_{cs}$  сверхпроводника. Величина  $T_c$  в существенной мере зависит от прозрачности границы раздела N/S [27, 28], от соотношения между толщинами металлов и длиной когерентности, а также между параметрами электронной структуры и межэлектронными взаимодействиями контактирующих металлов [26–28]. Экспериментальные и теоретические исследования по эффекту близости в различных N/S-системах достаточно полно отражены в обзоре Джина и Кеттерсона [29].

Мы будем рассматривать слоистые системы с металлическими ферромагнитными слоями (FM/S) и диэлектрическими ферромагнитными слоями (FI/S) (рис. 2). Наибольшее число экспериментов было выполнено с FM/S-системами [30–60].

Казалось бы, чем больше толщина ферромагнитного металлического слоя  $d_f$ , тем больше должен быть эффект подавления сверхпроводимости в такой системе. В экспериментах же часто наблюдалась немонокотонная и даже осциллирующая зависимость  $T_c$  от  $d_f$ . Более того, анализ экспериментов с FM/S-системами свидетельствует о качественно различном поведении зависимости критической температуры  $T_c$  от толщины ферромагнитных прослоек  $d_f$  для одних и тех же структур FM/S. В частности, если в одних экспериментах на системах Fe/V [36] и Gd/Nb [37] быстрое начальное понижение  $T_c$  с ростом  $d_f$  сменяется последующим выходом на плато, то в других экспериментах на этих же системах [31, 40]

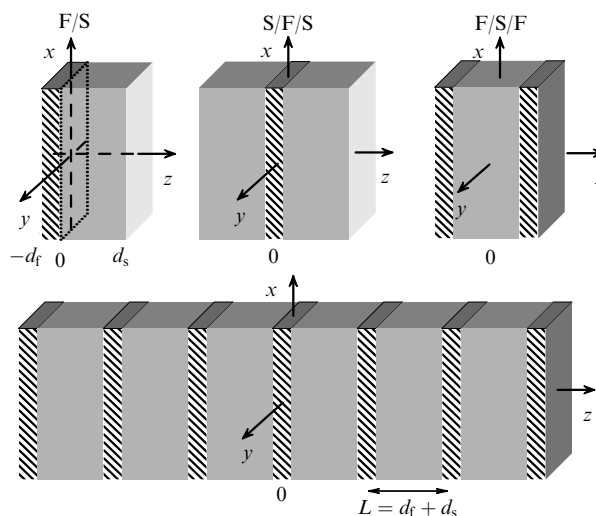


Рис. 2. Многослойные F/S-системы, изучаемые в экспериментах: бислои, трислои и сверхрешетки.

выходу на плато предшествует осциллирующее поведение  $T_c(d_f)$ .

В первых теоретических работах по FM/S-системам [61, 62] возможные осцилляции  $T_c$  при изменении  $d_f$  связывались с возникновением  $\pi$ -фазной сверхпроводимости [63]. При наличии нескольких S-слоев, разделенных F-слоями, возможно изменение фазы ПП при переходе от слоя к слою. Если фаза сверхпроводящего ПП меняется на  $\pi$ , происходит изменение знака ПП, и такой тип сверхпроводимости в мультислоях называется  $\pi$ -фазным [63]. Как показано в работе [61], при изменении  $d_f$  может произойти переход с 0-фазной сверхпроводимости на  $\pi$ -фазную, и тогда происходит немонотонное изменение  $T_c$  в зависимости от  $d_f$  (осцилляции). Однако осцилляции наблюдались и в трехслойных структурах Fe/Nb/Fe [42, 45] и Fe/Pb/Fe [56], где  $\pi$ -фазная сверхпроводимость в принципе невозможна. Объяснение этого факта потребовало дальнейшего развития теории.

В пионерских работах [61, 62] для сверхрешетки FM/S была сформулирована краевая задача для парной амплитуды (волновой функции куперовской пары) в грязном сверхпроводнике и вычислена  $T_c$  как функция  $d_f$ , которая давала как монотонный спад  $T_c$ , так и осциллирующую зависимость. Однако использованные в [61, 62] граничные условия справедливы только в пределе высокой прозрачности поверхности раздела ферромагнетик–сверхпроводник. В последующих работах [64–69] граничные условия для краевой задачи были выведены из микроскопической теории, и они оказываются справедливыми при любой степени прозрачности границы. На основе решения более общих уравнений краевой задачи с учетом комплексного характера коэффициента диффузии были предсказаны и другие типы поведения  $T_c(d_f)$ , как-то: возвратная и периодически-возвратная сверхпроводимость [64–66, 68, 69]. Теория FM/S-систем, развитая в [61, 62] и в последующих работах [64–66, 68, 69], приводит к заключению, что сверхпроводимость в FM/S-системах является комбинацией спаривания по типу БКШ в S-слоях и по типу ЛОФФ в F-слоях. Как было показано, такое состояние приводит к осциллирующей зависимости  $T_c(d_f)$  при высокой прозрачности контакта, тогда как при низкой или умеренной прозрачности зависимость  $T_c(d_f)$  может принять сглаженный монотонный характер.

Обсудим теперь вопрос о параметрах, характеризующих FM/S-гетероструктуру. S-слой характеризуется двумя параметрами размерности длины: длиной когерентности  $\xi_s$  и длиной свободного пробега  $l_s$ . Для FM-слоя наряду с двумя аналогичными параметрами  $\xi_f$  и  $l_f$  следует ввести еще длину спиновой жесткости  $a_f = v_f/2I$  (она определяет характерную длину модуляции электронной спиновой плотности в ферромагнитном металле, благодаря раздвигке ферми-поверхности для электронов с различной ориентацией спина). К этим параметрам следует добавить еще две геометрических длины: толщину сверхпроводящего  $d_s$  и ферромагнитного  $d_f$  слоев.

Вследствие мощного распаривающего действия обменного поля ( $I \gg T_{cs}$ ) в FM/S-структурах имеет место неравенство  $d_s \gg d_f$ , при котором сверхпроводимость в такой неоднородной системе сохраняется. Сверхпроводящий металл рассматривается в грязном пределе

$$l_s < \xi_s, \quad (2.8)$$

что соответствует условиям приготовления FM/S-контакта или FM/S-сверхрешетки и облегчает теоретическое описание системы, позволяя пользоваться уравнениями Узаделя [70] вместо более точных уравнений Горькова или Эйленбергера [71].

В FM-слое в зависимости от соотношения длин  $a_f$  и  $l_f$  необходимо отдельно рассматривать два случая:

$$a_f < l_f < \xi_f \quad (2I\tau_f > 1), \quad (2.9)$$

$$l_f < a_f < \xi_f \quad (2I\tau_f < 1). \quad (2.10)$$

Оба случая соответствуют грязному пределу, в смысле характера сверхпроводящего состояния, но различаются степенью атомного беспорядка, приводящего к волновому ( $2I\tau_f > 1$ ) или диффузионному ( $2I\tau_f < 1$ ) типам движения квазичастиц в ферромагнитном металле. Здесь  $\tau_f$  — время свободного пробега, так что  $l_f = v_f\tau_f$ , где  $v_f$  — скорость электронов на поверхности Ферми в FM-слое.

Граница раздела FM/S-контакта характеризуется коэффициентом прозрачности, который в излагаемой ниже теории [64–66, 68, 69] может иметь произвольное значение, в отличие от первых работ [61, 62], рассматривающих предел высокой прозрачности. Введенные параметры  $l_s$ ,  $\xi_s$ ,  $l_f$ ,  $\xi_f$ ,  $a_f$  и коэффициент прозрачности допускают несколько качественно отличных вариантов зависимости  $T_c(d_f)$ , что является главным предметом экспериментальных и теоретических исследований.

Другие интересные аспекты проблемы сосуществования и взаимной подстройки сверхпроводимости и ферромагнетизма возникают в структурах ферромагнитный диэлектрик–сверхпроводник (FI/S) (см., например, обзор [72]). В частности, неясна природа внутренних полей, вызывающих расщепление БКШ-пика в плотности состояний квазичастиц алюминия в туннельных контактах EuO/Al/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/Al [73], EuS/Al/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/Ag [74] и Au/EuS/Al [75], где EuO и EuS являются ферромагнитными диэлектриками. Это расщепление наблюдается как избыточное (дополнительное к зеемановскому) в присутствии внешнего магнитного поля и выходит на насыщение при его росте, а в случае контактов с EuS [74, 75] расщепление БКШ-пика имеет место и в нулевом поле. При дальнейшем увеличении магнитного поля в FI/S-контактах [73–75] происходит фазовый переход первого рода в нормальное состояние, хотя имеющаяся теория [76] для данной области полей предсказывает переход второго рода.

Специфика FI/S-систем (по сравнению с обсуждавшимися выше FM/S-структурами) заключается в том, что FI-слои непрозрачны для электронов проводимости S-слоев. Поэтому на сверхпроводящие слои действует только обменное поле локализованных спинов, расположенных на FI/S-границах раздела. Из физических соображений наличие внутреннего поля, вызывающего расщепление БКШ-пика в плотности состояний FI/S-контактов, и выход его на насыщение в магнитном поле можно объяснить неоднородным магнитным упорядочением, наведенным в ферромагнитной пленке сверхпроводящей подложкой. Кроме того, аномально слабое подавление сверхпроводимости, обнаруженное в сверхрешетках EuO/V [77], также можно интерпретировать в терминах взаимной подстройки сверхпроводимости и магнетизма. Поэтому вопрос о механизмах внутрислой-

ной и межслойной обменной связи в сверхрешетках и мультислоях FI/S является ключевым для понимания эффектов, связанных с сосуществованием и взаимной подстройкой двух конкурирующих типов дальнего порядка. Таким механизмом, обеспечивающим действующую связь между локализованными спинами, принадлежащими одной и той же FI/S-границе, а также между локализованными спинами соседних FI/S-границ в сверхрешетках может служить косвенный обмен РККИ через электроны проводимости сверхпроводящих прослоек [78, 79]. Зависимость обменного интеграла РККИ от расстояния между локализованными спинами  $\mathbf{S}(\mathbf{r})$  и  $\mathbf{S}(\mathbf{r}')$  определяется, как известно [3], пространственной дисперсией спиновой восприимчивости  $\chi(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  электронов проводимости. Синглетное куперовское спаривание электронов в сверхпроводнике вызывает появление дальнедействующего антиферромагнитного вклада в косвенный обмен РККИ [2, 78–80]. В результате этого чисто ферромагнитное упорядочение локализованных спинов FI/S-границы, связанное с прямым обменом по FI-пленке, станет неустойчивым относительно длинноволновой модуляции магнитного порядка. Это приведет, с одной стороны, к сохранению ближнего ферромагнитного порядка локализованных спинов и не слишком большому проигрышу в обменной энергии, а с другой — к эффективному усреднению спиновой поляризации электронов проводимости и сохранению сверхпроводящего спаривания. Кроме того, появление антиферромагнитной связи между соседними FI-слоями через сверхпроводящие прослойки будет сдвигать фазы этих криптоферромагнитных структур на  $\pi$ , устанавливая тем самым трехмерный  $\pi$ -фазный спиновый порядок по всей сверхрешетке FI/S.

Природа возникновения ожидаемых магнитоупорядоченных фаз, несоизмерных с периодом кристаллической решетки слоев FI и S, лежит в конкуренции между короткодействующим прямым ферромагнитным обменом локализованных спинов FI/S-границы и дальнедействующим антиферромагнитным обменом РККИ между ними через куперовские пары S-слоев. Диаграммы состояний веществ, обладающих несоизмерными фазами, характеризуются наличием тройной точки — точки Лифшица [81], в которой сходятся сразу три фазы: исходная, соразмерная и несоизмерная. Период несоизмерной фазы при подходе к точке Лифшица увеличивается и обращается в ней в бесконечность. Наличие несоизмерной фазы у слоистых FI/S-структур может свидетельствовать о существовании такой яркой особенности, как точка Лифшица на их фазовой диаграмме.

Построение теории, описывающей ожидаемую взаимную подстройку сверхпроводимости и ферромагнетизма в FI/S-системах, предполагает прежде всего развитие теории косвенного обмена РККИ в сверхпроводниках пониженной размерности. В частности, необходимо знать зависимость обменного интеграла РККИ не только от расстояния между локализованными спинами  $\mathbf{S}(\mathbf{r})$  и  $\mathbf{S}(\mathbf{r}')$ , но и от их взаимного расположения по отношению к границам сверхпроводящих слоев. Можно ожидать, что антиферромагнитные корреляции между локализованными спинами будут усиливаться с приближением к поверхности сверхпроводника или с понижением его размерности. Это связано с увеличением эффективного времени парных корреляций квазичастиц вблизи отражающей границы.

Структура обзора такова. В разделе 3 изложена теория FM/S-контактов и сверхрешеток при произвольной прозрачности границ, а в разделе 4 проведен детальный анализ эксперимента на основе развитой теории. В разделах 5 и 6 рассматриваются слоистые системы, состоящие из сверхпроводящих и ферромагнитных диэлектрических слоев (FI/S-системы). Основным здесь является изучение взаимной подстройки сверхпроводящего и магнитного ПП, в частности, появления криптоферромагнетизма и антиферромагнетизма в FI/S-сверхрешетках. Специально рассмотрена трехслойная система F/S/F и поведение  $T_c$  в зависимости от взаимной ориентации намагниченности слоев. Ввиду практической значимости этой задачи она рассматривается для двух случаев: когда ферромагнетик является металлом (раздел 3) и диэлектриком (раздел 6). В разделе 7 рассматриваются и другие свойства F/S-систем, такие например, как джозефсоновские и туннельные токи через F/S-контакты.

Таким образом, целью настоящего обзора является изложение современного состояния теории F/S-систем для металлических и диэлектрических ферромагнитных слоев, в которой с единой точки зрения рассматриваются эффекты взаимной подстройки сверхпроводящего и магнитного ПП. Многие предсказания этой теории подтверждаются на экспериментах, число которых быстро растет.

### 3. Теория FM/S-систем, состоящих из слоев ферромагнитного металла и сверхпроводника

#### 3.1. Формулировка краевой задачи для FM/S-контакта

Рассмотрим плоский контакт между ферромагнитным металлом (FM), занимающим область  $z < 0$  и сверхпроводником (S), занимающим область  $z > 0$ . Для определения температуры сверхпроводящего перехода такой неоднородной системы следует использовать уравнение Горькова [82] для ПП  $\Delta(\mathbf{r})$ :

$$\Delta(\mathbf{r}) = V(\mathbf{r}) T \operatorname{Re} \sum_{\omega} \int H(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \Delta(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'. \quad (3.1)$$

Здесь  $V(\mathbf{r})$  — потенциал спаривательного взаимодействия, суммирование происходит по мацубаровским частотам  $\omega_n = (2n + 1)\pi T$ , где  $T$  — температура, а  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  (штрих у суммы означает ограничение на дебаевской частоте  $\omega_D$ ). Кроме того, здесь и ниже  $\hbar = k_B = \mu_B = 1$ .

Ядро интегрального уравнения (3.1) определяется выражением

$$H(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = \langle G_{\uparrow}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) G_{\downarrow}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', -\omega) \rangle_{\text{imp}}, \quad (3.2)$$

где  $G_{\alpha} = G_{\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)$  — функция Грина электрона со спином  $\alpha = \uparrow, \downarrow$  в нормальной фазе металла, угловые скобки означают усреднение по примесям, поскольку далее мы будем рассматривать контактирующие металлы в грязном пределе.

Вначале рассмотрим простейший вариант теории, когда ПП  $\Delta$  зависит только от  $z$ , и уравнение (3.1) принимает вид

$$\Delta(z) = V(z) T \operatorname{Re} \sum_{\omega} \int_{-\infty}^{\infty} H(z, z', \omega) \Delta(z') dz', \quad (3.3)$$

где  $V(z > 0) = V_s$ ,  $V(z < 0) = V_f$ ,

$$H(z, z', \omega) = \int d^2\mathbf{p} H(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega),$$

а  $\mathbf{p} = (\mathbf{r} - \mathbf{r}')_{\perp}$  — двумерный радиус-вектор в плоскости контакта.

Усреднение по немагнитным примесям в выражении (3.2) проводится с помощью диаграммной техники Абрикосова и Горькова [82, 83]. Оказывается, что для FM/S-контакта двухчастичный коррелятор  $H$  является решением интегрального уравнения вида

$$H(z, z', \omega) = K(z, z', \omega) + \int \frac{K(z, z_1, \omega) H(z_1, z', \omega)}{2\pi N(z_1) \tau(z_1)} dz_1. \quad (3.4)$$

Ядро этого уравнения выражается через произведение усредненных по примесям функций Грина для нормальной фазы:

$$K(z, z', \omega) = \int \frac{d^2\mathbf{p}}{(2\pi)^2} G_{\uparrow}(\mathbf{p}, z, z', \omega) G_{\downarrow}(\mathbf{p}, z, z', -\omega). \quad (3.5)$$

Здесь  $G_{\alpha}(\mathbf{p}, z, z', \omega)$  есть фурье-образ функции Грина  $G_{\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)$  по переменной  $\mathbf{p}$ .

Интегральное уравнение (3.4) содержит полную информацию как о параметрах электронной структуры и кинетических характеристиках металлов, находящихся в контакте, так и о скачкообразном изменении их величины при переходе через резкую границу раздела FM/S. Однако в случае контакта достаточно грязных FM и S металлов существенно удобнее свести проблему решения интегрального уравнения (3.4) для коррелятора  $H(z, z', \omega)$  к решению эквивалентной дифференциальной краевой задачи. Важно отметить, что понятие грязного предела, которое для сверхпроводника традиционно отвечает малости длины свободного пробега  $l_s = v_s \tau_s$  по сравнению с длиной когерентности  $\xi_s$ , существенно модифицируется для ферромагнитного металла. Дело в том, что, как мы уже говорили, в FM-области кроме  $l_f$  и  $\xi_f$  имеется еще и третий характерный масштаб — длина спиновой жесткости  $a_f = v_f/2I$ , ответственная за волновой тип движения квазичастиц. Поэтому в примесном ферромагнитном металле при  $l_f, a_f < \xi_f$  необходимо отдельно рассматривать случаи (2.9)  $l_f < a_f$  ( $2I\tau_f < 1$ ) и (2.10)  $l_f > a_f$  ( $2I\tau_f > 1$ ) (см. [64–66]).

Получающаяся краевая задача включает уравнение

$$\left[ |\omega| + iI(z) \operatorname{sgn} \omega - \frac{1}{2} D(z) \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] H(z, z', \omega) = \pi N(z) \delta(z - z'), \quad (3.6)$$

в котором величина обменного поля  $I(z)$  и коэффициент диффузии  $D(z)$  имеют ступенчатый характер:  $I(z < 0) = I$ ,  $I(z > 0) = 0$ ,  $D(z < 0) = D_f(I)$ ,  $D(z > 0) = D_s$ . Здесь  $I$  — обменное поле, действующее на спины электронов в ферромагнитном металле,  $D_s$  и  $D_f(I)$  — коэффициенты диффузии в сверхпроводящем и ферромагнитном металле, причем  $D_s = v_s l_s/3$ . Коэффициент диффузии в ферромагнетике зависит от обменного поля и является комплексным [64–66]:

$$D_f(I) \simeq \frac{D_f}{1 + i2I\tau_f}, \quad \text{при } 2I\tau_f \ll 1, \quad (3.7)$$

$$D_f(I) \simeq \frac{3D_f}{1 + i2I\tau_f}, \quad \text{при } 2I\tau_f \gg 1,$$

где  $D_f = v_f l_f/3$  — обычный коэффициент диффузии в FM-слое. Комплексный коэффициент диффузии  $D_f(I)$  учитывает конкуренцию между диффузионным и волновым движением электрона в ферромагнитном металле. Наконец,  $N(z)$  в уравнении (3.6) есть плотность состояний на поверхности Ферми.

Дифференциальное уравнение (3.6) необходимо дополнить граничными условиями [64–66], следующими из того же интегрального уравнения (3.4):

$$D_s \frac{\partial H(z, z', \omega)}{\partial z} \Big|_{z=+0} = D_f(I) \frac{\partial H(z, z', \omega)}{\partial z} \Big|_{z=-0} = \frac{\sigma_s v_s H(+0, z', \omega) - \sigma_f v_f H(-0, z', \omega)}{4}, \quad (3.8)$$

где  $\sigma_{s,f}$  — параметры прозрачности контакта со стороны S, F-металла. Они выражаются через квантовомеханическую прозрачность барьера  $\sigma$  соотношениями

$$\sigma_{s,f} = \left\langle \frac{\sigma(x_{s,f})}{1 - \sigma(x_{s,f})} x_{s,f} \right\rangle, \quad (3.9)$$

где  $x_{s,f}$  — косинус угла между направлением скорости электрона и нормалью к границе. Определенные таким образом параметры прозрачности  $\sigma_{s,f}$  могут изменяться в широких пределах:  $0 < \sigma_{s,f} < \infty$ .

Сведение интегральной краевой задачи к дифференциальной в грязном пределе  $l_{f,s} \ll \xi_{f,s}$  оказывается возможным вследствие того, что ПП  $\Delta(z)$  и коррелятор  $H(z, z', \omega)$  имеют характерный масштаб пространственных изменений  $\xi_{f,s}$ , значительно больший, чем  $l_{f,s}$  — радиус действия ядра  $K(z, z', \omega)$ . Именно поэтому из асимптотически сглаженного на масштабах порядка  $\xi_{f,s}$  выражения для  $H(z, z', \omega)$  выпадают слагаемые, быстро осциллирующие на атомных размерах или же экспоненциально спадающие на длине свободного пробега.

Решив краевую задачу (3.6), (3.8), мы находим ядро уравнения Горькова (3.3), определяющего  $T_c$  неоднородной FM/S-системы. Для дальнейшего удобно ввести функцию

$$F(z, \omega) = \frac{1}{\pi N(z)} \int H(z, z', \omega) \Delta(z') dz', \quad (3.10)$$

через которую выражается сверхпроводящий ПП

$$\Delta(z) = 2\lambda(z)\pi T \operatorname{Re} \sum_{\omega>0}' F(z, \omega). \quad (3.11)$$

Здесь введена безразмерная константа связи  $\lambda(z) = V(z)N(z)$ . Функция  $F(z, \omega)$  известна в литературе как аномальная функция Узалея [70]. Для нее было сформулировано уравнение Узалея [70], являющееся квазиклассическим приближением уравнения Горькова (3.1) для грязного сверхпроводника. Если нам известна функция Узалея, то из уравнения (3.11) находим температуру перехода.

С помощью определения (3.10) и уравнений (3.6), (3.8) легко получаем уравнения для функции Узалея при  $\omega > 0$  в сверхпроводящей и ферромагнитной областях пространства [64–66]:

$$\begin{cases} \left[ \omega - \frac{1}{2} D_s \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] F_s(z, \omega) = \Delta_s(z), \\ \left[ \omega + iI - \frac{1}{2} D_f(I) \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] F_f(z, \omega) = \Delta_f(z) \end{cases} \quad (3.12)$$

с граничными условиями

$$\begin{cases} \left. \frac{4D_s}{\sigma_s v_s} \frac{\partial F_f(z, \omega)}{\partial z} \right|_{z=+0} = F_s(+0, \omega) - F_f(-0, \omega), \\ \left. \frac{4D_f(I)}{\sigma_f v_f} \frac{\partial F_f(z, \omega)}{\partial z} \right|_{z=-0} = F_s(+0, \omega) - F_f(-0, \omega). \end{cases} \quad (3.13)$$

При получении граничных условий (3.13) из соотношений (3.8) мы учли условие детального баланса [27]

$$\sigma_s v_s N_s = \sigma_f v_f N_f, \quad (3.14)$$

свидетельствующее о равенстве числа переходов из S-слоя в FM-слой и обратно. Граничные условия (3.13), связывающие поток функции Узаделя через границу с ее скачком на поверхности раздела FM/S, обобщают соответствующие условия, полученные ранее [84] для грязных N/S-контактов.

### 3.2. Температура сверхпроводящего перехода FM/S-контакта

Применим сформулированную краевую задачу (3.12), (3.13) к вычислению  $T_c$  плоского контакта FM/S между ферромагнитным металлом, занимающим область  $-d_f < z < 0$ , и сверхпроводником, занимающим область  $0 < z < d_s$ . Наряду с условиями (3.13) для FM/S-границы контакта необходимо еще записать граничные условия на свободных границах FM- и S-слоя в виде, исключающее поток функции Узаделя через эти границы:

$$\left. \frac{\partial F_s(z, \omega)}{\partial z} \right|_{z=d_s} = 0, \quad \left. \frac{\partial F_f(z, \omega)}{\partial z} \right|_{z=-d_f} = 0. \quad (3.15)$$

Будем искать решение уравнений (3.12) в одномодовом приближении, справедливость которого для  $d_s \gtrsim \xi_s$  была показана в работах [66, 67, 85]:

$$F_s(z, \omega) = A_s \cos k_s(z - d_s), \quad F_f(z, \omega) = A_f \cos k_f(z + d_f). \quad (3.16)$$

Такой вид решения уже учитывает условия (3.15) на свободных границах, причем связь параметров  $k_s$  и  $k_f$  определяется из граничных условий. Для простоты положим, что  $\lambda_f = 0$ , так что в FM-области ПП  $\Delta_f = 0$ . Тогда из системы уравнений (3.12), (3.13) и (3.11), учитывая (3.14), получаем следующую замкнутую систему уравнений на  $k_s$ ,  $k_f$  и  $t = T_c/T_{cs}$  ( $T_{cs}$  — температура сверхпроводящего перехода для изолированного S-слоя):

$$\ln t = \Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \operatorname{Re} \Psi\left(\frac{1}{2} + \frac{D_s k_s^2}{4\pi T_{cs} t}\right), \quad (3.17)$$

$$D_s k_s \tan k_s d_s = \frac{\sigma_s v_s}{4 - [\sigma_s v_f n_{sf}/D_f(I) k_f] \cot k_f d_f}, \quad (3.18)$$

$$k_f^2 = -\frac{2iI}{D_f(I)} = -\frac{2iI(1 + 2iI\tau_f)}{D_f}. \quad (3.19)$$

Уравнения (3.18) и (3.19) получены при  $2I\tau_f \lesssim 1$ . При  $2I\tau_f \gtrsim 1$  в (3.18) и (3.19)  $D_f(I)$  заменяется на  $3D_f(I)$ .

Первое из этих уравнений — типа уравнения Абрикосова и Горькова (2.4) для сверхпроводника с магнитными примесями. Величина  $D_s k_s^2$  играет роль параметра распаривания за счет разрушения куперовских пар обменным полем в FM-слое. Волновое число  $k_s$ , описы-

вающее пространственные изменения парной амплитуды поперек S-слоя, определяется из трансцендентного уравнения (3.18). Его правая часть периодически зависит от толщины ферромагнитного слоя  $d_f$ , что приводит к осцилляционной зависимости  $T_c(d_f)$ . Для удобства мы здесь ввели безразмерную величину  $n_{sf} = v_s N_s / v_f N_f$  (см. (3.14)). Третье уравнение определяет комплексное волновое число  $k_f$ . Его вещественная часть задает пространственные осцилляции функции Узаделя в FM-слое, а мнимая часть определяет их затухание по мере отхода от границы контакта в глубь FM-слоя.

В пределе бесконечной прозрачности FM/S-границы ( $\sigma_s, \sigma_f \rightarrow \infty$ ) уравнение (3.18) упрощается:

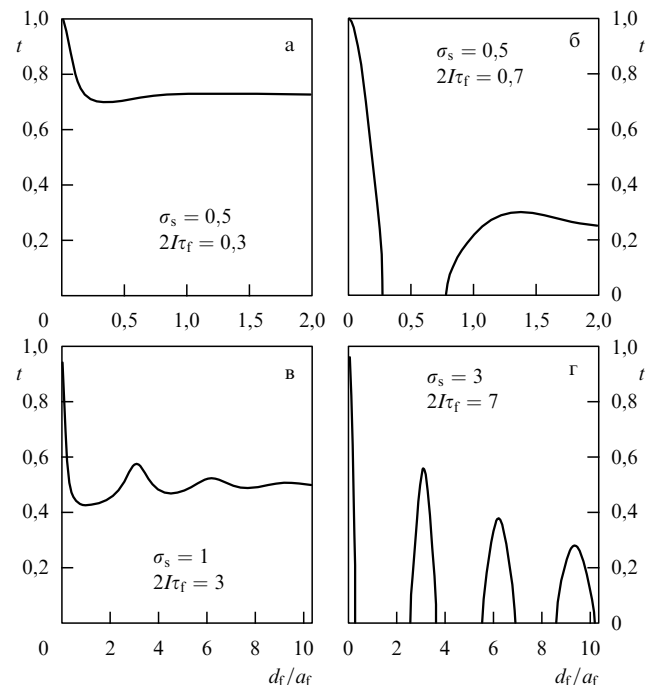
$$N_s D_s k_s \tan k_s d_s = -N_f D_f k_f \tan k_f d_f. \quad (3.20)$$

Такое уравнение для  $k_s$  было получено в работе [85] в одномодовом приближении. Авторы использовали при этом граничное условие ( $z = 0$ )

$$F_s(z, \omega) = F_f(z, \omega), \quad (3.21)$$

которое, как видно из общих уравнений (3.13), справедливо лишь в пределе бесконечной прозрачности контакта. В их теории также вместо уравнения (3.19) использовалось соотношение  $k_f^2 = -2iI/D_f$ , т.е. игнорировался комплексный характер коэффициента диффузии в FM-слое.

Различные варианты зависимости  $T_c(d_f)$ , рассчитанные по формулам (3.17)–(3.19) при различных значениях параметров теории, приведены на рис. 3. Из него следует, что при малых значениях  $\sigma_s$  и  $2I\tau_f < 1$  критическая температура с увеличением  $d_f$  быстро падает, а затем выходит на плато (рис. 3а). С ростом прозрачности

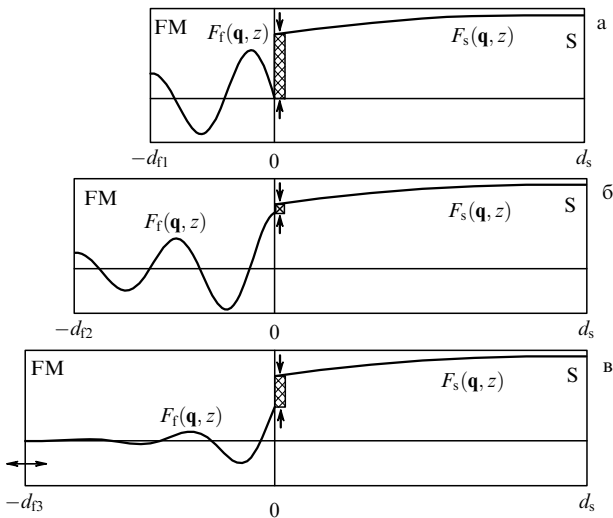


**Рис. 3.** Зависимость приведенной температуры перехода  $t = T_c/T_{cs}$  от приведенной толщины FM-слоя  $d_f/a_f$  для двухслойных систем FM/S в рамках 1D теории ( $g_f = 0$ ). Здесь  $l_s = 0.25\xi_{s0}$ ,  $d_s = 0.625\xi_{s0}$  и  $n_{sf} = N_s v_s / N_f v_f = 1$ ; значения параметров  $\sigma_s$  и  $2I\tau_f$  приведены на рисунке, взятом из работы [65]: (а) выход на плато; (б) возвратная сверхпроводимость; (в) осцилляции; (г) периодически-возвратная сверхпроводимость.



FM/S-границы в зависимости  $T_c(d_f)$  развивается глубокий минимум, который может привести к возвратной сверхпроводимости (рис. 3б). При  $2l_f > 1$  функция Узалея и зависимость  $T_c(d_f)$  будут осциллировать с периодом порядка длины спиновой жесткости  $a_f$ . Эти осцилляции будут затухать при  $d_f > l_f$ , обращая  $F_f(z, \omega)$  в нуль с удалением от FM/S-границы и выводя  $T_c$  на константу, как показано на рис. 3в. Интересно отметить, что при достаточно больших значениях параметров  $\sigma_s$  и  $2l_f$  сверхпроводимость FM/S-контакта будет носить периодически-возвратный характер (рис. 3г).

Природу осцилляций  $T_c(d_f)$  для двухслойного FM/S-контакта при  $2l_f > 1$  легко понять физически (рис. 4). Условие отсутствия потока пар ЛОФФ через внешнюю границу ферромагнетика с вакуумом фиксирует на ней пучность парной амплитуды, что приводит с ростом толщины FM-слоя к осцилляциям скачка парной амплитуды на FM/S-границе. Всякий раз, когда на FM/S-границе оказывается узел парной амплитуды ЛОФФ (рис. 4а), скачок и связанный с ним поток куперовских пар из S-слоя в FM-слой будут принимать максимальное значение. Поскольку, проникая в FM-слой, куперовские пары тут же разрушаются сильным обменным полем, этим значениями толщины FM-слоя будут отвечать минимумы  $T_c(d_f)$  или даже исчезновение сверхпроводимости. Если же на FM/S-границе оказывается пучность парной амплитуды ЛОФФ (рис. 4б), то поток куперовских пар через S/FM-границу становится минимальным. При этих толщинах FM-слоя будут возникать максимумы  $T_c(d_f)$ . Когда толщина ферромагнитного слоя становится больше глубины проникновения спаренных квазичастиц, квантовая связь между его границами разрушается, поток пар через S/FM-границу становится



**Рис. 4.** Схематическое представление механизма осцилляций  $T_c$  двухслойного контакта FM/S в зависимости от толщины FM-слоя  $d_f$ . Сплошными кривыми показано изменение парной амплитуды  $F(\mathbf{q}, z)$ . Отсутствие потока пар через внешние границы приводит к закреплению на них пучностей  $F(\mathbf{q}, z)$ . Вертикальные стрелки показывают величину скачка парной амплитуды на границе (3.13): максимальный скачок  $F(\mathbf{q}, z)$  — максимальный поток пар БКШ из S-слоя в FM-слой — минимум  $T_c$  (сильный распаривающий эффект) (а); минимальный скачок  $F(\mathbf{q}, z)$  — минимальный поток пар БКШ из S-слоя в FM-слой — максимум  $T_c$  (слабый распаривающий эффект) (б); постоянный поток пар БКШ из S-слоя в FM-слой — выход  $T_c$  на плато (в).

постоянным, и функция  $T_c(d_f)$  выходит на плато (рис. 4в). По мере повышения концентрации немагнитных примесей в FM-слоях волновой тип движения квазичастиц, присущий чистому ферромагнетику с  $2l_f > 1$ , будет сменяться при  $2l_f < 1$  диффузионным. Импульс пар  $k$  станет при этом плохим квантовым числом, а осцилляции парной амплитуды ЛОФФ, приобретая большое затухание, перестанут обеспечивать когерентную связь между двумя границами FM-слоя (рис. 4в). В этом случае зависимость  $T_c(d_f)$  будет принимать сглаженный монотонный характер.

С другой стороны, на опыте и для двухслойных, и для мультислойных структур FM/S часто оказывается возможным лишь один локальный максимум в зависимости  $T_c(d_f)$ . Причина, на наш взгляд, в том, что изложенная выше теория [61, 62, 64–66] пригодна, строго говоря, для таких FM/S-систем, где FM-слои являются квазиодномерными ферромагнетиками. В этом случае пространственными изменениями парной амплитуды вдоль FM/S-границ можно пренебречь. Реальные же FM/S-системы, такие как Fe/V или Gd/Nb, которые исследуются в перечисленных выше экспериментах, являются трехмерными (3D). Поэтому парные корреляции, наводимые S-слоями в FM-слоях (в меру прозрачности границ раздела) также должны носить 3D характер и описываться трехмерным когерентным импульсом пар  $\mathbf{k}$  в соответствии с теорией ЛОФФ [21, 22] для изотропных ферромагнитных сверхпроводников. Поэтому ниже дано обобщение изложенного подхода на случай учета пространственных вариаций парной амплитуды в трех измерениях.

### 3.3. Состояние 3D ЛОФФ в контакте FM/S

Действительно, теория эффекта близости, адекватная слоистой природе FM/S-структур, должна учитывать пространственные изменения парной амплитуды не только поперек слоев FM и S, но и в плоскости границ раздела FM/S. Это требует, в отличие от подходов [61, 62] и работ [64–66], решения в данной области не одномерной (1D), а трехмерной (3D) краевой задачи для парной амплитуды  $F(\mathbf{r})$ . Специфика состояния ЛОФФ с отличным от нуля когерентным 3D импульсом пар  $\mathbf{k}$  такова, что парная амплитуда в FM-слое является периодической функцией координат. Это означает [21, 22], что пары ЛОФФ образуют кристаллическую структуру с размером элементарной ячейки порядка  $a_f = v_f/2l_f$ , а их волновая функция удовлетворяет теореме Блоха. Поэтому импульс пар  $\mathbf{k}$  в действительности является квазиимпульсом, определенным с точностью до вектора обратной решетки  $\mathbf{K}$ , модуль которого имеет порядок  $2\pi/a_f$ . Таким образом, учет конкуренции между 1D и 3D состояниями ЛОФФ будет эквивалентен выбору вида (1D или 3D) кристаллической решетки пар ЛОФФ при данной толщине FM-слоя путем минимизации свободной энергии FM/S-системы. В свою очередь эта процедура эквивалентна учету наряду с N-процессами, сохраняющими поперечный импульс пар  $\mathbf{q}$  ( $q_s = q_f = 0$ , 1D случай), также и U-процессов переброса ( $q_s = 0$ ,  $q_f = K \neq 0$ , 3D случай), при которых поперечный квазиимпульс пар ЛОФФ при пересечении границы раздела FM/S не сохраняется. Это напоминает ситуацию с отражением электрона от поверхности кристалла, которое может быть многоканальным ввиду несохранения поперечной компоненты квазиимпульса [86].

Следует ожидать, что появление, наряду с уже известными 1D состояниями, новых 3D состояний ЛОФФ с синусоидально модулированной в плоскости FM/S-границы функцией  $F(\mathbf{r})$  будет приводить к увеличению периода ее осцилляций поперек FM-слоев. Когда последний станет больше глубины проникновения куперовских пар в FM-слой, когерентная связь между его границами разрушится, и наблюдаемость осцилляций функции  $T_c(d_f)$  значительно уменьшится. Поэтому мы считаем, что конкуренция между старыми 1D и новыми 3D состояниями ЛОФФ должна существенно модифицировать рассмотренную выше одномерную картину немотонного поведения критической температуры в структурах FM/S.

Учитывая трансляционную инвариантность FM/S-системы в плоскости раздела  $xy$ , уравнения (3.12), (3.13) можно обобщить, записав их для двумерного фурье-образа функции Узаледа  $F(\mathbf{q}, z, \omega)$ , где  $\mathbf{q}$  — двумерный волновой вектор, описывающий пространственные изменения вдоль FM/S-границы [68, 69]:

$$\begin{cases} \left[ \omega + iI + \frac{1}{2} D_f(I) \left( q_f^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \right] F_f(\mathbf{q}_f, z, \omega) = \Delta_f(\mathbf{q}_f, z), \\ \left[ \omega + \frac{1}{2} D_s \left( q_s^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \right] F_s(\mathbf{q}_s, z, \omega) = \Delta_s(\mathbf{q}_s, z). \end{cases} \quad (3.22)$$

Соответствующие (3.22) граничные условия на поверхности раздела  $z = 0$  тогда имеют вид

$$\frac{4D_s}{\sigma_s v_s} \frac{\partial F_s(\mathbf{q}_s, z, \omega)}{\partial z} \Big|_{z=+0} = \frac{4D_f(I)}{\sigma_f v_f} \frac{\partial F_f(\mathbf{q}_f, z, \omega)}{\partial z} \Big|_{z=-0} = F_s(\mathbf{q}_s, z, \omega) - F_f(\mathbf{q}_f, z, \omega). \quad (3.23)$$

Эти уравнения следует решать совместно с уравнениями самосогласования

$$\begin{cases} \Delta_s(\mathbf{q}_s, z) = 2\lambda_s \pi T \operatorname{Re} \sum_{\omega>0}' F_s(\mathbf{q}_s, z, \omega), \\ \Delta_f(\mathbf{q}_f, z) = 2\lambda_f \pi T \operatorname{Re} \sum_{\omega>0}' F_f(\mathbf{q}_f, z, \omega). \end{cases} \quad (3.24)$$

Таким образом, получаем систему уравнений для определения приведенной температуры сверхпроводящего перехода  $t$  [68, 69]:

$$\ln t = \Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \operatorname{Re} \Psi\left(\frac{1}{2} + D_s \frac{k_s^2 + q_s^2}{4\pi T_{cs} t}\right), \quad (3.25)$$

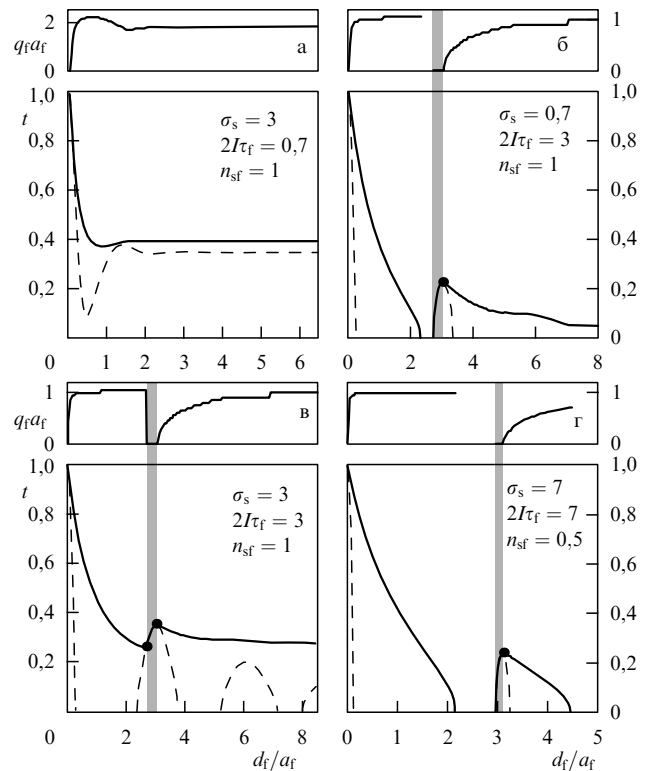
$$D_s k_s \tan k_s d_s = \frac{\sigma_s v_s}{4 - [\sigma_s v_f n_{sf} / D_f(I) k_f] \cot k_f d_f}, \quad (3.26)$$

$$k_f^2 + q_f^2 = -\frac{2iI}{D_f(I)} = -\frac{2iI(1 + 2iI\tau_f)}{D_f}. \quad (3.27)$$

Как видим, не изменилось только уравнение на  $k_s$ , в уравнениях же для  $t$  и  $k_f$  произошла замена  $k_s^2 \rightarrow k_s^2 + q_s^2$ ,  $k_f^2 \rightarrow k_f^2 + q_f^2$ . Возможное несовпадение  $q_s$  и  $q_f$  связано с тем, что квазиимпульс  $\mathbf{q}_f$  определен с точностью до вектора обратной решетки ЛОФФ  $\mathbf{K}$ , как отмечалось выше. Из условия минимума свободной энергии (максимума  $T_c(d_f)$ ) следует, что  $q_s$  строго равно нулю. Это неудивительно, так как при БКШ-типе спаривания с нулевым суммарным импульсом в S-слое парная амплитуда  $F_s(\mathbf{r}, \omega)$  должна иметь знакопостоянный характер. В то же время в FM-слое имеет место спаривание по механизму ЛОФФ с отличным от нуля трехмерным

когерентным импульсом пар  $\mathbf{k} = (\mathbf{q}_f, k_f)$  и осциллирующей парной амплитудой  $F_f(\mathbf{r}, \omega)$ . Из уравнений (3.25)–(3.27) следует, что величина 2D компоненты импульса пар ЛОФФ  $q_f$ , остающаяся произвольной, должна определяться путем оптимизации, т.е. из условия максимума  $T_c$ . Из граничных условий (3.23) следует, что левая часть выражения (3.26), определяющая параметр распаривания  $D_s k_s^2$  в уравнении (3.25) для  $T_c$ , пропорциональна потоку куперовских пар из S-слоя в FM-слой. При этом резонансный знаменатель правой части (3.26), обратно пропорциональный скачку парной амплитуды на FM/S-границе, периодически изменяет величину этого потока пар с увеличением толщины FM-слоя за счет функции  $\cot k_f d_f$ . Однако в отличие от ранее полученных в разделе 3.2 [64–66] 1D решений с  $q_f = 0$ , появление 3D решений с вещественными  $q_f \neq 0$  сильно уменьшает  $\operatorname{Re} k_f$  согласно уравнению (3.27). Это приводит к увеличению периода осцилляций парной амплитуды  $F(\mathbf{q}, z, \omega)$  вдоль оси  $z$ , который может стать больше глубины проникновения пар в FM-слой ( $\operatorname{Im} k_f > \operatorname{Re} k_f$ ) и когерентная связь между двумя границами FM-слоя будет разрушаться. В результате этого наблюдаемость осцилляций  $T_c(d_f)$  (кроме, быть может, первого пика) сильно уменьшится.

На рисунке 5а–г приведены зависимости  $T_s(d_f)$ , оптимизированные по величине  $q_f$  с учетом конкуренции



**Рис. 5.** Приведенная температура перехода  $t = T_c/T_{cs}$  и величина  $q_f a_f$  как функции приведенной толщины FM-слоя  $d_f/a_f$  для двухслойных систем FM/S при  $l_s = 0,25\xi_{s0}$  и  $d_s = 0,625\xi_{s0}$  для различных значений параметров  $\sigma_s$ ,  $2I\tau_f$  и  $n_{sf} = N_s v_s / N_f v_f$ . Сплошные жирные линии соответствуют оптимизированным решениям с учетом конкуренции между 1D и 3D ЛОФФ состояниями; тонкие пунктирные линии — чистым 1D решениям с  $q_f = 0$ , рассмотренным в разделе 3.2. Здесь эти линии разделяют области 1D фазы и 3D фазы. Области доминирования 1D ЛОФФ состояний ( $q_f = 0$ ) имеют светло-серый фон. Области преобладания 3D ЛОФФ фаз ( $q_f \neq 0$ ) не окрашены.

1D и 3D состояний ЛОФФ, при изменении основных параметров теории. В принципе возможны все качественно различные варианты поведения  $T_c(d_f)$ : от монотонного спада до нуля до возвратной сверхпроводимости и последующего выхода на плато как немонотонного (через единичный всплеск) [42], так и плавного [37]. Периодически-возвратная сверхпроводимость (рис. 5в), предсказываемая 1D теорией [64–66] (см. формулы (3.17)–(3.19)) и показанная тонкими штриховыми линиями, практически полностью перекрывается монотонно падающей 3D кривой. Единственный всплеск  $T_c(d_f)$ , как в эксперименте [42] на трехслойной системе Fe/Nb/Fe, обязан каскаду чередующихся фазовых переходов 3D–1D–3D. В верхней части рис. 5а показана зависимость величины двумерного волнового вектора  $q_f$  от  $d_f$ . Приведенная фазовая диаграмма  $T_c(d_f)$  обладает яркой особенностью в виде тройных точек Лифшица (пересечения сплошной и штриховой линий), где сходятся сразу три фазы: две сверхпроводящие (соразмерная 1D — с  $q_f = 0$  и несоразмерная 3D — с  $q_f \neq 0$ ) и одна нормальная. Отметим, что области реализации возвратной сверхпроводимости, предсказанной ранее [64–66] для 1D случая, в 3D теории ограничены очень узким диапазоном значений параметров. Это объясняет, почему данное явление в реальных FM/S-системах до сих пор не было обнаружено экспериментально. (Недавно появилось предварительное сообщение о наблюдении этого эффекта в трислоях Fe/V/Fe [60].)

### 3.4. $\pi$ -фазные магнетизм и сверхпроводимость в сверхрешетках FM/S

Здесь необходимо особо отметить, что теории эффекта близости [61, 62, 64–66] для сверхрешеток FM/S совершенно не учитывают обратного влияния сверхпроводимости на магнетизм FM-слоев. В то же время для аналогичных структур ферромагнитный диэлектрик/сверхпроводник (FI/S) одним из авторов [78, 79] (см. также раздел 5) было показано, что дальнедействующий обмен РККИ между соседними FI-слоями через прослойки S приводит к слоистому антиферромагнитному сверхпроводящему состоянию (AFS). В AFS состоянии фазы магнитного ПП в соседних FI-слоях сдвинуты на  $\pi$ , что существенно ослабляет распаривающее действие парамагнитного эффекта обменного поля для S-слоев и повышает  $T_c$ . Следует ожидать, что такого рода взаимная подстройка сверхпроводящего и магнитного параметров упорядочения, приводящая к квантовой связи между границами раздела и реализации  $\pi$ -фазного магнетизма, должна иметь место и в сверхрешетках FM/S.

Рассмотрим сверхрешетку FM/S, образованную чередованием вдоль оси  $z$  FM-слоев толщиной  $d_f$  и S-слоев толщиной  $d_s$ . Для изучения взаимной подстройки конкурирующих типов спаривания БКШ и ЛОФФ, с одной стороны, и магнетизма, с другой стороны, элементарную ячейку сверхрешетки FM/S удобно выбрать в виде S/FM/S/FM. Такой выбор позволяет учитывать возможную смену фаз сверхпроводящего и магнитного ПП при переходе через FM- или S-слои соответственно. Для простоты будем рассматривать 1D случай, когда ПП и парная амплитуда зависят только от  $z$ . Обобщение на 3D случай проводится, так же как показано в разделе 3.3. Краевая задача для функции Узалея  $F(z, \omega, I)$  будет описываться дифференциальными уравнениями (3.12) соответственно в

S-слоях, занимающих области  $-(d_f + d_s) < z < -d_f$  и  $0 < z < d_s$ , и в FM-слоях, расположенных в областях  $-d_f < z < 0$  и  $d_s < z < (d_f + d_s)$ . Граничные условия на центральной поверхности раздела  $z = 0$  элементарной ячейки имеют вид (3.13). На других границах элементарной ячейки —  $z = d_s, -d_f, (d_f + d_s), -(d_f + d_s)$  будут справедливы соотношения, аналогичные (3.13), дополненные условиями периодичности

$$F(z + L, \omega, I) = \exp(i\phi) F(z, \omega, \exp(i\chi) I), \quad (3.28)$$

где  $L = d_f + d_s$  — период сверхрешетки, а  $\phi$  и  $\chi$  — фазы сверхпроводящего и магнитного ПП соответственно. Условия периодичности (3.28) позволяют принять во внимание два важных эффекта. Во-первых, они учитывают конкуренцию между 0-фазным и  $\pi$ -фазным типами сверхпроводимости, которая имела место и в прежних теориях эффекта близости [61, 62, 64–66]. Во-вторых, они включают взаимодействие локализованных моментов соседних FM-слоев через сверхпроводящие прослойки S. Ниже мы покажем, что к известной конкуренции между 0- и  $\pi$ -фазной сверхпроводимостью в сверхрешетках FM/S добавится также конкуренция между 0- и  $\pi$ -фазными типами магнетизма. Это приводит к новой классификации состояний такой FM/S-системы. Будем искать решения краевой задачи (3.12), (3.13) для центрального FM/S-контакта ячейки в виде

$$\begin{cases} F_s(z, \omega) = A(\omega) \cos \left[ k_s \left( z - \frac{d_s}{2} \right) \right] + C(\omega) \sin \left[ k_s \left( z - \frac{d_s}{2} \right) \right], \\ 0 < z < d_s, \\ F_f(z, \omega) = B \cos \left[ k_f \left( z + \frac{d_f}{2} \right) \right] + D \sin \left[ k_f \left( z + \frac{d_f}{2} \right) \right], \\ -d_f < z < 0, \end{cases} \quad (3.29)$$

где коэффициенты  $A(\omega)$ ,  $B$ ,  $C(\omega)$ ,  $D$  не зависят от  $z$ . Решения для двух крайних S- и FM-слоев, также входящих в элементарную ячейку S/FM/S/FM, аналогичны (3.29) с учетом условия периодичности (3.28). Минимизация свободной энергии элементарной ячейки по величине фазы сверхпроводящего  $\phi$  и магнитного  $\chi$  ПП приводит к возможности реализации четырех различных состояний (рис. 6):

- 1) 00-фаза ( $\phi = 0, \chi = 0$ );
  - 2)  $\pi 0$ -фаза ( $\phi = \pi, \chi = 0$ );
  - 3)  $0\pi$ -фаза ( $\phi = 0, \chi = \pi$ );
  - 4)  $\pi\pi$ -фаза ( $\phi = \pi, \chi = \pi$ ).
- (3.30)

В состоянии 00  $C(\omega) = D = 0$ , т.е. парные амплитуды являются четными функциями относительно центров слоев S и FM, а в фазе  $\pi 0$  парная амплитуда в FM-слое становится нечетной. В двух новых состояниях —  $0\pi$ , где  $D = 0$ , а  $B \neq 0$  и  $\pi\pi$ , где, наоборот,  $B = 0$ , а  $D \neq 0$ , коэффициенты  $A(\omega)$  и  $C(\omega)$  не равны 0, т.е. парная амплитуда в S-слое четностью не обладает. Примесь синусных решений к косинусным в первом из выражений (3.29) отражает частичную компенсацию парамагнитного эффекта обменного поля  $I$  для S-слоев в AFS состоянии с антипараллельной ориентацией намагниченностей соседних FM-слоев.

Первые два состояния 00 и  $\pi 0$  были изучены в работах [61, 62, 64–66] (см. ниже), где неявно полагалось  $\chi = 0$ , что соответствовало ферромагнитному состоянию

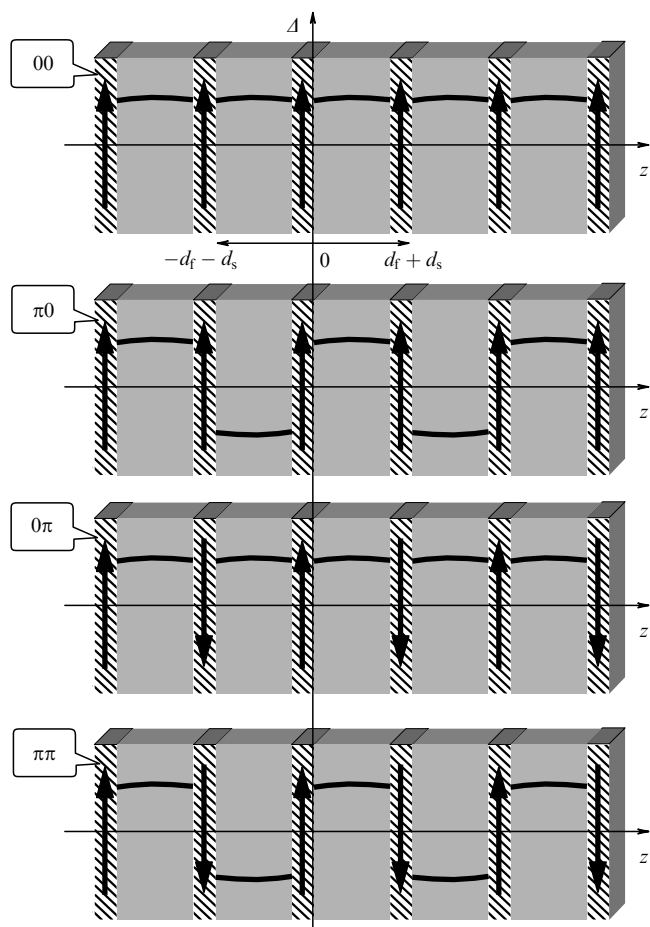


Рис. 6. Четыре возможных состояния сверхрешетки FM/S. Горизонтальные стрелки отмечают элементарную ячейку сверхрешетки. Сплошными линиями показано поведение сверхпроводящего ПП  $A(z)$  в S-слоях. В FM-слоях жирные вертикальные стрелки показывают направление намагниченности, выступающее в роли магнитного ПП.

(FS) сверхрешетки с параллельной ориентацией намагниченностей всех FM-слоев. В пределе больших толщин S-слоев  $d_s \gg \xi_s$  это оправдано, так как взаимная ориентация намагниченностей соседних FM-слоев неважна, пока косвенный обмен РККИ через S-слой экспоненциально мал. Однако для сверхрешеток с толщинами  $d_s$ , близкими к критической  $d_s^c \sim \xi_s$ , более высокими  $T_c$ , по видимому, будут обладать  $\pi$ -фазные по магнетизму  $0\pi$  и  $\pi\pi$ -состояния ЛОФФ, а не 0-фазные  $00$  и  $\pi 0$ , соответственно. Ниже мы покажем, что сверхпроводящее состояние сверхрешетки является результатом конкуренции четырех различных состояний ЛОФФ:  $00$ ,  $0\pi$ ,  $\pi 0$  и  $\pi\pi$ .

В результате вычислений для приведенной температуры сверхпроводящего перехода сверхрешетки  $t$  получается обычное уравнение (3.17). Параметр распаривания  $D_s k_s^2$  является решением другого трансцендентного уравнения (своего для каждой из четырех фаз (3.30)). Для фазы  $00$  это уравнение имеет вид

$$D_s k_s^{00} \tan \frac{k_s^{00} d_s}{2} = \frac{\sigma_s v_s}{4 - [\sigma_s v_f n_{sf} / D_f(I) k_f] \cot(k_f d_f / 2)}. \quad (3.31)$$

Оно отличается от аналогичного уравнения (3.18) для FM/S-контакта лишь очевидными заменами  $d_f \rightarrow d_f/2$ ,

$d_s \rightarrow d_s/2$ , следующими из симметрии задачи. Комплексное волновое число  $k_f$  по-прежнему определяется уравнением (3.19). Для вычисления  $T_c$  в состоянии  $0\pi$  уравнение (3.31) нужно дополнить выражением, связывающим  $k_s^{0\pi}$  с  $k_s^{00}$ :

$$(k_s^{0\pi})^2 - 2 \operatorname{Re} \left[ k_s^{00} \tan \frac{k_s^{00} d_s}{2} \right] k_s^{0\pi} \cot(k_s^{0\pi} d_s) = \left| k_s^{00} \tan \frac{k_s^{00} d_s}{2} \right|^2. \quad (3.32)$$

Распаривающий фактор в состоянии  $\pi 0$  находится из уравнения (3.31) путем замен  $k_s^{00}$  на  $k_s^{\pi 0}$  в левой части и  $\cot(k_f d_f / 2)$  на  $-\tan(k_f d_f / 2)$  в правой. Уравнение, связывающее  $k_s^{\pi 0}$  с  $k_s^{\pi\pi}$ , получается из (3.32), если в нем заменить  $k_s^{00}$  на  $k_s^{\pi 0}$ , а  $k_s^{0\pi}$  на  $k_s^{\pi\pi}$ .

Набор фазовых диаграмм  $t(d_s)$  для сверхрешеток при различных значениях  $d_f$  и разумном выборе остальных параметров теории приведен на рис. 7. Как и ожидалось, в области толщин  $d_s$ , меньших порогового значения  $d_s^\pi$ , AFS-состояния  $0\pi$  и  $\pi\pi$  (кривые B и D) с антипараллельной ориентацией намагниченностей соседних слоев

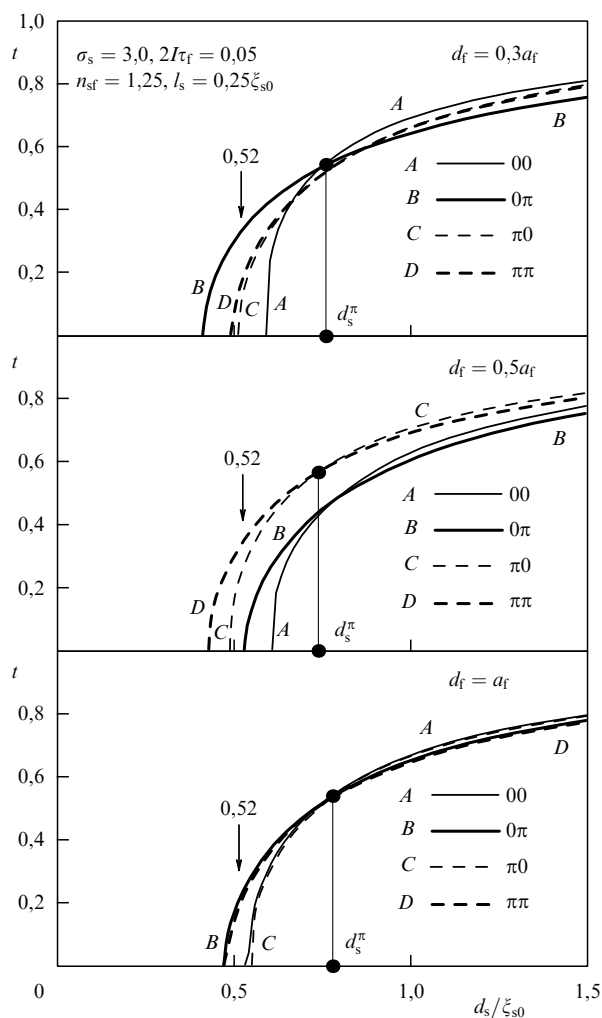


Рис. 7. Зависимости приведенной критической температуры  $t = T_c / T_{cs}$  сверхрешетки FM/S от приведенной толщины S-слоя  $d_s / \xi_{s0}$  при различных значениях толщины FM-слоя [88]. Значения основных параметров теории указаны в верхней части рисунка. Значение  $d_s = 0,52 \xi_{s0}$ , показанное вертикальными стрелками, соответствует кривым  $t(d_f)$  на рис. 8.

являются энергетически более выгодными по сравнению с известными FS-состояниями  $00$  и  $\pi 0$  (кривые  $A$  и  $C$ ). Для сверхрешеток FM/S пороговая толщина  $d_s^\pi$ , ниже которой реализуются  $\pi$ -фазные по магнетизму состояния, зависит от величины других параметров теории и меняется в пределах от  $0,6\zeta_{s0}$  до  $0,85\zeta_{s0}$ . Немаловажно и то, что критическая толщина сверхпроводящих слоев  $d_s^c$ , при которой  $T_c$  обращается в нуль, для AFS-состояний всегда меньше, чем для FS-состояний, т.е.  $d_s^c(\text{AFS}) < d_s^c(\text{FS})$ , где  $d_s^c(\text{AFS}) = \min\{d_s^c(0\pi), d_s^c(\pi\pi)\}$ , а  $d_s^c(\text{FS}) = \min\{d_s^c(00), d_s^c(\pi 0)\}$ . Таким образом, для сверхрешеток с  $d_s^c(\text{AFS}) < d_s < d_s^c$  сверхпроводимость будет иметь чисто AFS-природу. Из рисунка 7 видно, что при указанном выборе параметров теории этот диапазон толщин оказывается достаточно широким и может превышать  $0,3\zeta_{s0}$ . Кроме того, для определенных толщин  $d_s$  из этого интервала разница между значениями критических температур  $T_c(\text{AFS}) - T_c(\text{FS})$  может стать очень существенной. Следует также обратить внимание на конкуренцию между самими AFS-состояниями  $0\pi$  и  $\pi\pi$  (кривые  $B$  и  $D$  на рис. 7) при разной толщине FM-слоев  $d_f$ . Она свидетельствует о том, что природа осцилляций  $T_c(d_f)$  при  $d_s < d_s^\pi$  связана с каскадом фазовых переходов  $0\pi - \pi\pi - 0\pi$  между новыми AFS-состояниями ЛОФФ (см. рис. 8).

С увеличением толщины S-слоев выигрыш за счет частичной компенсации парамагнитного эффекта обменного поля в AFS-состоянии уменьшается и при  $d_s > d_s^\pi$  становится ничтожно мал. В этом случае симметричные FS-решения  $00$  и  $\pi 0$ , приводящие к меньшим потокам куперовских пар через S/FM-границы раздела, обладают чуть более высокой критической температурой, чем  $0\pi$ - и  $\pi\pi$ -состояния ЛОФФ. Однако разница между  $T_c(\text{AFS})$  и  $T_c(\text{FS})$  в области толщин  $d_s > d_s^\pi$  крайне незначительна и экспериментально вряд ли различима. Скорее всего сверхрешетка FM/S в области толщин  $d_s > d_s^\pi$  в магнитном отношении является эффективно квазидвумерной, т.е. распадается на систему S/FM/S сэндвичей, где корреляция между фазами магнитного ПП в соседних FM-слоях отсутствует. В то же время 0- или  $\pi$ -типа согласованность фаз сверхпроводящего ПП в соседних S-слоях при этом сохраняется. Это должно приводить к немонотонному поведению  $T_c(d_f)$  при  $d_s > d_s^\pi$  за счет переходов между состояниями  $00$  и  $\pi 0$ , как было показано в работах [61, 62, 64–66] для сверхрешеток FM/S.

Таким образом, анализ рис. 7 показывает, что при  $d_s < d_s^\pi$  доминируют AFS-состояния  $0\pi$  и  $\pi\pi$ , а при  $d_s > d_s^\pi$  реализуются FS-состояния  $00$  и  $\pi 0$ . Рассмотрим эти случаи по отдельности.

Как уже отмечалось, физически наиболее интересным на рис. 7 является интервал толщин  $d_s$ , где критические температуры всех четырех состояний ЛОФФ наиболее сильно отличаются. Поэтому для анализа зависимостей  $t(d_f)$  были выбраны сверхрешетки с теми же параметрами, что на рис. 7, и с толщиной S-слоя  $d_s = 0,52\zeta_{s0}$ , соответствующей этому интервалу. На рисунке 8а представлены кривые, отвечающие всем четырем возможным состояниям ЛОФФ. Из этого рисунка видно, что кривые  $B$  и  $D$ , отвечающие AFS-состояниям  $0\pi$  и  $\pi\pi$ , проходят значительно выше FS-состояний  $00$  и  $\pi 0$  (кривые  $A$  и  $C$ ) с возвратной сверхпроводимостью. Следовательно, появление новых AFS-состояний ЛОФФ предотвращает раннее обращение  $T_c$  в нуль и существенно увеличивает площадь сверхпроводящих участков фазовых диаграмм

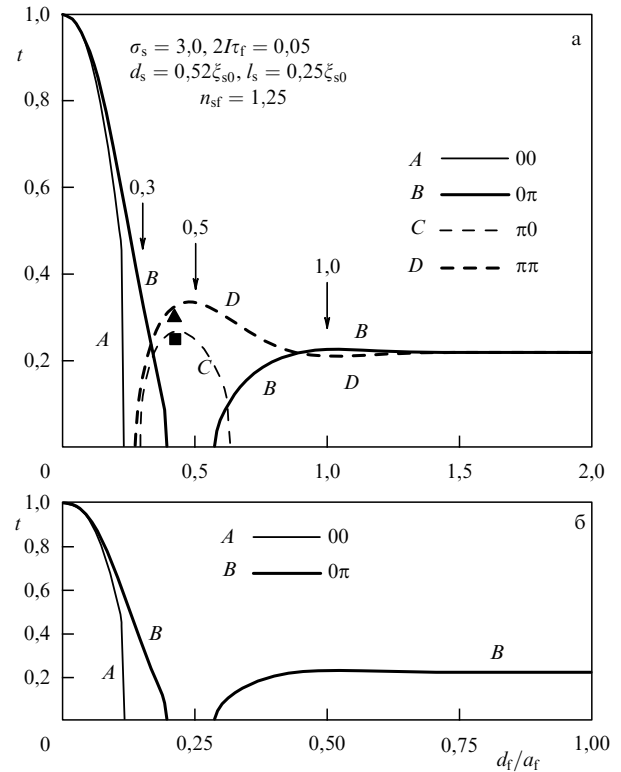


Рис. 8. (а) Зависимость приведенной критической температуры  $t$  сверхрешетки FM/S от приведенной толщины FM-слоя  $d_f/a_f$  при  $d_s = 0,52\zeta_{s0}$  и значениях остальных параметров теории, соответствующих рис. 7. Вертикальные стрелки соответствуют толщинам  $d_f$ , при которых строились фазовые диаграммы на рис. 7. (б) Фазовая диаграмма для трехслойной системы FM/S/FM. Рисунок взят из работы [88].

на рис. 7, 8. Отметим, что при данном выборе параметров теории ( $2I\tau_f \ll 1$ ,  $d_s < \zeta_{s0}$ ) появление 3D состояний практически не сказывается на фазовых диаграммах  $t(d_s)$  и  $t(d_f)$ .

Простейшей структурой, допускающей конкуренцию 0- и  $\pi$ -фазного магнетизма, а также 0- и  $\pi$ -фазной сверхпроводимости в одном образце является четырехслойная структура S/FM/S/FM, диаграммы состояний которой аналогичны изображенным на рис. 7 и рис. 8а для сверхрешеток. Одновременное изучение фазовых диаграмм  $T_c(d_s)$  на рис. 7 и  $T_c(d_f)$  на рис. 8а позволяет оптимизировать выбор параметров четырехслойной системы, делая возможным управление ее сверхпроводящими и магнитными состояниями, например, с помощью слабого внешнего магнитного поля. Для переориентации намагниченностей FM-слоев из антиферромагнитного положения в ферромагнитное требуются магнитные поля  $H$ , большие их коэрцитивного поля  $H_{\text{coer}}$ . Такие поля ( $H_{\text{coer}} \sim 10 - 100$  Э, см., например, [89]) слишком слабы для существенного изменения фазовых диаграмм структур S/FM/S/FM, обладающих сразу двумя каналами записи информации: на сверхпроводящем токе и на магнитном порядке. В частности, как следует из рис. 8а, при выборе рабочей точки системы непосредственно под кривой  $D$  (например,  $t \approx 0,3$ ,  $d_f \approx 0,45a_f$ , черный треугольник) действие поля  $H > H_{\text{coer}}$  будет переводить ее из состояния AFS( $\pi\pi$ ) сразу в ферромагнитное нормальное (FN), делая сверхпроводящий ток резистивным. Выключение этого поля возвращает систему в исходное

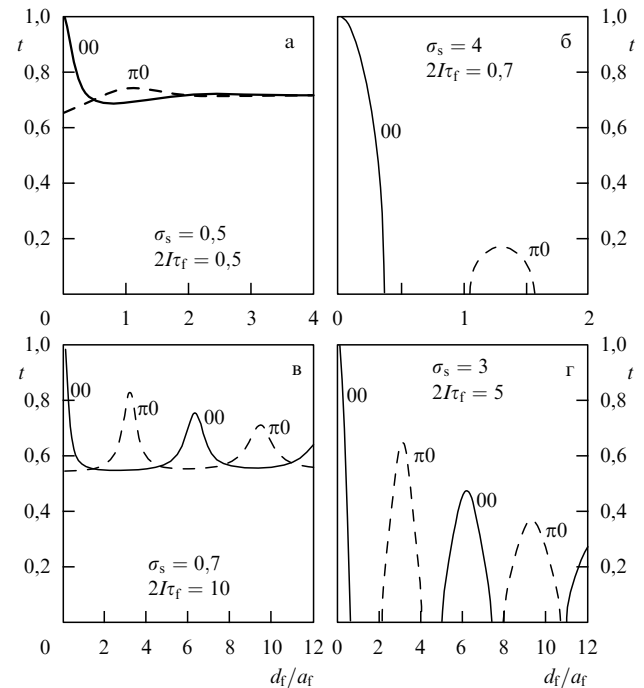
AFS-состояние. В этом режиме четырехслойная система S/FM/S/FM работает как прибор со 100%-ным отрицательным магнетосопротивлением. Это напоминает модель "спинового переключателя" на основе трислоев FM/S/FM, предложенную в [90, 91] (см. следующий раздел 3.5).

В частности, если зафиксировать ориентацию намагниченности внешнего слоя FM', например, за счет пиннинга в контакте с магнитным диэлектриком, то наложением поля  $H$  (которое больше, чем верхнее критическое поле  $H_{c2}$ ) противоположной ориентации можно добиться перехода четырехслойной структуры из AFS-состояния в антиферромагнитное нормальное (AFN). В этом случае меняется только информация, записанная на сверхпроводящем токе, а информация, записанная на взаимной ориентации намагниченностей FM-слоев, сохраняется. Отметим, что выбором положения рабочей точки по отношению к кривой сверхпроводящего перехода  $T_c(d_f)$  на рис. 8 мы всегда можем добиться нужной величины поля  $H_{c2}$ , сделав ее меньше, чем поле  $H_p$ , необходимое для снятия пиннинга. Дополнительный переход AFN  $\rightarrow$  FN в системе S/FM/S/FM возникает при действии поля  $H > H_p$ . Система, приготовленная таким образом, может иметь три различных состояния — AFS, FN, AFN, отличающихся информацией, записанной на магнитном порядке и сверхпроводящем токе.

С другой стороны, в соответствии с теорией фазовых переходов второго рода, при данных условиях реализуется то состояние, которое обладает более низкой свободной энергией (более высокой критической температурой). Поэтому, если рабочую точку взять под кривой  $C$  ( $t \approx 0,25$ ,  $d_f \approx 0,45a_f$ , на рис. 8а — черный квадрат), то действие поля  $H$  соответствующей величины и направления приведет к переходу AFS( $\pi\pi$ )  $\rightarrow$  FS( $\pi 0$ ), меняющему магнитную информацию и в то же время сохраняющему информацию, записанную на сверхпроводящем токе. При увеличении напряженности поля до значения большего  $H_{c2}$  в состоянии FS( $\pi 0$ ), структура S/FM/S/FM перейдет в состояние FN. При наложении полей противоположной ориентации и превышающих  $H_{c2}$ , а затем и  $H_p$ , получим цепочку переходов AFS( $\pi\pi$ )  $\rightarrow$  AFN  $\rightarrow$  FN, как описано выше. Выключение внешних полей вновь возвращает систему в исходное состояние AFS( $\pi\pi$ ). Такая сверхрешетка S/FM/S/FM имеет уже максимальное число логически различных состояний — четыре (AFS, FS, FN, AFN).

Таким образом, сверхрешетки FM/S могут служить элементарной базой для создания микроэлектронной аппаратуры принципиально нового типа, совмещающей преимущества сверхпроводящего и магнитного каналов записи информации в *одном* образце. Подчеркнем, что эти каналы могут *раздельно* управляться внешним полем. Следует заметить, что интервал параметров теории, при которых  $\pi$ -фазный магнетизм проявляется наиболее ярко, достаточно узок. В частности, он чрезвычайно чувствителен к параметрам  $2I\tau_f$  и  $n_{sf}$ . Например, при  $2I\tau_f \gg 0,1$  и  $n_{sf}$  порядка единицы и меньше разность  $|t(\text{AFS}) - t(\text{FS})|$  становится меньше 0,02, т.е.  $\pi$ -магнитные и 0-магнитные состояния сверхрешетки FM/S практически неразличимы.

Выше мы установили, что при больших толщинах S-слоев, когда  $d_s > d_s^\pi$ , доминируют FS-состояния 00 и  $\pi 0$ . Как показано на рис. 9, поведение  $T_c(d_f)$  в простей-

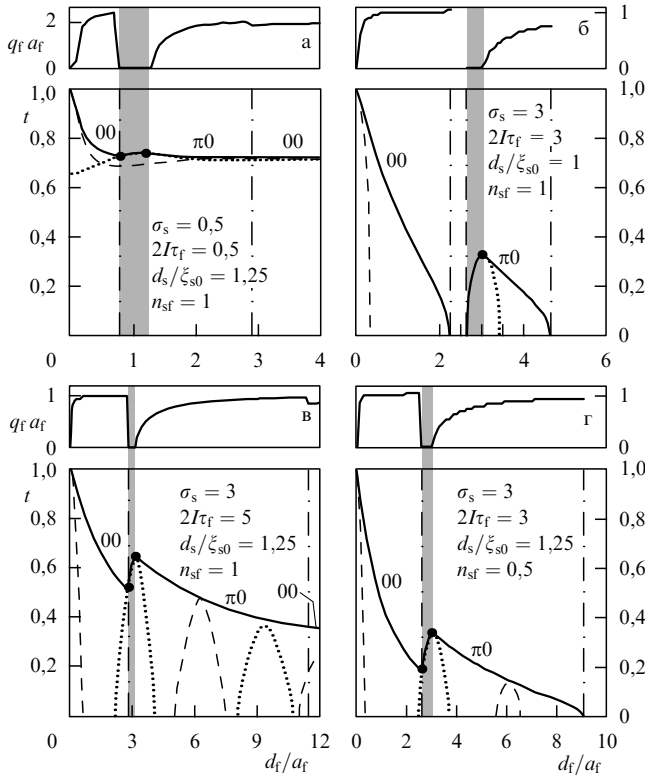


**Рис. 9.** Зависимость приведенной температуры перехода  $t = T_c/T_{cs}$  для сверхрешеток FM/S от приведенной толщины FM-слоя  $d_f/a_f$  в рамках 1D теории ( $q_f = 0$ ). Здесь  $l_s = 0,25\xi_{s0}$ ,  $d_s = 1,25\xi_{s0}$  (кроме рис. 9б) и  $n_{sf} = N_s v_s / N_f v_f = 1$ ; значения параметров  $\sigma_s$  и  $2I\tau_f$  указаны на рисунках, взятых из работ [65, 66]: выход на плато через минимум (а); возвратная сверхпроводимость ( $d_s = \xi_{s0}$ ) (б); осцилляции (в); периодически-возвратная сверхпроводимость (г).

шем 1D варианте теории допускает широкий спектр немонотонных зависимостей: от единичного всплеска (рис. 9а) до периодически-возвратной сверхпроводимости (рис. 9г). Однако в отличие от FM/S-контактов (см. рис. 3) эти зависимости возникают в результате конкуренции между состояниями 00 и  $\pi 0$ . Механизм немонотонного поведения  $T_c$  при изменении  $d_f$  связан с колебаниями потока куперовских пар на S/FM-границах раздела, благодаря закреплению пучностей или узлов парной амплитуды в центрах прослоев FM (см. аналогичное обсуждение в разделе 3.2).

В сравнении с рассмотренным выше случаем  $d_s < d_s^\pi$  заметим, что появление наряду с 1D состояниями еще и 3D состояний ЛОФФ при  $d_s > d_s^\pi$  кардинально меняет фазовую диаграмму  $T_c(d_f)$  сверхрешеток FM/S (рис. 10). Здесь тонкими штриховыми и пунктирными линиями показаны соответственно 00-фазные и  $\pi 0$ -фазные 1D решения, рассмотренные выше (см. рис. 9). Сплошные жирные линии суть результат оптимизации зависимости  $T_c(d_f)$ , обязанный сложной конкуренции 1D и 3D решений как для 00, так и для  $\pi 0$ -фазных состояний ЛОФФ.

Как следует из рис. 10в, при определенных значениях параметров сверхрешетки в поведении функции  $T_c(d_f)$  действительно обнаруживается единичный всплеск критической температуры, обязанный каскаду переходов 3D(00) — 1D( $\pi 0$ ) — 3D( $\pi 0$ ). При более низких значениях  $\sigma_s$  и  $2I\tau_f$  амплитуда всплеска сильно уменьшается, и функция  $T_c(d_f)$  после монотонного спада сразу выходит на плато (рис. 10а). Кроме того, нами предсказываются и новые варианты немонотонного поведения  $T_c(d_f)$ , характерные только для сверхрешеток: возвратная сверхпроводимость в виде отдельного 1D — 3D( $\pi 0$ ) пика (рис. 10б)



**Рис. 10.** Фазовые диаграммы сверхрешеток FM/S при  $l_s/\xi_{s0} = 0,25$  для различных значений параметров 3D теории. Основные обозначения те же, что и на рис. 5. Чистым 1D 00-фазным решениям соответствуют тонкие штриховые, а  $\pi 0$ -фазным — пунктирные линии. Области реализации оптимизированных 00-фазных и  $\pi 0$ -фазных состояний отделены вертикальными штрихпунктирными линиями.

и осцилляционное обращение  $T_c$  в нуль в результате переходов  $3D(00) - 1D(\pi 0) - 3D(\pi 0)$  (рис. 10г). Точки фазовых переходов, в которых период 2D модуляции парной амплитуды вдоль FM/S-границ обращается в бесконечность ( $q_f = 0$ ), соответствуют тройным точкам Лифшица. Таким образом, даже за внешне простым, как на рис. 10а, и наблюдавшимся во многих экспериментах поведением  $T_c(d_f)$  может стоять нетривиальная физика FM/S-систем, заключающаяся в комбинированном (БКШ + ЛОФФ) характере сверхпроводимости и конкуренции 1D и 3D состояний ЛОФФ в FM-слоях.

Одномерные состояния ЛОФФ с ярко выраженными осцилляциями  $T_c(d_f)$ , показанные на рис. 10в тонкими штриховыми линиями, в чистом виде могли бы реализовываться, например, в FM/S-структурах, где FM-слои являются квазиодномерными ферромагнетиками с проводящими нитями, ориентированными перпендикулярно границе раздела. Другая возможность реализации только 1D состояний ЛОФФ заключается в замене FM-слоев квазиодномерными ферромагнитными мостиками (вискерами). В этих случаях появлением 3D состояний с пространственными изменениями парной амплитуды вдоль FM/S-границ можно пренебречь.

Важно отметить, что и для бислоев, и для сверхрешеток появление новых 3D состояний ЛОФФ, наряду с состояниями 1D, предотвращает раннее обращение  $T_c$  в нуль с ростом  $d_f$  и увеличивает площадь сверхпроводящих участков фазовых диаграмм на рис. 5 и 10. Более того, именно конкуренция между состояниями 1D и 3D,

приводящая к мультикритическому поведению фазовых диаграмм, отвечает за немонотонное поведение  $T_c(d_f)$  при одних толщинах F-слоя и отсутствие осцилляций при больших  $d_f$ .

### 3.5. Трехслойная система FM/S/FM

Мы специально рассмотрим этот частный случай ввиду перспективы практических применений модификации сверхпроводящего состояния в такой трехслойке в зависимости от взаимной ориентации намагниченности в ферромагнитных слоях.

Для нахождения критической температуры в трехслойной системе FM/S/FM можно использовать уравнения (3.17) и (3.19), а в уравнении (3.18) величину  $d_s$  нужно заменить на  $d_s/2$ : в двухслойной FM/S-системе S-слой связан только с одним FM-слоем, а в FM/S/FM-системе — сразу с двумя.

Интересно отметить, что рис. 7 и рис. 8а пригодны также и для анализа диаграмм состояний  $T_c(d_s)$  и  $T_c(d_f)$  трехслойных структур FM/S/FM, в которых  $\pi$ -фазная сверхпроводимость невозможна в принципе. Для этого необходимо лишь удалить кривые C ( $\pi 0$ ) и D ( $\pi \pi$ ) с этих рисунков, а  $d_f$  заменить на  $2d_f$ . В частности, рис. 8б с возвратной сверхпроводимостью представляет собой фазовую диаграмму  $T_c(d_f)$  для трислоев FM/S/FM.

Из рисунка 8б следует, что при нашем выборе параметров теории возможно управление сверхпроводимостью трислоев FM/S/FM, а также сверхрешеток с помощью слабого внешнего магнитного поля. Однако, как мы видели выше, у сверхрешеток FM/S значительно больше логически отличных вариантов записи информации по сравнению с трехслойными системами FM/S/FM.

Таким образом, трехслойные системы FM/S/FM, обсуждавшиеся ранее в работах [90, 91], являются частным случаем изложенной выше теории для сверхрешеток. Более того, в указанных работах считалось, что AFS-состояние имеет более высокую  $T_c$ , чем FS-состояние, при любой толщине S-слоя  $d_s$ , хотя оценки зависимости  $T_c(d_s)$  проводились только в куперовском пределе ( $d_s \ll \xi_s$ ). Выше мы показали, что состояние AFS доминирует только при  $d_s$ , меньших порогового значения  $d_s^\pi$  (см. рис. 7). В противоположном случае уже FS-состояние имеет более высокую критическую температуру. Напомним, что в нашем случае  $d_s \geq d_s^c \approx 0,4\xi_{s0} > \xi_s \approx 0,3\xi_{s0}$ .

Тем не менее впервые идея создания подобных переключателей тока с двумя возможными состояниями была предложена именно для трехслойных систем FM/S/FM Буздиным, Ведяевым, Рыжановой [90] и Тагировым [91]. При этом направление намагниченности в одном из FM-слоев фиксировалось за счет магнитной связи с еще одним внешним F-слоем, т.е. фактически предлагалась система F/FM/S/FM. Слабое внешнее поле  $H_{\text{coer}} < H < H_p$  переводило систему из AFS-состояния в FN-состояние.

Заканчивая рассмотрение переключателей сверхпроводящего тока, отметим еще несколько более ранних работ, посвященных подобным устройствам с одним каналом записи и работающими на переходе из сверхпроводящего в нормальное состояние. В работе [92] была предложена экспериментальная модель прибора на основе системы FM/I/S, в котором сверхпроводимость подавлялась за счет краевых магнитных полей, возни-

кающих из-за специальной геометрии переключателя. Трехслойное устройство  $F'/F''/S$ , в котором слабое магнитное поле меняло направление намагниченности во внутреннем, достаточно тонком  $F''$ -слое, теоретически исследовалось в работе [93]. При изменении взаимного упорядочения намагниченностей  $M'$  и  $M''$  с антипараллельного на параллельное устройство переходило из  $S$  в  $N$  состояние.

До сих пор мы рассматривали мультислои  $F/S$  с конкретными фазовыми соотношениями между двумя соседними  $F$ -слоями  $\chi = 0, \pi$  (см. соотношения (3.28) и (3.30)). В работе [94] исследовалось взаимодействие между сверхпроводящим и магнитным ПП, когда угол  $\chi$  между намагниченностями в двух соседних  $F$ -слоях произволен. Для  $FM/S/FM$ -системы в случае грязного сверхпроводника решались уравнения Узаледа с упрощенными граничными условиями, соответствующими высокой прозрачности границ. Когда отношение проводимостей металлов в нормальном состоянии  $\bar{\sigma}_{s,f}$  мало ( $\gamma = \bar{\sigma}_f/\bar{\sigma}_s \ll 1$ ), краевая задача приводит к следующему уравнению на  $T_c$ :

$$\ln \frac{T_c}{T_{cs}} = \Psi\left(\frac{1}{2}\right) - \operatorname{Re} \Psi\left[\frac{1}{2} + \frac{d^*}{d_s} \frac{T_{cs}}{T_c} \left(1 + i \cos \frac{\chi}{2}\right)\right], \quad (3.33)$$

где  $d^*$  — характерная длина:

$$d^* = \frac{\gamma D_s}{4\pi T_{cs}} \sqrt{\frac{I}{D_f}}.$$

В частном случае  $\chi = 0$  (параллельная ориентация намагниченностей) и  $\chi = \pi$  (антипараллельная ориентация) из уравнения (3.33) следует ранее полученный результат [90]: для антиферромагнитной ориентации  $T_c$  оказывается выше. Численное решение уравнения (3.33) показывает, что  $T_c$  при промежуточных  $\chi$  плавно переходит от одного предела к другому, так что  $T_c(0) < T_c(\chi) < T_c(\pi)$ . Другой результат, следующий из уравнения (3.33) — определение критической толщины  $d_s^c$ , при которой сверхпроводимость исчезает ( $T_c = 0$ ):

$$\frac{d_s^c}{d^*} = \exp\left[-\Psi\left(\frac{1}{2}\right) + \operatorname{Re} \ln\left(1 + i \cos \frac{\chi}{2}\right)\right]. \quad (3.34)$$

Согласно этой формуле,  $d_s^c$  плавно уменьшается при возрастании угла, т.е. при антиферромагнитной ориентации сверхпроводимость более устойчива по отношению к разрушающему эффекту близости  $FM$ -слоя.

В другом случае, когда параметр  $\gamma = 1$ , сверхпроводимость сохраняется только при малых толщинах  $d_f$ . Исследование [94] показывает, что и в этом случае антиферромагнитная ориентация вместе с  $\pi$ -фазной сверхпроводимостью энергетически более выгодна.

В работе [94] этот же вывод следует при рассмотрении других систем —  $FM/S$ -сверхрешеток с атомными слоями. Примером таких систем может считаться слоистый сверхпроводник — рутенат  $RuSr_2GdCu_2O_8$ , в котором магнитный фазовый переход происходит при  $T_m \approx 130-140$  К, а сверхпроводящий — при  $T_c \approx 30-40$  К. Можно предположить, что  $CuO$ -слои ответственны за сверхпроводимость, а в слоях  $Gd$  реализуется ферромагнитное упорядочение, причем намагниченности соседних слоев антипараллельны. Таким образом, этот рутенат мог бы реализовать атомную сверхрешетку с  $\pi$ -фазной сверхпроводимостью и  $\pi$ -фазным магнетизмом (см., например, статью [95] и ссылки в ней). Однако недавние

нейтроннографические исследования [12] показали, что антиферромагнитное упорядочение в нем возникает во всех трех направлениях. Возможно, что атомная  $FM/S$ -сверхрешетка реализуется в других рутенатах с большим числом рутениевых слоев.

### 3.6. Дальнейшее развитие теории

До сих пор в вопросе о взаимодействии сверхпроводящего состояния с типом магнитного упорядочения между ферромагнитными слоями мы не учитывали обменную связь между поверхностными атомами  $FM$ -слоев, которая устанавливается через электроны проводимости  $S$ -слоя. В полной мере этот вопрос будет рассмотрен в разделе 5 в связи с изучением  $FI/S$ -структур, состоящих из слоев ферромагнитного диэлектрика и сверхпроводника. Там будет детально рассмотрена проблема косвенного взаимодействия локализованных спинов через электроны проводимости в сверхпроводнике на основе фундаментальных исследований [78, 80, 87].

Возвращаясь к вопросу о магнитном упорядочении в  $FM/S$ -структурах, отметим, что механизм установления какого-либо магнитного порядка здесь чисто корреляционный. Тип магнитного порядка определяется минимизацией свободной энергии всей  $FM/S$ -структуры. Например, для трехслойной системы  $FM/S/FM$ , как мы видели, антиферромагнитная ориентация намагниченностей  $FM$ -слоев оказывается энергетически более выгодной, чем ферромагнитная. Такой подход должен быть дополнен включением косвенного взаимодействия  $FM$ -слоев через электроны проводимости  $S$ -слоя.

Для  $FM/N/FM$ -системы, состоящей из двух ферромагнитных слоев, разделенных нормальным металлом, косвенное  $FM-FM$ -взаимодействие имеет характер модифицированного РККИ-взаимодействия [96]. Для  $FM/S/FM$ -систем было проведено исследование для нуля температуры численными методами [97]. В недавней работе [98] проблема рассматривалась для конечных температур аналитически, с использованием метода функционального интегрирования, при следующих допущениях: 1) косвенное взаимодействие между  $FM$ -слоями существует, когда разделяющий их сверхпроводник находится в нормальном состоянии; 2) сверхпроводимость не подавляется из-за эффектов близости к ферромагнитным слоям; 3) граница  $FM/S$ -контакта гладкая. Второе из этих условий требует, чтобы ферромагнитный слой был слабым ферромагнетиком. Для модели, в которой

$$T_m \gg T_c, \quad J_{sd} \langle S^z \rangle \ll 2\pi T_c, \quad d_f \gg d_s, \quad p_F d_s \gg 1, \quad (3.35)$$

где  $p_F$  — фермиевский импульс для  $S$ -металла, получена следующая асимптотика косвенного обменного взаимодействия между  $FM$ -слоями:

$$H_{\text{eff}} \sim J_{sd}^2 N(0) \frac{\cos 2p_F d_s}{(2p_F d_s)^2} \begin{cases} \exp\left(-\frac{d_s}{\xi_s}\right), & T \rightarrow 0, \\ \exp\left(-\frac{d_s}{\lambda_T}\right), & T \sim T_c. \end{cases} \quad (3.36)$$

Таким образом, величина  $H_{\text{eff}}$  контролируется длиной когерентности  $\xi_s$  при низких температурах и термической длиной  $\lambda_T = v_s/\pi T_c$  в окрестности  $T_c$  (включая область  $T > T_c$ ). Осцилляции эффективного взаимодействия имеют период  $\pi/p_F$ , как и для РККИ-взаимодей-



ствия, но они спадают с расстоянием по закону  $\sim (p_F d_s)^{-2}$  вместо  $\sim (p_F d_s)^{-3}$ , как это имеет место для косвенного взаимодействия между локализованными моментами. Замечательно, что вблизи  $T_c$  не происходит радикального изменения  $H_{\text{эф}}$ , и формула (3.36) при  $T \approx T_c$  согласуется с расчетами [96] для FM/N/FM-системы. Такие осцилляции в FM/N/FM-системе уже наблюдались экспериментально [99]. Для экспериментального наблюдения осцилляций в FM/S/FM-системах были предложены структуры, состоящие из высокотемпературных сверхпроводников и магнетиков с колоссальным магнетосопротивлением [98].

Исследуя взаимодействие магнитного и сверхпроводящего состояния в FM/S-системах, мы предполагали, что состояние отдельного FM-слоя ферромагнитное. В то же время уже ранние исследования [2] показали, что минимуму энергии системы в однородном сверхпроводнике отвечает криптоферромагнитная (CF) фаза с пространственной модуляцией магнитного момента. Притыш обменной энергии (при положительном знаке обменного интеграла) компенсируется выигрышем энергии за счет образования сверхпроводящего состояния, таким образом, по крайней мере при условии, что период CF-структуры много меньше размера куперовских пар ( $Q_0^{-1} \ll \xi_s$ ) CFS-фаза оказывается стабильной, при этом действие парамагнитного эффекта ослабляется из-за усреднения спиновой поляризации на длине когерентности  $\xi_s$ .

В неоднородном сверхпроводнике (FM/S-контакт) криптоферромагнитное состояние в FM-слое оказывается также стабильным. Недавно детальное исследование возможности существования этого состояния в FM/S-контакте было проведено при условиях, соответствующих эксперименту, а именно, при выполнении неравенств

$$l_s \ll \xi_s, \quad d_f \ll a_f, \quad I_{\text{т}} \gtrsim 1, \quad (3.37)$$

означающих, что имеется грязный сверхпроводник и тонкий, достаточно чистый ферромагнитный слой. Последнее условие означает, что для FM-слоя нельзя пользоваться уравнениями Узаделя, как для S-слоя, а следует писать уравнения Эйленберга [71].

Соответствующая краевая задача с уравнениями Узаделя для сверхпроводника и уравнениями Эйленберга для ферромагнетика была решена в работе [100], где вычислялась свободная энергия такого контакта как функция волнового вектора модуляции  $q$ . В предположении, что  $q$  мало, получено разложение энергии по степеням  $q$ . Равенство нулю коэффициента при  $q^2$  (при положительном знаке коэффициента для  $q^4$ ) определяет границу между CF- и F-фазами. Анализ показывает, что появлению CF-фазы благоприятствуют малые значения обменного интеграла  $J$  и малая толщина FM-слоя (при достаточно больших значениях обменного поля  $I$ ). Разумеется, криптоферромагнетизм должен возникать не только в контакте, но и в решетке, включая и  $\pi$ -фазное магнитное упорядочение. Это явление в деталях будет изучено в разделе 5, в котором рассматриваются слоистые системы из диэлектрических магнитных и сверхпроводящих слоев на основе работ, выполненных одним из авторов [78, 79].

Обратим внимание на ряд работ [101, 102], в которых исследуются особенности плотности состояний в ферромагнитном металле, находящемся в контакте со сверх-

проводником. Функция Узаделя для FM-слоя является осциллирующей и затухающей функцией расстояния от поверхности раздела FM/S:

$$F_f(z, \omega) = \frac{A}{\sqrt{A^2 + \omega^2}} \exp k_\omega z \quad (z < 0), \quad (3.38)$$

где

$$k_\omega = \sqrt{\frac{2(\omega + iI)}{D}}, \quad \text{Re } k_\omega > 0.$$

Поскольку нормальная функция Грина  $G_f$  и аномальная  $F_f$  для уравнений Узаделя связаны известным соотношением  $G_f^2 + F_f \bar{F}_f = 1$ , легко получить выражение для плотности состояний в F-слое [101]:

$$\begin{aligned} N_f(z, \omega) &= N_f \text{Re } G_f(\omega) = \\ &= N_f \text{Re} \sqrt{1 - \frac{D^2}{D^2 - \omega^2} \exp \left[ 2z(1+i) \sqrt{\frac{I+\omega}{D}} \right]}. \end{aligned} \quad (3.39)$$

Плотность состояний  $N_f(z, \omega)$  электронов с противоположным спином получается из (3.39) заменой  $I \rightarrow -I$ . Выражение  $N_f(z, \omega) = N_f + N_f$  определяет локальную плотность состояний в ферромагнитном металле.

Из формулы (3.39) видно, что  $N_f(z, \omega)$  сильно меняется с расстоянием от F/S-границы в пределах нескольких единиц длины когерентности  $\xi_f \sim \sqrt{D/2I}$ , причем характер этой зависимости определяется величиной частоты  $\omega$ . При фиксированном расстоянии  $z$  величина  $N_f(z, \omega)$  не монотонно зависит от энергии, а именно, появляется резкий пик при энергиях  $E_f \pm I$ . Этот пик остается весьма заметным на расстояниях  $|z| \gg \xi_f$ . Таким образом, при указанных энергиях эффект близости становится дальнедействующим.

В работе [102] решалась в каком-то смысле обратная задача о влиянии ферромагнитного слоя на плотность одночастичных состояний сверхпроводящего металла. Оказалось, что плотность  $N_s(\omega)$  спин-поляризована, так же как и в ферромагнитном металле. Это происходит за счет эффекта близости со стороны ферромагнетика.  $N_s(\omega)$  имеет обычную БКШ-сингулярность при  $\omega = \pm A_0(T)$ , однако высота соответствующих пиков уменьшается с ростом  $I$ . Кроме того, имеется другая сингулярность, обусловленная присутствием истинной щели  $\Delta_s(T)$  в системе.

## 4. FM/S-системы: обзор экспериментальной ситуации, сравнение теории и эксперимента

### 4.1. Краткий обзор экспериментов

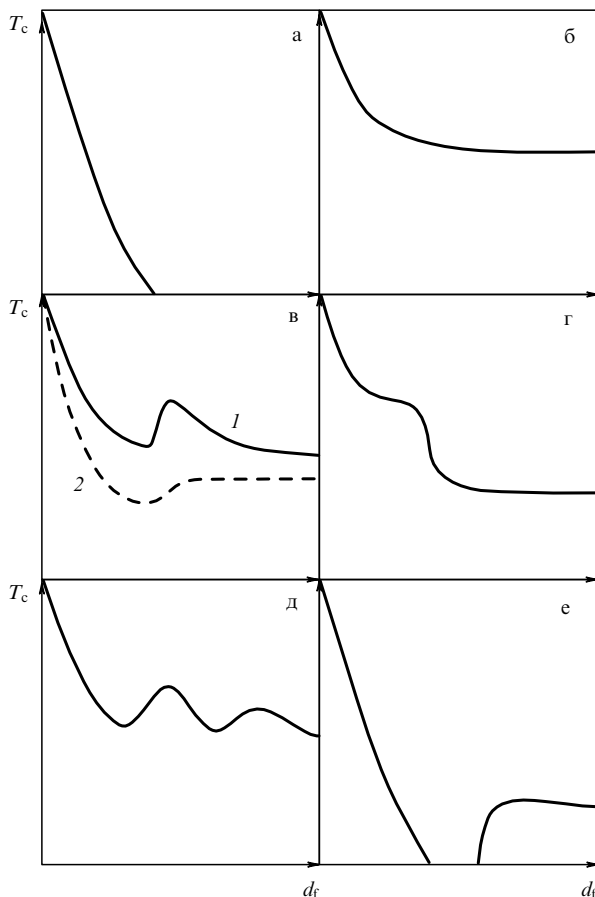
Экспериментальное изучение эффекта близости в искусственно созданных системах, состоящих из слоев ферромагнитного и сверхпроводящего металлов, началось с пионерской работы Хаузера, Тейерера и Вертхамера [30]. Для создания двухслойных сэндвичей FM/Pb они использовали метод управляемого радиочастотного напыления (rf sputtering, rfS). Начиная с 80-х годов, появляются новые работы [31–60].

На рисунке 2 схематически представлены многослойные структуры, изучаемые в экспериментах. Особенности экспериментальной процедуры приготовления многослойных систем FM/S можно найти как в цитируемых

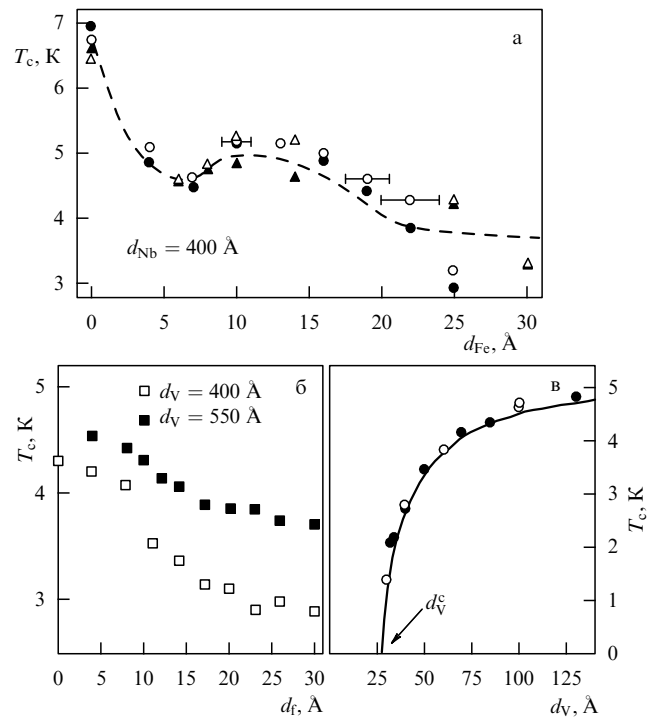
работах, так и в прекрасном обзоре Джина и Кеттерсона [29]. Для создания FM-прослоек использовались Fe, Co, Gd, Ni — металлы, у которых температура Кюри  $T_m$  много больше температуры сверхпроводящего перехода S-металлов Nb, Pb, V.

В таблице 1 сведены основные результаты экспериментов по изучению многослойных систем FM/S. В таблице 2 представлены аналогичные результаты для случая, когда один из металлов заменялся сплавом и изучались, в основном, концентрационные зависимости.

Среди всех возможных экспериментальных параметров и зависимостей (см. табл. 1, 2) наиболее интересна, по всей видимости, зависимость критической температуры многослойной FM/S-системы от толщины FM-слоя  $d_f$  и S-слоя  $d_s$ . Эксперименты показывают достаточно большое разнообразие зависимостей  $T_c(d_f)$  при фиксированном  $d_s$ , в том числе и достаточно неожиданные, на первый взгляд, немонотонные зависимости и явление возвратной сверхпроводимости. На рисунке 11 представлены основные типы экспериментальных зависимостей критической температуры  $T_c$  от толщины FM-слоя. Несколько экспериментальных зависимостей критической температуры воспроизведено на рис. 12 и ниже на рис. 13, 14. Зависимость  $T_c(d_s)$ , напротив, носит вполне



**Рис. 11.** Схематическое представление типов зависимостей критической температуры  $T_c$  от толщины FM-слоя  $d_f$ , наблюдаемые в экспериментах на многослойных FM/S-системах: быстрый монотонный спад до нуля (а); быстрый начальный спад с дальнейшим монотонным выходом на плато (б); выход на плато через локальный минимум (два варианта) (в); монотонный спад с острым срывом (г); осцилляции (два и более локальных минимума) (д); возвратная сверхпроводимость (е).



**Рис. 12.** Экспериментальные зависимости критической температуры  $T_c$  от толщины FM-слоя ( $d_f$ ) и S-слоя ( $d_s$ ). Различные символы соответствуют различным образцам и методам измерения. (а) Немонотонная зависимость  $T_c(d_f)$  для трехслойной системы Fe/Nb/Fe [42], штриховая линия проведена авторами работы [42] для удобства восприятия. (б, в) Две зависимости для сверхрешетки Fe/ $V_{0.34}Fe_{0.66}$  [44]: выход на плато зависимости  $T_c(d_f)$  (б); типичная зависимость  $T_c(d_s)$  (сплошная линия — результат подгонки авторами работы [44] с помощью теории из [61, 62]) (в).

ожидаемый характер монотонного спада с уменьшением  $d_s$  (рис. 12в и рис. 14б).

Более подробно мы рассмотрим различные аспекты зависимостей критической температуры от толщины в следующих разделах, а пока обсудим другие параметры FM/S-систем как вошедшие в табл. 1, 2, так и не вошедшие.

При приготовлении FM/S-систем различные технологические, металлургические, химические эффекты приводят к тому, что многослойные системы, имеющие даже одинаковые компоненты, могут сильно отличаться по свойствам. Следуя обзору [29], назовем некоторые из таких эффектов:

- взаимная диффузия и растворимость, приводящие к появлению промежуточного слоя между S- и F-металлами и ухудшению качества границы. В этом смысле в лучшую сторону выделяются мультислои FM/S на основе Nb и редкоземельных F-металлов, которые практически не смешиваются с Nb. Поэтому могут быть выращены очень чистые контакты Nb/FM с резкой границей [40]. То же самое можно сказать про границу между Pb и Fe [30, 51, 56], в отличие, например, от систем на основе Nb и Fe, хорошо растворяющихся друг в друге. Качество переходного слоя в таких многослойных системах зависит от метода приготовления [51];

- появление оксидной прослойки и проблема необратимости (зависимость критической температуры  $T_c$  от порядка напыления металлов);

- возможность электрохимической реакции компонентов слоистых структур и влияние отжига;

— зависимость критической температуры от материала подложки, в качестве которых использовались стекло на основе платинового сапфира [30], сапфир [31, 32, 37, 46, 47], кремний [39–41, 44, 48, 54, 55, 58, 59],  $\text{Al}_2\text{O}_3$  [42, 45, 50–52, 56, 57],  $\text{MgO}$  [49], кварцевое стекло [43].

Кроме сверхпроводящих свойств FM/S-систем, т.е. критической температуры  $T_c$ , параллельного ( $H_{c2\parallel}$ ) и перпендикулярного ( $H_{c2\perp}$ ) верхних критических полей, достаточно подробно изучались магнитные свойства FM-слоев, такие как намагниченность  $M$  и температура Кюри  $T_m$ . Для этого использовались магнитооптический эффект Керра, ферромагнитный резонанс (ФМР) и СКВИД-магнитометрия. Например, в работе [52] было обнаружено, что эффективная намагниченность в слое Fe понижается при переходе слоя Nb в сверхпроводящее состояние (см. также [100]). В работе [37] для трислоев Nb/Gd/Nb с помощью магнитооптического эффекта Керра было показано, что температура Кюри FM-прослойки понижалась с ее толщиной: 255 К ( $d_f = 34 \text{ \AA}$ ), 220 К ( $d_f = 25 \text{ \AA}$ ), 140 К ( $d_f = 20 \text{ \AA}$ ), и при толщине  $d_f \lesssim 15 \text{ \AA}$  ферромагнитное упорядочение не наблюдалось. Существование такой критической толщины FM-слоя  $d_f^m$  наблюдалось и в других FM/S-системах (см. табл. 1 и 2). В частности, в работе [36] для V/FM-систем было показано, что намагниченность  $M$  FM-слоев линейно уменьшается с толщиной  $d_f$  и обращается в нуль при  $d_f^m$ .

Естественно, что развитая выше теория (раздел 3) применима лишь к многослойным системам с  $d_f > d_f^m$ . Поэтому, например, резкий срыв кривой  $T_c(d_f)$  (рис. 11г) не может быть получен в рамках данной теории, поскольку он чаще всего ассоциируется именно с переходом FM-слоя в ферромагнитное состояние при  $d_f \approx d_f^m$  (см., например, работу по сверхрешетке Nb/Fe [49] и соответствующий срыв при  $d_{\text{Fe}}^m \approx 16 \text{ \AA}$ ).

В создании переходного слоя на границе S/FM участвует еще и несовпадение параметров решеток контактирующих металлов (от 2 до 18%), зависящее от взаимной ориентации их кристаллографических осей. Как показывают кристаллографические исследования, это проявляется на протяжении 1–3 атомных плоскостей (ар) с каждой стороны [36, 37, 47, 57]. В работе [44] выбор системы Fe/ $\text{V}_{1-x}\text{Fe}_x$  обусловлен не только тем, что удобно смотреть за изменением величины эффективного магнитного момента на один атом Fe в зависимости от  $x$  (см. табл. 2), а также тем, что эти металлы обладают минимальным разупорядочением на границе, сходящим на нет через 2 атомные плоскости с каждой стороны, поскольку для чистых металлов разница постоянных решетки не превышает 5%.

Измерения перпендикулярного и параллельного критических магнитных полей дают дополнительную информацию о длине когерентности в системе. Достаточно толстые FM-прослойки не могут обеспечить когерентную связь S-слоев (см. обсуждение рис. 4). Такие FM/S-образцы во всем диапазоне температур ведут себя как двумерные сверхпроводящие пластины, что описывается известной 2D зависимостью  $H_{c2\parallel}$ :

$$H_{c2\parallel}(T) = H_{c2\parallel}(0) \sqrt{1 - \frac{T}{T_c}}. \quad (4.1)$$

В этом случае говорят о несвязанном (decoupled) характере сверхпроводимости. В системах с более тонкими

FM-слоями при  $T \lesssim T_c$  сверхпроводимость имеет связанный (coupled) характер: связь S-слоев существует, и сверхрешетка ведет себя как массивный сверхпроводник, что описывается 3D зависимостью  $H_{c2\parallel}$ :

$$H_{c2\parallel}(T) = H_{c2\parallel}(0) \left(1 - \frac{T}{T_c}\right). \quad (4.2)$$

Именно в этом случае при понижении  $T/T_c$  во многих работах [31, 35, 39, 41, 42, 48, 57] по  $H_{c2\parallel}(T)$  наблюдался 3D–2D кроссовер. Отметим, что зависимость  $H_{c2\perp}$  от температуры подчиняется в основном "трехмерному" соотношению

$$H_{c2\perp}(T) = H_{c2\perp}(0) \left(1 - \frac{T}{T_c}\right). \quad (4.3)$$

Найденное в экспериментах значение  $H_{c2\perp}(0)$  позволяет в рамках теории Гинзбурга–Ландау оценить длину когерентности Гинзбурга–Ландау  $\xi_{\text{GL}}$

$$\xi_{\text{GL}}(0) = \sqrt{\frac{\phi_0}{2\pi H_{c2\perp}(0)}} \quad (4.4)$$

(где  $\phi_0$  — квант магнитного потока) и найти важный параметр теории эффекта близости — длину когерентности  $\xi_s$ :

$$\xi_s = \frac{2\xi_{\text{GL}}(0)}{\pi}. \quad (4.5)$$

С другой стороны,  $\xi_s$  можно оценить из  $l_s$ , найденной из сопротивления S-слоев в нормальной фазе. В грязном пределе эта связь выглядит следующим образом:

$$\xi_s = \left(\frac{\hbar D_s}{2\pi k_B T_{cs}}\right)^{1/2} = \left(\frac{l_s \xi_{s0}}{3,4}\right)^{1/2}. \quad (4.6)$$

Отметим, что дополнительную сложность при интерпретации экспериментальных результатов вносит зависимость параметров даже изолированной пленки от ее толщины. Например, в работе [58] было показано, что при изменении толщины пленок Nb от 560 до 1500  $\text{\AA}$  критическая температура  $T_{cs}$  меняется от 5,8 до 8,5 К, оставаясь меньше критической температуры массивного образца  $T_c^{\text{bulk}} = 9,2 \text{ К}$ . Эксперименты по измерению сопротивления в такой же системе [57] показали, что при изменении  $d_s = 100–460 \text{ \AA}$  длина когерентности  $\xi_s$  менялась от 50 до 80  $\text{\AA}$ , при этом из измерения критического поля  $H_{c2\parallel}$  следовали близкие оценки  $\xi_s = 57,7–66 \text{ \AA}$ . Измерения же  $H_{c2\perp}$  при  $d_s = 400–460 \text{ \AA}$  давали  $\xi_s = 116–133 \text{ \AA}$ . Эти данные лишний раз подчеркивают степень анизотропии изучаемой системы.

В заключение этого раздела отметим работы [54, 55], не включенные в таблицы, где в сверхрешетке Nb/F роль ферромагнетика выполняло спиновое стекло  $\text{Cu}_{1-x}\text{Mn}_x$  (при  $x = 0,7–4,5\%$  и  $7,5\%$ ) и наблюдались зависимости  $T_c(d_f)$  [55] типа кривой на рис. 11а и кривой 2 на рис. 11в.

#### 4.2. Зависимость критической температуры от толщины FM- и S-слоев и других параметров теории

В основном для интерпретации экспериментальных данных по зависимостям  $T_c(d_f)$  и  $T_c(d_s)$  использовалась теория Буздина–Радовича [61, 62] (см., например, [36, 37, 39, 40, 46, 48, 49, 51, 55–57]). Напомним, что немонотонность  $T_c(d_f)$  в этой теории возникает как следствие

Таблица 1. Сводная таблица экспериментальных результатов по FM/S- структурам

<i>n</i> - Объект (S/FM) Литература	$d_s, \text{Å}$	$d_f, \text{Å}$	Метод	$T_c(d_f)$	$T_c(d_s)$	$M$	$T_{\text{ess}}, \text{K}$	$\xi_{90}, \text{Å}$	$\xi_s, \text{Å}$	$I_s, \text{Å}$	$T_c, \text{K}$	$d_f^m, \text{Å}$	$H_{c2}$	$d_g^c, \text{Å}$
2- Nb/Fe [50]	260–615	0–25	MBE	г		+	8,5	400	270–330	250–375		5		
2- Nb/Fe [50]	260	7–23	MBE	г		+	8,5	400	270–330	250–375		5		
2- Nb/Fe [52]	220–250	4–26	MBE	г		$M(d_f)$			180	250				
3- Fe/Nb/Fe [42]	350, 400, 450	0–30	rFS	?		+	7					7		
3- Fe/Nb/Fe [42]	200, 400	1,5–300	rFS	б		+	7						+	
3- Fe/Nb/Fe [45]	300–800	0–30	rFS	+	+	$M(d_f)$	7					7	+	
3- Fe/Nb/Fe [45]	400	0–30	rFS	в					60–68(1S), 87(F/S/F)	29				
3- Fe/Nb/Fe [45]	450	0–12	rFS	б										
3- Fe/Nb/Fe [45]	300–800	7, 16	rFS											~ 305
3- Fe/Nb/Fe [57]	200	3–40	eBE	б		+						4	+	
<i>n</i> - Nb/Fe [34]	0–50	0–50				$M(d_s)$						3,5		
<i>n</i> - Nb/Fe [35]						+								
<i>n</i> - Nb/Fe [38]				б					80?					
<i>n</i> - Nb/Fe [49]	400	2–34	MBE	г(б)		+						16	+	
<i>n</i> - Nb/Fe [49]	250–670	25	MBE		+	+	9,15		82					~ 315
<i>n</i> - Nb/Fe <sub>1</sub> N [46]	0–200	11–28			+	$M(d_s)$	17		50				+	~ 100
3- Co/Nb/Co [58]	560–1500	20	dcMS				9,2	500						
3- Nb/Co/Nb [58]	560–1500	10, 25, 40	dcMS			+	9,2	500				4	+	
<i>n</i> - Nb/Co [43]	200, 400	1,5–300	rFS	б		$M(d_f)$	8,5						+	
<i>n</i> - Nb/Co [53]	400	2–100	rFS	д		$M(d_f)$						7		
<i>n</i> - Nb/Co [59]	500	18–42	MBE	д			9,52						+	
2- Nb/Gd [37]	168	4–40	eBE	г				420			> 1,5	12–15		
3- Nb/Gd/Nb [37]	188–350	34	eBE		+		8,57	420	78–90		> 1,5		+	~ 165
3- Nb/Gd/Nb [37]	191	4–40	eBE	б			8,57	420	78–79,5		> 1,5	12–15		
3- Nb/Gd/Nb [37]	154–180	4–40	eBE	г				420			> 1,5	12–15		
3- Nb/Gd/Nb [41, 48]	250	0–50	dcMS	в									+	
<i>n</i> - Nb/Gd [37]	360, 500, 700	34	eBE		+		8,57	420	80–108		> 1,5		+	~ 330
<i>n</i> - Nb/Gd [40, 48]	81–600–(5000)	5–55	dcMS	в		+	8,8	407			> 0,05	> 12		200–350
	500								115–130	110–141				
	600								145					

Таблица 1 (продолжение)

<i>n</i>	Объект (S/FM) Литература	$d_s$ , Å	$d_f$ , Å	Метод	$T_c(d_f)$	$T_c(d_s)$	$M$	$T_{cs}$ , К	$\xi_{90}$ , Å	$\xi_s$ , Å	$I_s$ , Å	$T_c$ , К	$d_f^m$ , Å	$H_{c2}$	$d_s^c$ , Å
<i>n</i>	Nb/Ni [47]	0–234	18,7	dcMS		+	$M(d_s)$	9,2(6,3?)		80					~100
<i>n</i>	Nb/Ni [47]	87	0–19,2	dcMS	r(6)		$M(d_f)$			80		> 1	14		~300
2-	Pb/Fe [30]	275–1200	1000	dcMS		+	+	7,2							~350
2-	Pb/Fe [56]	375–1500	30	rFS		+	+						8	+	~350
3-	Fe/Pb/Fe [56]	730, 620	0–52	rFS	в		+	7,1	830	170	230			+	~700
3-	Fe/Pb/Fe [56]	740–3000	30	rFS		+	+								
3-	Fe/Pb/Fe [51]	620	4–30	rFS	а		+		830	200	200				
<i>n</i>	Pb/Fe [33]														
2-	Pb/Gd [30]	220–1200	80	rFS		+		7,2				> 1			~250
2-	Pb/Ni [30]	350–1200	50	rFS		+		7,2				> 1			~350
3-	V/Pb/V [60]	335	0–35		е			5,3	435	130		> 0,5			
<i>n</i>	V/Fe [31]	(84–400)ap	(0–30)ap	MBE	б(в)	+			440			> 1,9		+	
<i>n</i>	V/Fe [31]	(297–400)ap	(0–30)ap	MBE	в	+			440			> 1,9		+	
<i>n</i>	V/Fe [31]	102ap	(0–30)ap	MBE	а	+			440			> 1,9		+	
<i>n</i>	V/Fe [36]	100–1000	6–60	dcMS	а	+		5,1		88,5		> 1,4	2	+	~280
<i>n</i>	V/Fe [36]	400	6–60	MBE	а	+		5,1		88,5		> 1,4	2		
<i>n</i>	V/Fe [39]	100–1000	5–60	dcMS						88,5		> 1,4	1		280
<i>n</i>	V/Fe [44]	250–1500	0–30	dcMS	в	+	+	5,1		88		> 1,5	1		280
<i>n</i>	V/Co [39]	100–1000	10–50	dcMS		+	+	5,11		78		> 1,4	4	+	230
<i>n</i>	V/Co [43]	220, 400	1,5–300	rFS	б		$M(d_f)$	4,2						+	
<i>n</i>	V/Co [53]	400	2–100	rFS	д		$M(d_f)$						7	+	
<i>n</i>	V/Ni [32]	306, 518	7–25	dcMS				5,4		400				+	
<i>n</i>	V/Ni [39]	100–1000	10–50	dcMS		+	+	5,11		70–77		> 1,4	8	+	190

Здесь "2," — бислой, "3," — трислой, "n," — сверхрешетка, ap — атомные плоскости; аббревиатура метода изготовления FM/S-системы соответствует английским названиям: MBE — molecular beam epitaxy (молекулярно-лучевая эпитаксия); eBE — electron-beam evaporation (электронно-лучевое напыление); rFS — rf sputtering (высокочастотное напыление); dcMS — dc magnetron sputtering (высокочастотное напыление на постоянном токе). Буквы а–е в графе  $T_c(d_f)$  соответствуют рис. 1; знак "+" говорит о проведении соответствующих измерений в данной работе;  $M$  — намагниченность;  $T_c$  — интервал температур, в котором проводились измерения;  $d_f^m$  — критическая толщина FM-слоя (при  $d_f < d_f^m$  FM-слой не ферромагнитен);  $H_{c2}$  — верхнее критическое поле;  $d_s^c$  — критическая толщина S-слоя (при  $d_s < d_s^c$  образец не обладает сверхпроводимостью).

**Таблица 2.** Экспериментальные результаты по FM/S-структурам со сплавами ( $T_m$  — температура Кюри;  $\mu_f$  — средний атомный магнитный момент, остальные обозначения соответствуют табл. 1)

<i>n</i>	Объект (S/FM)	Литература	<i>x</i>	$d_s, \text{Å}$	$d_f, \text{Å}$	Метод	$T_c(dt)$	$T_c(d_s)$	<i>M</i>	$T_{es}, \text{K}$	$\xi_s, \text{Å}$	$T_c, \text{K}$	$d_f^m, \text{Å}$	$H_{c2}$	$d_s^c, \text{Å}$	$T_m(d_f), \text{K}$	$\mu_f(d_f), \mu_B$			
<i>n</i>	V/Fe <sub>x</sub> V <sub>1-x</sub>	[39, 44]	1	100–1500	0–60	dcMS	в	+	+	5,1	88	> 1,4	1		280		2			
			0,88	250–1500	0–30	dcMS	а	+	+	5,1				3		320		1,74		
			0,77	250–1500	0–30	dcMS	б	+	+	5,1				2		350		1,57		
			0,53	100–1500	0–30	dcMS	б	+	+	5,1				2	+	340		1		
			0,38	100–1500	0–60	dcMS	б	+	+	5,1				> 1,4	3	+	300		0,39	
			0,34	250–1500	0–30	dcMS	б	+	+	5,1				> 1,5	4		280		0,25	
			0,65	400	2–100	rfS	а					9,4	46		7					
<i>n</i>	Nb <sub>x</sub> Ti <sub>1-x</sub> /Co	[53]	0,28	400	2–100	rfS	а			10,2	32		7							
			1	200	3–40	eBE	б			+	9–9,2		4	+						
3-	Nb/Fe <sub>x</sub> Pb <sub>1-x</sub> /Nb	[57]	0,4	200	3–50	eBE	б		+											
			0,2	200	3–80	eBE	в		+											
			0,13	200	3–80	eBE	в		+											
			0,05	200	3–60	eBE	б		+											
			0,01	200	3–60	eBE	б		+											
			0,0	200	3–80	eBE	б		+											
			0,01	100–1200	300	rfS			+			7,2		> 1			50–200			
2-	Pb/Gd <sub>x</sub> Pb <sub>1-x</sub>	[30]	0,029	0–1000	5200	rfS		+		7,2	> 1			нет						

конкуренции сверхпроводимости 0- и  $\pi$ -типов, которая имеет место в сверхрешетках. Однако немонотонность экспериментально наблюдалась и на трехслойных системах FM/S/FM, для которых  $\pi$ -фазная сверхпроводимость в принципе невозможна. Кроме того, значения подгоночных параметров часто не согласуются с известными характеристиками исследуемых металлов (см., например, [56]), поэтому ниже для описания экспериментов мы будем использовать более общие формулы, приведенные в разделе 3.

Согласно теории, развитой в разделе 3, необходимо задать следующие параметры системы:  $l_s/\xi_{s0}$  — приведенная длина свободного пробега в грязном сверхпроводнике (или  $\xi_s/\xi_{s0}$ , см. связь между ними (4.6)),  $\sigma_s$  — прозрачность S/FM-границы (см. также (3.9) и (3.14)), параметр  $2l\tau_f (= l_f/a_f)$ , в котором одновременно учитывается величина обменного расщепления и степень загрязненности FM-слоя, параметр  $n_{sf} = v_s N_s / v_f N_f$  (см. (3.14)), а также длина спиновой жесткости  $a_f$  (см. определение в разделе 2.3).

Исследование изменения характера поведения кривой  $t(d_f/a_f)$  при изменении лишь одного параметра теории и фиксации остальных было проведено для 1D теории эффекта близости в [64–67] и для 3D варианта теории в [68]. Отметим здесь только, что к общему "подъему" кривой  $t(d_f/a_f)$  приводит *увеличение* одного из параметров:  $n_{sf}$ ,  $d_s$ , либо  $2l\tau_f$  (последнее — при  $2l\tau_f > 1$ ). К такому же эффекту приводит *уменьшение* одного из следующих параметров:  $\sigma_s$ ,  $l_s$  (или  $\xi_s$ ), либо  $2l\tau_f$  (последнее — при  $2l\tau_f < 1$ ). При этом может наблюдаться последовательная смена практически всех типов зависимостей  $t(d_f/a_f)$ , от изображенной на рис. 11а до зависимости на рис. 11е). Напомним, что наличие дополнительной степени свободы в 3D варианте теории ( $q_f \neq 0$ ) также ведет к общему подъему кривой вверх и к сглаживанию осцилляций (остается лишь первый локальный максимум).

Разнообразные зависимости  $t(d_f)$  при достаточно разумных значениях параметров теории приведены на рис. 3, 5, 7–10. Соответствующие кривые  $q_f(d_f)$  для 3D варианта теории воспроизведены на рис. 5, 10. Как уже отмечалось в разделе 3, форма кривых очень чувствительна к величинам параметров теории и к их соотношению между собой. Отметим, что области реализации возвратной сверхпроводимости, предсказанной для 1D случая [64–66], в 3D теории ограничены очень узким диапазоном значений параметров. Таким образом, практически все различные типы экспериментальных зависимостей качественно воспроизводятся предлагаемой теорией.

При сравнении теоретических и экспериментальных зависимостей  $T_c(d_{f(s)})$ , как правило, многие параметры либо заданы ( $d_s$  или  $d_f$ ,  $\xi_{s0}$ ,  $T_{cs}$ ), либо могут быть известны из независимых измерений ( $\xi_s$ ,  $l_s$ ,  $n_{sf}$ ,  $2l\tau_f$ ), либо определены с помощью подгоночной процедуры. Параметр  $n_{sf}$  определяется зонной структурой контактирующих металлов и не может принимать произвольные значения, однако его оценки приводят к достаточно широкому разбросу значений. С одной стороны, мы можем грубо оценить его в простой модели почти свободных электронов [89]:  $n_{sf} \approx v_s^2 / v_f^2$ , а это отношение может быть вычислено для S/FM-пар, используемых в известных экспериментах. Тогда в этой простой модели значение  $n_{sf}$  лежит в пределах от 0,73 (Nb/Co) до 1,36 (V/Gd), поэтому мы использовали  $n_{sf} \sim 1$  при построе-

нии фазовых диаграмм в разделе 3. С другой стороны [30, 89], при оценке отношения плотностей состояния на поверхности Ферми  $N_s/N_f$  можно использовать отношение  $\gamma_s/\gamma_f$  известных из эксперимента коэффициентов электронных теплоемкостей в нормальной фазе. Отношение скоростей Ферми  $v_s/v_f$  для реальных металлов можно получить из экспериментов или (и) из зонных расчетов (см., например, [105–108]). В этой модели значение  $n_{sf}$  лежит в пределах от 0,18 (Pb/Fe) до 10,4 (Nb/Gd). Такой широкий разброс значений говорит о том, что этот параметр можно использовать как подгоночный. В качестве подгоночных параметров следует использовать и прозрачность границы  $\sigma_s$ , и параметр  $2l\tau_f$ , которые могут меняться в очень широких пределах. Как мы видели, качество S/FM-границы, наличие переходного слоя, зависит не только от контактирующих металлов, но и от процедуры приготовления мультислоев.

Говоря о зависимости  $t(d_s)$ , необходимо отметить важность критического значения толщины S-слоя  $d_s^c$ . При данном  $d_f$  и  $d_s < d_s^c$  в FM/S-системе нет сверхпроводимости. Критическую толщину FM-слоя  $d_f^c$  можно определить как наибольшую толщину, при которой сверхпроводимость при данном  $d_s$  разрушается. Наш анализ показывает, что зависимость  $d_s^c(d_f)$  может носить ярко выраженный немонотонный характер, практически зеркально повторяя зависимость  $t(d_f)$ : минимум  $t$  соответствует максимуму  $d_s^c$  и наоборот. И это достаточно очевидно: при фиксированном  $d_f$  FM/S-система с более толстыми S-слоями имеет большую приведенную температуру  $t$ .

При конечных  $d_s$ ,  $d_f$  критические толщины  $d_s^c$  и  $d_f^c$  двуслойного контакта FM/S при  $2l\tau_f < 1$  связаны между собой трансцендентным уравнением типа (3.18) (или (3.26)):

$$D_s k_s^c \tan k_s^c d_s^c = \sigma_s v_s \left[ 4 - \frac{\sigma_s v_f n_{sf} \cot k_f d_f^c}{D_f(I) k_f} \right]^{-1}, \quad (4.7)$$

где комплексный волновой вектор  $k_s^c$  находится из (3.17) (или (3.25)) при условии  $t \rightarrow 0$ , что приводит к выражению

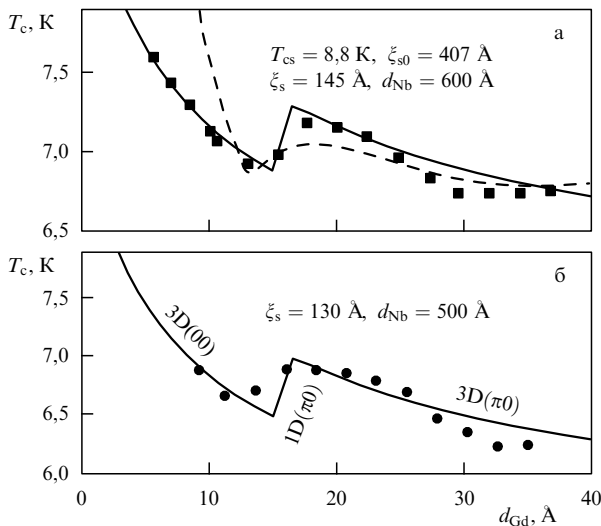
$$|k_s^c|^2 = \frac{1}{2\gamma\xi_s^2}, \quad (4.8)$$

$k_f$  дается известным уравнением (3.19),  $\gamma = 1,781$  — постоянная Эйлера.

Отметим, что для конечных  $d_f$  оценками параметров  $\sigma_s$  и  $n_{sf}$ , вытекающими из выражения (4.7) при  $d_f \rightarrow \infty$ , пользоваться нельзя (см. обсуждение рис. 14).

#### 4.3. Сравнение теории с экспериментом

Как уже отмечалось в разделе 3.4, для анализа поведения функции  $T_c(d_f)$  в области толщин S-слоев  $d_s > d_s^\pi$ , где сверхрешетка FM/S в магнитном отношении является квазидвумерной, достаточно воспользоваться более простыми решениями 00 и  $\pi 0$  3D теории эффекта близости [68, 69], не учитывающей  $\pi$  магнитных состояний (AFS-состояний  $0\pi$  и  $\pi\pi$ ). Дело в том, что подавляющее большинство известных экспериментов на мультислоях FM/S проводились именно при толщинах  $d_s \gg d_s^\pi$ , где AFS-состояния имеют чуть меньшую критическую температуру, чем FS-состояния. Особенно интересны, с точки зрения сравнения теории с экспериментом, немонотонные зависимости  $T_c(d_f)$ , позволяющие получить



**Рис. 13.** Подгонка 3D теории эффекта близости [68, 69] к экспериментальным данным в сверхрешетке Gd/Nb [40]. Известные экспериментальные значения приведены над кривыми. Штриховая линия на рис. а представляет собой лучший вариант подгонки с помощью теории [61, 62]. Параметры теоретической кривой (сплошная линия):  $2l\tau_f = 5,60$ ,  $\sigma_s = 0,527$ ,  $n_{sf} = 1,15$ ,  $a_f = 5,34$  Å.

наибольшую информацию об исследуемых FM/S-структурах.

**Сверхрешетка Gd/Nb.** На рисунке 13 представлено сравнение теории, развитой в предыдущих разделах, с экспериментальным поведением  $T_c(d_f)$  в сверхрешетке Gd/Nb [40]. Из рисунка 13 видно, что тип зависимости представлен кривой 1 на рис. 11в, что соответствует 3D теории с  $2l\tau_f > 1$ .

Подгонка зависимости  $T_c(d_f)$  [109] проводилась для образцов с более толстыми слоями Nb ( $d_{Nb} = 600$  Å, рис. 13а), при этом варьировалось только два параметра:  $2l\tau_f$  и  $\sigma_s$ . Длина спиновой жесткости  $a_f$  определялась из положения максимума ( $a_f \approx d_f^{\max}/\pi$  для  $2l\tau_f > 1$ ), а параметр  $n_{sf}$  оценивался в модели свободных электронов. Параметры кривой приведены на рисунке.

Теоретическая кривая на рис. 13б для сверхрешетки с более тонкими слоями Nb получена простой подстановкой этих найденных параметров и экспериментальных значений  $d_{Nb} = 500$  Å и  $\xi_s = 130$  Å в расчетные формулы (3.23)–(3.25) с учетом возможных в сверхрешетке  $\pi$ -фазных по сверхпроводимости состояний (см. раздел 3.4). При этом асимптотическое теоретическое значение, соответствующее выходу  $T_c(d_f \rightarrow \infty)$  на плато, совпало с известным из эксперимента  $T_c = 6,1$  К.

Подчеркнем, что с помощью теории Буздина–Радовича [61, 62] авторам работы [40] удалось достигнуть лишь частичного качественного соответствия (см. штриховую линию на рис. 13а), а для образцов с  $d_{Nb} = 500$  Å, в которых положение локального минимума  $T_c$  оказалось выше асимптотического значения (рис. 13б), теория [61, 62] не могла дать даже качественного удовлетворительного описания.

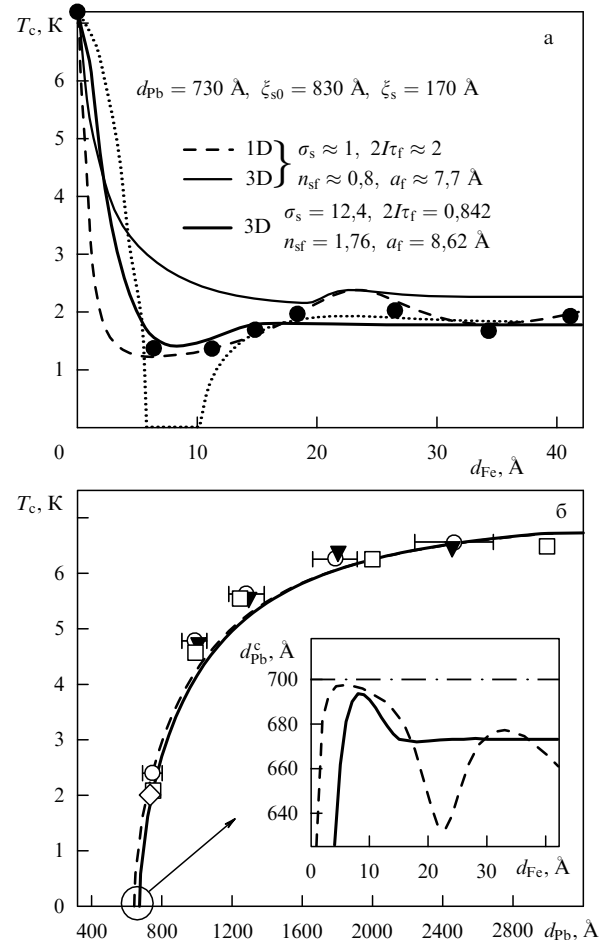
Из рисунка 13 видно, что описание немонотонной зависимости  $T_c(d_f)$  в сверхрешетке Gd/Nb в терминах каскада фазовых переходов 3D(00)–1D( $\pi$ 0)–3D( $\pi$ 0) через тройные точки Лифшица, в которых 2D импульс пар  $q_f \rightarrow 0$ , позволяет получить вполне удовлетворительное согласие с экспериментами [40]. Кроме того, в отличие от теории Буздина–Радовича [61, 62], наш

подход позволяет получить реалистические данные о коэффициенте прозрачности  $\sigma_s$  границы раздела S/FM и параметре  $2l\tau_f = l_f/a_f$ , ответственном за соотношение между диффузионным и волновым типами движения квазичастиц в сильном обменном поле ферромагнитных слоев.

**Трислой Fe/Pb/Fe.** В работе [56] на трехслойной системе Fe/Pb/Fe были получены экспериментальные зависимости  $T_c(d_f)$  и  $T_c(d_s)$ . Здесь мы приведем результаты подгонки наших 1D и 3D теорий эффекта близости к этим данным.

На рисунке 14а представлена зависимость  $T_c(d_f)$ . Две теоретические кривые воспроизведены по работе [56]. Это результаты подгонки с помощью теории Буздина–Радовича (тонкая пунктирная линия) и 1D теории (штриховая линия). Параметры последней приведены на рисунке.

Тонкая сплошная кривая, проходящая выше экспериментальных точек, представляет собой результат решения уравнений 3D теории при тех же самых параметрах,



**Рис. 14.** Подгонка теории к экспериментальным данным в трехслойной системе Fe/Pb/Fe [56] (различные символы соответствуют разным образцам и методам измерения). Две подгоночные кривые взяты из [56]: с помощью теории [61, 62] (штриховая линия) и 1D теории (пунктирная линия). Результат 3D теории при значениях параметров последней подгонки показан тонкой сплошной линией. Подгонка с помощью 3D теории [68, 69] дана толстой сплошной линией. Параметры подгонки и известные экспериментальные значения приведены на рис. а. (а) Зависимость  $T_c(d_f)$ ; (б) зависимость  $T_c(d_s)$ . На вставке приведены зависимости критической толщины S-слоя  $d_s^c$  от толщины FM-слоя  $d_f$  (см. обсуждение в тексте).



что были найдены в [56] для 1D случая. Это означает, что параметры, найденные в результате подгонки 1D теории [56], не являются подходящими в случае реализации в этой системе 3D ЛОФФ-состояний.

На наш взгляд, экспериментальные точки на этом рисунке скорее ложатся на зависимость типа "выход на плато через минимум" (кривая 2 на рис. 11в), чем на осцилляционную зависимость. Как мы видели при анализе типов зависимостей  $T_c(d_f)$ , это соответствует 3D теории эффекта близости с  $2l\tau_f < 1$ . Толстая сплошная линия на рис. 14а как раз и представляет собой результат подгонки 3D теории с соответствующими параметрами. Из сравнения параметров подгонки для 1D и 3D вариантов теорий видно, что особенно сильно отличаются полученные значения прозрачности  $\sigma_s$ , что ставит под сомнение вывод авторов работы [56] о низкой прозрачности границы Fe/Pb.

На рисунке 14б приведены зависимости критической температуры трехслойной системы от толщины прослойки Pb при  $d_{Fe} = 30 \text{ \AA}$ . Зависимости рассчитывались при тех же самых значениях параметров, что и на рис. 14а. Из рисунка видно, что и 1D теория, и 3D теория хорошо ложатся на экспериментальные точки.

На вставке рис. 14б приведена зависимость критической толщины слоя Pb  $d_s^c$  от толщины слоя железа  $d_{Fe}$ , вычисленная нами по общим формулам (4.7), (4.8). Горизонтальная штрихпунктирная линия на вставке соответствует аппроксимации  $d_f \rightarrow \infty$ , использованной авторами [56] для связи параметров  $\sigma_s$  и  $n_{sf}$  (при этом в отличие от (4.8) волновой вектор  $k_s^c$  полагался чисто реальным). Из рисунка 14а и вставки на рис. 14б хорошо видно, что полученная немонотонность  $d_s^c(d_f)$  является почти зеркальным отображением немонотонности  $T_c(d_f)$ .

**Общие выводы.** Анализ приведенных таблиц с экспериментальными данными показывает, что исследовано большое количество FM/S-систем с разнообразными комбинациями FM- и S-металлов, которые образовывали различные  $n$ -слойные структуры. В большинстве работ исследовались зависимости критической температуры от толщины FM- и S-прослоек. Тип зависимости  $T_c(d_f)$  зависит не только от контактирующих металлов, но и в существенной мере определяется технологией приготовления FM/S-структур. Это говорит об исключительной важности учета в развиваемой теории наряду с величиной  $2l\tau_f$  конечной прозрачности S/FM-границы (параметра  $\sigma_s$ ) для описания самых различных форм зависимости  $T_c(d_f)$  в слоистых FM/S-системах.

3D теория эффекта близости дает практически все виды поведения  $T_c(d_f)$ , наблюдаемые на эксперименте. Выше приведено сравнение теории и эксперимента для Gd/Nb, Fe/Pb/Fe. Аналогичное совпадение подгонки 3D теории было получено и для других наборов экспериментальных данных: с монотонным выходом на плато (типа кривой на рис. 11б) для сверхрешеток V/Fe<sub>0,66</sub>V<sub>0,34</sub> [44]; с монотонным спадом до нуля (рис. 11а) для трислоев Fe/Pb/Fe [51]; для зависимости с одним локальным максимумом (кривая 1 на рис. 11в) для трислоев Fe/Nb/Fe [42, 45]; для зависимости с одним срывом (рис. 11г), но только для ферромагнитной области толщин  $d_{Fe} > d_f^m$  для сверхрешеток Fe/Nb [49], однако здесь данные рисунки не приводятся.

В настоящее время конкуренция 3D и 1D состояний не может объяснить осцилляционные зависимости с двумя

минимумами (типа кривой на рис. 11д), полученными для сверхрешеток V/Co [53] и Nb/Co [53, 59]. Наличие таких зависимостей, характерных для 1D варианта теории (рис. 9в), для сверхрешеток S/Co говорит о том, что в слоях кобальта (по-видимому, из-за его анизотропии) реализуется одномерная кристаллическая решетка ЛОФФ с  $q_f = 0$  (см. раздел 3.3).

Все результаты настоящей работы получены в предположении резкой на атомном масштабе границы FM/S с наличием ферромагнитного упорядочения даже в самых тонких F-слоях. Ясно, что в реальных FM/S-системах, исследуемых в экспериментах, ситуация много сложнее. Иногда в силу взаимной растворимости металлов FM и S, а иногда по чисто технологическим причинам, граница FM/S получается размытой, поэтому тонкие слои ферромагнетика могут оказываться парамагнитными или даже немагнитными. В принципе, исследуемая нами модель FM/S-систем легко может быть расширена на случай включения в рассмотрение тонкой немагнитной прослойки между FM- и S-слоями или же учета фазового перехода парамагнетик – ферромагнетик по достижении FM-слоем некоторой критической толщины. Физически ясно, однако, что если глубина проникновения существенно больше типичных толщин неферромагнитных прослоек  $d_f^m \approx 5-12 \text{ \AA}$ , то осцилляции потока куперовских пар через такую размытую S/FM-границу все равно сохранятся. Влияние буферных прослоек при достаточно больших толщинах FM-слоев грубо можно учесть, по-видимому, простой перенормировкой величины обменного поля  $I$  или константы межэлектронного взаимодействия  $\lambda_s$ .

В работах [66, 103, 104] в краевой задаче для FM/S-контакта учитывалось спин-орбитальное взаимодействие (см. также [66]). Оно приводит к появлению в уравнении Узаделя для ферромагнитного металла дополнительного члена  $\sim (1/\tau_{so})F_f(z, \omega)$ , где  $\tau_{so}$  — время релаксации электрона за счет спин-орбитального взаимодействия. Численный анализ показывает, что с ростом  $1/\tau_{so}$  все особенности в  $T_c$  контакта сглаживаются. Этот факт следует учитывать при интерпретации результатов эксперимента.

Во многих экспериментальных работах исследовались зависимости  $H_{c2}$ . Особый интерес вызывает 2D–3D кроссовер, наблюдаемый по температурной зависимости  $H_{c2||}$ . Зависимость появления кроссовера от толщины FM-слоя, исследовалась в работе [110], основанной на другом варианте теории эффекта близости, развитом в [111]. Как показано в работе [112], этот подход эквивалентен подходу Буздина–Радовича [61, 62]. Теория, предложенная выше (см. раздел 3), также может быть распространена на случай присутствия внешнего магнитного поля.

## 5. Теория FI/S-систем, состоящих из слоев ферромагнитного диэлектрика и сверхпроводника

### 5.1. Косвенный обмен локализованных спинов в грязном сверхпроводнике

В отличие от рассмотренных выше FM/S-систем, в FI/S-системах сверхпроводящие слои не взаимодействуют друг с другом, если разделяющие их слои ферромагнитного диэлектрика достаточно широки и туннелирова-

нием электронов через них можно пренебречь. В то же время локализованные спины поверхностных атомных слоев ферромагнетика взаимодействуют друг с другом через электроны проводимости сверхпроводящего металла. Через это косвенное взаимодействие типа РККИ осуществляется связь между различными ферромагнитными слоями. Поскольку это дальнедействующее взаимодействие имеет антиферромагнитный характер, ферромагнитная ориентация магнитных моментов одного FI-слоя может искажаться РККИ-взаимодействием, и в итоге может возникнуть криптоферромагнитное состояние при достаточно большой величине косвенного взаимодействия по отношению к прямому обменному взаимодействию в FI-слоях.

В то же время имеет место и обратное влияние магнитного порядка на сверхпроводимость за счет распаривающего парамагнитного эффекта в приповерхностном слое. Поскольку электроны не заходят в глубь FI-слоя, работает лишь поверхностный моноатомный слой ферромагнетика, и создаваемый им эффект не должен зависеть от толщины FI-слоя в противоположность FM/S-системам. Ниже мы изучим взаимное влияние ферромагнетизма и сверхпроводимости в FI/S-контактах и FI/S-решетках, но сначала обсудим вопрос о РККИ-взаимодействии в сверхпроводниках [78].

Зависимость обменного интеграла РККИ от расстояния между локализованными спинами  $\mathbf{S}_i$  и  $\mathbf{S}_j$  определяется пространственной дисперсией спиновой восприимчивости электронов проводимости  $\chi(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ . Гамильтониан косвенного обмена имеет вид

$$H_{\text{ex}} = -\frac{1}{8} J_{\text{sd}}^2 \sum_{ij} \chi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j, \quad (5.1)$$

где  $J_{\text{sd}}$  — sd-обменный интеграл. В нормальной фазе зависимость восприимчивости  $\chi_n(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  имеет вид фриделевских осцилляций, а интеграл по всему пространству от нее дает однородную паулиевскую восприимчивость.

В работе [78] было показано, что в грязном сверхпроводнике спиновая поляризация  $\chi_n(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ , соответствующая нормальной фазе, компенсируется дальнедействующей добавкой антиферромагнитного знака. Этот дополнительный вклад в РККИ-обмен возникает как следствие исключения из однородной спиновой поляризации вклада спаренных электронов. Сверхпроводящую добавку к восприимчивости  $\delta\chi_s(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  можно записать в виде

$$\delta\chi_s(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \chi(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - \chi_n(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -2T \sum_{\omega} A_s(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega). \quad (5.2)$$

Для бесконечного грязного сверхпроводника двухчастичный коррелятор в гидродинамическом пределе, т.е. на расстояниях  $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ , превышающих длину свободного пробега  $l$ , описывается выражением [78]

$$A_s(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = \frac{N(0)\Delta^2}{2D_s R(\omega^2 + \Delta^2)} \exp\left(-\frac{R}{\xi_{\omega}}\right), \quad (5.3)$$

$$\xi_{\omega} = \sqrt{\frac{D_s}{2(\omega^2 + \Delta^2)^{1/2}}},$$

где  $\xi_{\omega}$  — радиус действия коррелятора  $A_s(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)$ , зависящий от частоты  $\omega$ . Поскольку однородная спиновая поляризация в сверхпроводнике при  $T = 0$  должна обращаться в нуль, имеет место правило сумм для

$A_s(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)$ . В случае однородного сверхпроводника с не зависящими от координат ПП  $\Delta$  и плотностью состояний  $N(0)$  это правило сумм имеет вид

$$\int d\mathbf{r}' A_s(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = \pi N(0) \frac{\Delta^2}{(\omega^2 + \Delta^2)^{3/2}}. \quad (5.4)$$

Следует отметить, что соотношение (5.4) является фундаментальным и может быть выведено общим путем, например, по аналогии с выводом правила сумм для ядра уравнения Горькова, предложенным де Женем [26].

Для нахождения дальнедействующей части РККИ-обмена в случае сверхпроводников, ограниченных в размерах поверхностью  $\sigma$ , удобно представить  $A_s(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)$  в виде решения краевой задачи. Используя фурье-анализ, нетрудно показать, что выражение (5.3) является решением дифференциального уравнения диффузионного типа

$$\begin{aligned} (2\sqrt{\omega^2 + \Delta^2} - D_s \nabla_{\mathbf{r}}^2) A_s(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = \\ = 2\pi N(0) \frac{\Delta^2}{\omega^2 + \Delta^2} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \end{aligned} \quad (5.5)$$

Граничные условия к данному уравнению находятся путем интегрирования (5.5) по  $d\mathbf{r}$  с использованием правила сумм (5.4) и имеют вид

$$D_s \mathbf{n} \nabla_{\mathbf{r}} A_s(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \Big|_{\sigma} = 0, \quad (5.6)$$

где  $\mathbf{n}$  — нормаль к границе раздела  $\sigma$  сверхпроводник — вакуум (диэлектрик). Физически уравнение (5.6) соответствует отсутствию потока куперовских пар через поверхность сверхпроводника.

Решая уравнение (5.5) совместно с (5.6) в предположении, что плотность состояний  $N(0)$  и параметр  $\Delta$  постоянны и скачком обращаются в нуль лишь на поверхности сверхпроводника  $\sigma$ , можно получить координатную зависимость коррелятора  $A_s(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)$  для всех практически интересных геометрий. Мы здесь рассмотрим сверхпроводящее полупространство и пластину.

Так, в случае сверхпроводящего полупространства  $z, z' \geq 0$ , имеем [78, 87]

$$\begin{aligned} A_s(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = \frac{\pi N(0)\Delta^2}{\omega^2 + \Delta^2} \int \frac{d\mathbf{q}_{\perp}}{(2\pi)^2} \frac{\exp[i\mathbf{q}_{\perp}(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}')] }{D_s k} \times \\ \times \{ \exp(-k|z - z'|) + \exp[-k(z + z')] \}, \end{aligned} \quad (5.7)$$

где  $k^2 = \mathbf{q}_{\perp}^2 + \xi_{\omega}^{-2}$ ;  $\mathbf{q}_{\perp} = q_x \mathbf{i} + q_y \mathbf{j}$ ;  $\boldsymbol{\rho} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$ . Интересно отметить, что пара спинов на поверхности сверхпроводника ( $z = z' = 0$ ) взаимодействует в два раза сильнее, чем в объеме при  $z = z' > \xi$ , где для  $A_s(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)$  справедлива формула (5.3). Таким образом, упругое отражение куперовских пар от поверхности сверхпроводника приводит к своего рода интерференции с усилением, происходящим из-за увеличения эффективного времени парных корреляций вблизи границы.

Для сверхпроводящей пластины толщиной  $d_s$ , т.е. когда  $0 \leq z, z' \leq d_s$ , причем  $d_s \gg l$ , получаем [78, 87]

$$\begin{aligned} A_s(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = \frac{2\pi N(0)\Delta^2}{\omega^2 + \Delta^2} \int \frac{d\mathbf{q}_{\perp}}{(2\pi)^2} \frac{\exp[i\mathbf{q}_{\perp}(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}')] }{D_s k \sinh kd_s} \times \\ \times \cosh(kz) \cosh[k(z' - d_s)] \end{aligned} \quad (5.8)$$

при  $z < z'$ . Если же, наоборот,  $z > z'$ , то в (5.8) их нужно поменять местами. Нетрудно убедиться, что в случае массивной пластины ( $d_s > \xi$ ) антиферромагнитная связь между локализованными спинами на каждой из поверхностей будет в два раза сильнее, чем в объеме. При  $d_s \rightarrow \infty$  из (5.8) следует выражение (5.7) для полупространства. Однако наиболее ярко полученный результат (5.8) иллюстрируется квазидвумерной ситуацией, когда толщина пленки  $d_s$  много меньше длины когерентности  $\xi$ . Тогда взаимодействие между локализованными спинами практически не зависит от переменных  $z, z'$  и определяется лишь проекцией радиус-вектора  $\mathbf{R}$  на плоскость  $z = 0$ , т.е. величиной  $R_{\perp} = |\mathbf{p} - \mathbf{p}'|$ :

$$A_s(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = \frac{N(0)\Delta^2}{D_s d_s(\omega^2 + \Delta^2)} K_0\left(\frac{R_{\perp}}{\xi\omega}\right). \quad (5.9)$$

При этом, как следует из асимптотик функции Макдональда,

$$K_0\left(\frac{R_{\perp}}{\xi\omega}\right) \sim \ln \frac{\xi\omega}{R_{\perp}}, \quad R_{\perp} < \xi\omega,$$

$$K_0\left(\frac{R_{\perp}}{\xi\omega}\right) \sim \left(\frac{\xi\omega}{R_{\perp}}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{R_{\perp}}{\xi\omega}\right), \quad R_{\perp} > \xi\omega,$$

степенной спад потенциала РККИ с увеличением расстояния между локализованными спинами ослабляется по сравнению с трехмерным случаем (5.3), и их антиферромагнитные корреляции на масштабах  $R_{\perp} \leq \xi$  усиливаются.

Таким образом, антиферромагнитные корреляции между локализованными спинами, индуцированные переходом металла в сверхпроводящее состояние, усиливаются с приближением к поверхности массивного грязного сверхпроводника или при понижении размерности образца. Непосредственным интегрированием нетрудно убедиться, что все полученные результаты удовлетворяют правилу сумм (5.4), обеспечивая равенство нулю однородной спиновой восприимчивости  $\chi_s(0)$  сверхпроводника при  $T = 0$ . Далее исследуем взаимодействие магнитного и сверхпроводящего состояний в FI/S-контакте и FI/S-сверхрешетке.

## 5.2. FI/S-мультислой при нуле температур.

### Основные состояния

**Контакты FI/S.** Рассмотрим сначала плоский контакт, состоящий из тонкой ферромагнитной пленки, занимающей область  $-d_f < z < 0$  со сверхпроводящей пластиной, занимающей область  $0 < z < d_s$ . Связанные между собой через FI/S-границу подсистемы локализованных спинов FI-пленки и электронов проводимости S-слоя могут быть описаны гамильтонианом

$$H = H_F + H_S + H_{FS}, \quad (5.10)$$

состоящим из гамильтониана ферромагнетика  $H_F$ , сверхпроводника  $H_S$  и взаимодействия  $H_{FS}$ . Здесь

$$H_F = -J \sum_{i,j} \mathbf{S}_i \mathbf{S}_j + K \sum_j (S_j^z)^2 \quad (5.11)$$

описывает прямой обмен соседних спинов FI-слоя с учетом анизотропии типа базисной плоскости ( $K > 0$ ).

$H_S$  — сверхпроводящий гамильтониан БКШ-модели, а  $H_{FS}$  — гамильтониан sd-обменного взаимодействия локализованных спинов с электронами проводимости сверхпроводника:

$$H_{FS} = \frac{J_{sd}}{2} \sum_{j,\alpha,\beta} \psi_{\alpha}^{+}(j) (\mathbf{S}_j \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta}) \psi_{\beta}(j), \quad (5.12)$$

причем штрих у суммы по  $j$  означает суммирование только по локализованным спинам, расположенным непосредственно на границе. Взаимодействие  $H_{FS}$  приводит, с одной стороны, к расщеплению состояний электронов проводимости в S-слое обменным полем локализованных спинов FI/S-границы, а с другой — к косвенному обмену этих же локализованных спинов через электроны сверхпроводящего слоя.

Для определенности далее будем считать, что температура Кюри  $T_m$  выше  $T_c$  и что при  $T_c < T < T_m$  ферромагнетизм поверхности FI-пленки не портится осцилляциями нормальной части РККИ. Последнее предположение означает, что прямой обмен на расстоянии ближайших соседей сильнее косвенного, т.е.  $J > N(0)J_{sd}^2$ . Фактически это значит, что вкладом осциллирующей части можно пренебречь, оставив наиболее важные в задаче короткодействующую ферромагнитную и дальнедействующую антиферромагнитную части обменного взаимодействия. Будем предполагать FI-слой тонкими настолько, что поверхностные искажения магнитного порядка из-за близости S-слоев будут передаваться сильным прямым обменом на всю толщину FI-слоя.

Усредняя гамильтониан (5.10) по электронным и спиновым переменным в духе работы [7] и задавая магнитный порядок в FI-пленке в виде

$$\langle S_j^{\pm} \rangle = \langle S_j^x \pm iS_j^y \rangle = S \exp(\pm i\mathbf{q}_{\perp} \cdot \mathbf{r}), \quad \langle S_j^z \rangle = 0, \quad (5.13)$$

где  $\mathbf{q}_{\perp} = q_x \mathbf{i} + q_y \mathbf{j}$ , для поверхностной плотности свободной энергии FI/S-контакта  $f$  при  $T = 0$  получим следующий функционал [78]:

$$f = f_F^0 + f_N^0 + JS^2 q_{\perp}^2 \frac{d_f}{a} - I(\mathbf{q}_{\perp}, 0, 0) \frac{S^2}{a^2} - \frac{d_s N(0)}{2a^3} \Delta^2 \ln \frac{e\Delta_0^2}{\Delta^2}, \quad (5.14)$$

где  $f_F^0$  и  $f_N^0$  — свободные энергии, приходящиеся на единицу площади контакта, соответственно, для FI-пленки и S-слоя в нормальной фазе. Третье слагаемое описывает проигрыш в энергии прямого обмена за счет длинноволновой  $q_{\perp} a \ll 1$  модуляции ферромагнитного упорядочения. Четвертое слагаемое является двумерным фурье-образом сверхпроводящей добавки  $\delta\chi_s(\mathbf{p} - \mathbf{p}', z, z')$  к потенциалу РККИ, которая находится подстановкой (5.8) в (5.2), т.е.

$$I(\mathbf{q}_{\perp}, z, z') = -\frac{a}{2} N(0) J_{sd}^2 \pi T \times \sum_{\omega} \frac{\Delta^2}{\omega^2 + \Delta^2} \frac{\cosh(kz) \cosh[k(z' - d_s)]}{D_s k \sinh kd_s}. \quad (5.15)$$

Слагаемое, пропорциональное  $I(\mathbf{q}_{\perp}, 0, 0)$  в (5.14), играет двоякую роль. С одной стороны, оно описывает дальнедействующие магнитные корреляции приграничных ( $z = z' = 0$ ) локализованных спинов через куперов-

ские пары сверхпроводника, а с другой — учитывает подавление параметра порядка  $\Delta$  за счет парамагнитного эффекта. Наконец, последнее слагаемое в (5.14) описывает выигрыш в энергии конденсации (см. [23]), связанный с переходом S-слоя в сверхпроводящее состояние. Здесь  $\Delta_0 = 1,76T_{cs}$ , и мы пренебрегаем разницей постоянных решетки FI- и S-слоев ( $a_f = a_s = a$ ).

В рамках модели (5.14) исследуем взаимную подстройку сверхпроводимости и ферромагнетизма в FI/S-контакте при  $T = 0$ . Для отыскания магнитной конфигурации, соответствующей минимуму свободной энергии (5.14), необходимо знать поведение величины (5.15) как функции  $q_\perp$  при  $z = z' = 0$ . После суммирования по частоте  $\omega$  низкотемпературные ( $\pi T \ll \Delta$ ) асимптотики  $I(\mathbf{q}_\perp, 0, 0)$  для различных областей изменения  $q_\perp$  могут быть выписаны в виде

$$\begin{cases} I(\mathbf{q}_\perp, 0, 0) = -\frac{a}{4d_s} N(0)J_{sd}^2 \times \\ \quad \times \left( 1 + \frac{\pi d_s^2}{6\xi_s^2} - \frac{\pi}{4} q_\perp^2 \xi_s^2 + \frac{2}{3} q_\perp^4 \xi_s^4 + \dots \right), & q_\perp < \frac{1}{\xi_s}, \\ I(\mathbf{q}_\perp, 0, 0) = -\frac{\pi}{d_s} N(0)J_{sd}^2 (q_\perp^2 \xi_s^2)^{-2}, & \xi_s^{-1} < q_\perp < d_s^{-1}, \\ I(\mathbf{q}_\perp, 0, 0) = -\frac{\pi}{\xi_s} N(0)J_{sd}^2 (q_\perp^2 \xi_s^2)^{-1}, & d_s^{-1} < q_\perp < l_s^{-1}, \end{cases} \quad (5.16)$$

где  $\xi_s = \sqrt{D_s/2\Delta}$  — длина когерентности сверхпроводника.

Минимизация функционала (5.14) по  $\Delta$  и  $q_\perp$  с использованием первого из выражений (5.16) для  $I(\mathbf{q}_\perp, 0, 0)$  при  $q_\perp \xi < 1$  приводит к наличию трех различных основных состояний или фаз FI/S-контакта, реализация которых зависит от величины параметров  $A$  и  $h$  (см. [78]):

$$A = \frac{N(0)h^2 \pi \xi_s^2 d_s}{JS^2 4a^2 d_f}, \quad h = \frac{SJ_{sd}}{2} \frac{a}{d_s}. \quad (5.17)$$

Параметр  $A$  имеет смысл отношения абсолютных величин антиферромагнитного и ферромагнитного молекулярных полей, приходящихся на каждый локализованный спин FI/S-границы, соответственно за счет обмена РККИ через сверхпроводящие электроны S-слоя и за счет прямого обмена в FI-слое. Величина  $h$  есть среднее обменное поле, действующее на электроны проводимости со стороны локализованных спинов FI/S-границы.

В случае, когда  $A < 1$ , ферромагнитное упорядочение устойчиво по отношению к длинноволновой модуляции, тенденция к которой возникает благодаря РККИ-обмену. При этом, если обменное поле  $h$  не слишком велико, сверхпроводимость в S-слое возникает на фоне ферромагнетизма в FI-пленке, и они сосуществуют (FS-фаза). В FS-фазе равновесные значения параметра порядка  $\Delta$  и волнового вектора магнитной структуры  $Q_\perp$  определяются выражениями

$$\Delta^2 \ln \frac{\Delta_0}{\Delta} = \frac{\pi h^2}{12} \left( \frac{d_s}{\xi_s} \right)^2, \quad Q_\perp = 0. \quad (5.18)$$

Поверхностная плотность свободной энергии в этой фазе равна

$$f_{FS} = f_F^0 + f_N^0 - \frac{d_s N(0)}{2a^3} \left[ \Delta^2 - 2h^2 \left( 1 + \frac{\pi d_s^2}{12 \xi_s^2} \right) \right]. \quad (5.19)$$

При  $A > 1$  ферромагнитное упорядочение неустойчиво по отношению к длинноволновой модуляции, и минимуму свободной энергии (5.14) отвечает уже криптоферромагнитная сверхпроводящая фаза CFS, параметры которой  $\Delta$  и  $Q_\perp$  определяются из самосогласованных условий равновесия:

$$\begin{aligned} \Delta^2 \ln \frac{\Delta_0}{\Delta} &= \frac{\pi h^2}{4} \left[ \frac{d_s^2}{3 \xi_s^2} + \frac{(Q_\perp \xi_s)^2}{2A} \right], \\ Q_\perp &= \left[ \frac{3\pi}{16} \left( 1 - \frac{1}{A} \right) \right]^{1/2} \xi_s^{-1}. \end{aligned} \quad (5.20)$$

Плотность свободной энергии в CFS-фазе определяется выражением

$$f_{CFS} = f_F^0 + f_N^0 - \frac{d_s N(0)}{2a^3} \left[ \Delta^2 - 2h^2 \left( 1 + \frac{\pi d_s^2}{12 \xi_s^2} - \frac{\pi}{8} Q_\perp^2 \xi_s^2 \right) \right]. \quad (5.21)$$

Из сравнения свободных энергий (5.19) и (5.21) следует, что переход из одного основного состояния, FS, в другое, CFS, происходит при  $A = 1$  и сопровождается взаимной подстройкой сверхпроводящего и магнитного ПП. При этом окрестности  $A - 1 \ll A$  точки перехода соответствует крупномасштабная синусоидальная модуляция магнитного порядка локализованных спинов в FI-пленке. Она приводит, с одной стороны, к частичной компенсации парамагнитного эффекта, а с другой — к минимальному проигрышу в энергии прямого обмена, так как  $Q_\perp^{-1} \gg \xi_s \gg a$ .

С увеличением обменного поля  $h$ , когда выигрыш, связанный с энергией конденсации, будет компенсирован парамагнитным эффектом и проигрышем в энергии прямого обмена, FI/S-контакт перейдет в ферромагнитное нормальное состояние FN с  $\Delta = 0$ ,  $Q_\perp = 0$  и свободной энергией  $f_{FN} = f_F^0 + f_N^0$ , причем этот переход может происходить как из CFS-, так и из FS-фазы.

Из приведенного выше низкотемпературного анализа следует, что с ростом величины обменного поля  $h$  и соответственным увеличением баланса молекулярных полей  $A$  FI/S-контакты могут вести себя по-разному. Схематические изображения двух возможных вариантов зависимости сверхпроводящего ПП  $\Delta$  и величины волнового вектора  $Q_\perp$  модуляции магнитной структуры от  $h$  приведены на рис. 15.

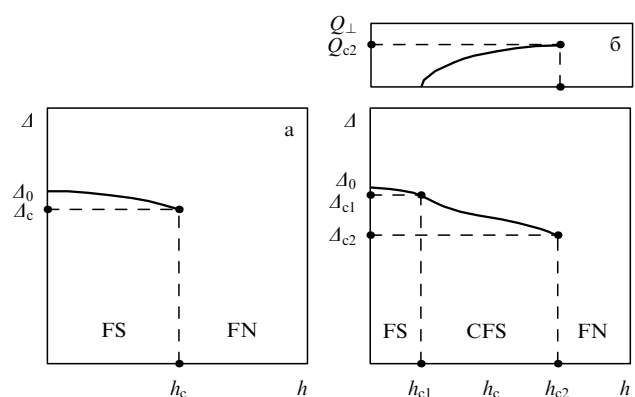


Рис. 15. Зависимости сверхпроводящего ПП  $\Delta$  и волнового вектора  $Q_\perp$  магнитной структуры от обменного поля  $h$  для FI/S-контактов: первого типа (с  $A_c < 1$  ( $Q_\perp = 0$ )) (а) и второго типа (с  $A_c > 1$ ) (б) [78].

В случае FI/S-контактов первого типа (рис. 15а) величина  $A$  остается меньше единицы вплоть до критического значения обменного поля  $h_c$ . Критические параметры точки  $(h_c, \Delta_c)$  фазового перехода первого рода из состояния FS в состояние FN находятся из равенства свободных энергий этих фаз и даются выражениями

$$h_c \simeq \frac{\Delta_0}{\sqrt{2}} \left( 1 - \frac{\pi d_s^2}{12 \xi_0^2} \right), \quad \Delta_c \simeq \Delta_0 \left( 1 - \frac{\pi d_s^2}{24 \xi_0^2} \right), \quad (5.22)$$

где  $\xi_0 = (D_s/2\Delta_0)^{1/2}$  — длина когерентности при  $T = 0$  и  $h = 0$ . Малые поправки порядка  $(d_s/\xi_0)^2$  к известному для однородных ферромагнитных сверхпроводников результату [19, 20]  $h_c = \Delta_0/\sqrt{2}$  и  $\Delta_c = \Delta_0$  обусловлены тем, что обменное поле, разрушающее куперовские пары, создается локализованными спинами, находящимися на поверхности, а не в объеме образца.

Для FI/S-контактов второго типа (рис. 15б) отношение молекулярных полей  $A < 1$  лишь до некоторого нижнего критического значения обменного поля  $h_{c1}$ . При  $h = h_{c1}$  ( $< h_c$ ) происходит фазовый переход второго рода, сопровождающийся более резким (излом), чем в FS-фазе, уменьшением сверхпроводящего ПП  $\Delta$  в S-слое и появлением отличного от нуля волнового вектора  $Q_\perp$  модуляции ферромагнитного упорядочения в пленке. Параметры точки  $(h_{c1}, \Delta_{c1})$  перехода, определяемые из равенства энергий данных фаз, таковы:

$$h_{c1} \approx \frac{h_c}{\sqrt{A_c}} \left[ 1 + \frac{\pi d_s^2}{48 \xi_s^2} \left( 1 - \frac{1}{A_c} \right) \right], \quad (5.23)$$

$$\Delta_{c1} \approx \Delta_c \left[ 1 + \frac{\pi d_s^2}{24 \xi_s^2} \left( 1 - \frac{1}{A_c} \right) \right].$$

Здесь  $A_c$  — значение параметра  $A$  при  $h = h_c$  и  $\Delta = \Delta_c$ , причем  $A_c > 1$ . При дальнейшем увеличении обменного поля в точке  $h = h_{c2}$  происходит фазовый переход первого рода CFS  $\rightarrow$  FN. Верхнее критическое значение обменного поля  $h_{c2}$  и соответствующие величины ПП  $\Delta_{c2}$  и волнового вектора модуляции  $Q_{c2}$  в случае  $A_c - 1 \ll A_c$  определяются формулами

$$h_{c2} \approx h_c \left[ 1 + \frac{\pi^2}{256} \left( 1 - \frac{1}{A_c} \right)^2 \right],$$

$$\Delta_{c2} \approx \Delta_c \left[ 1 - \frac{3\pi^2}{256} \left( 1 - \frac{1}{A_c} \right) \right], \quad (5.24)$$

$$Q_{c2} \approx \left[ \frac{3\pi}{16} \left( 1 - \frac{1}{A_c} \right) \right]^{1/2} \xi_s^{-1}.$$

Можно показать, что величина  $A_c$  играет для FI/S-контактов роль, аналогичную роли параметра Гинзбурга–Ландау  $\kappa$  для разделения сверхпроводников первого и второго рода. Действительно, баланс молекулярных полей, играющий решающую роль при отнесении контактов к первому или ко второму типу, может быть выражен через  $A_c$  в виде

$$A = A_c \left( \frac{h}{h_c} \right)^2 \frac{A_c}{A}, \quad A_c = \frac{N(0)h_c^2 \pi \xi_s^2 d_s}{JS^2 4a^2 d_f}. \quad (5.25)$$

Отсюда следует, что FI/S-контакты с  $A_c < 1$  относятся к первому типу, а контакты с  $A_c > 1$  — ко второму типу. Кроме того, FI/S-контакты с  $A_c - 1 \ll A_c$  характеризуются широкой областью сосуществования ферромаг-

нетизма и сверхпроводимости и узкой областью криптоферромагнитной сверхпроводящей фазы, так как критические значения  $h_{c1}$  и  $h_{c2}$  в этой ситуации близки к  $h_c$ . При  $A_c \gg 1$  область, занимаемая CFS-фазой, существенно расширяется, а область, соответствующая FS-фазе, напротив, значительно сужается, так как в этом случае  $h_{c1} \ll h_c \ll h_{c2}$  (см. работу [78]).

**Сверхрешетки FI/S.** Рассмотрим теперь сверхрешетку, полученную чередованием слоев ферромагнитного диэлектрика толщиной  $d_f$  и сверхпроводника толщиной  $d_s$ , причем по-прежнему  $d_s \ll \xi_s$ . Для изучения взаимной подстройки сверхпроводящего и магнитного ПП в такой системе достаточно исследовать плотность свободной энергии  $f^*$  элементарной ячейки, состоящей из двух магнитных полуслоев FI:  $-d_f/2 < z < 0$ , и  $d_s < z < d_s + d_f/2$ , разделенных сверхпроводящей прослойкой S. Функционал  $f^*$  в этом случае будет отличаться от (5.14) тем, что кроме слагаемого  $I(q_\perp, 0, 0)$  он должен включать аналогичный поверхностный РККИ-обмен  $I(q_\perp, d_s, d_s)$  локализованных спинов соседнего ферромагнитного слоя ( $z = z' = d_s$ ) между собой, а также РККИ-обмен  $I(q_\perp, 0, d_s)$  между локализованными спинами, относящимися к магнитным поверхностям  $z = 0$  и  $z' = d_s$ , разделенным сверхпроводящей прослойкой.

В связи с этим магнитный порядок в сверхрешетке будем искать в виде

$$\langle S_j^\pm \rangle = S \exp[\pm i(\mathbf{q}_\perp \mathbf{r} + q_\parallel z)], \quad \langle S_j^z \rangle = 0, \quad (5.26)$$

где  $q_\parallel$  — компонента волнового вектора, параллельная оси сверхрешетки. Трансляционная инвариантность сверхрешетки будет приводить лишь к умножению его на постоянный фазовый множитель при переходе от данного FI-слоя к соседнему, т.е.

$$\langle S^\pm(\mathbf{r}, z + d_s + d_f) \rangle = \langle S^\pm(\mathbf{r}, z) \rangle \exp[\pm i q_\parallel (d_s + d_f)]. \quad (5.27)$$

В то же время мы будем пренебрегать эффектами туннелирования электронов из одного S-слоя в другой через магнитную прослойку FI. Поэтому фазы сверхпроводящих ПП  $\Delta$  в соседних S-слоях не связаны, и  $\pi$ -фазный в смысле сверхпроводимости вариант взаимной подстройки мы здесь рассматривать не будем. Учитывая далее, что  $I(q_\perp, d_s, d_s) = I(q_\perp, 0, 0)$  и  $I(q_\perp, d_s, 0) = I(q_\perp, 0, d_s)$ , для плотности свободной энергии  $f^*$  элементарной ячейки сверхрешетки получаем [78]:

$$f^* = f_F^0 + f_N^0 + JS^2 q_\perp^2 \frac{d}{a} - 2I(q_\perp, 0, 0) -$$

$$- 2I(q_\perp, 0, d_s) \cos(q_\parallel d_s) - \frac{d_s N(0)}{2a^3} \Delta^2 \ln \frac{e \Delta_0^2}{\Delta^2}, \quad (5.28)$$

где  $I(q_\perp, 0, d_s)$  определяется из (5.8) и имеет асимптотики, подобные асимптотикам (5.16) для  $I(q_\perp, 0, 0)$ . Отличие между ними возникает лишь для волновых векторов  $q_\perp$ , сравнимых с  $d_s^{-1}$ . Действительно, при  $q_\perp d_s \ll 1$  получаем

$$I(q_\perp, 0, d_s) = I(q_\perp, 0, 0) + \frac{\pi d_s}{2 \xi_s^3} N(0) \left( 1 - \frac{q_\perp^2 d_s^2}{12} + \frac{q_\perp^4 d_s^4}{120} \right), \quad (5.29)$$

откуда видно, что поправки к  $I(q_\perp, 0, 0)$  малы в меру малости отношения  $d_s^2/\xi_s^2$ . В этом случае обмен РККИ между локализованными спинами, принадлежащими

разным магнитным поверхностям  $z = 0$  и  $z' = d_s$ , имеет тот же порядок величины, что и обмен РККИ между локализованными спинами на каждой из этих поверхностей  $z = z' = 0$  или  $z = z' = d_s$ . В противоположном пределе, когда  $q_{\perp} d_s \gg 1$ , имеем

$$I(q_{\perp}, 0, d_s) \approx 2I(q_{\perp}, 0, 0) \exp(-q_{\perp} d_s), \quad (5.30)$$

т.е. обменная связь между магнитными поверхностями через сверхпроводящую прослойку экспоненциально мала по сравнению с обменом между локализованными спинами на каждой из этих поверхностей (хотя по-прежнему  $d_s \ll \xi_s$ ). Это связано со значительным усреднением спиновой поляризации электронов в сверхпроводнике при сильной модуляции ферромагнитного упорядочения в FI-слоях, благодаря чему РККИ-обмен в этом случае носит чисто приповерхностный характер.

Минимизация свободной энергии (5.28) по параметрам  $\Delta$ ,  $q_{\perp}$ ,  $q_{\parallel}$  с использованием выражения (5.29) для  $I(q_{\perp}, 0, d_s)$  приводит к двум возможным вариантам основного состояния сверхрешетки, сочетающим магнитный и сверхпроводящий типы дальнего порядка. Все зависит от величины  $A_c^*$ , представляющей меру отношения антиферромагнитного обмена к ферромагнитному. В сверхрешетках, для которых  $A_c^* < 1$ , при  $h < h_c^*$  имеет место сосуществование сверхпроводимости и антиферромагнитного расположения взаимной ориентации спонтанного момента соседних слоев (фаза AFS). При  $h = h_c^*$  происходит фазовый переход в FN-фазу, в которой металлические слои находятся в нормальной фазе, а когерентная связь между FI-слоями нарушена. Таким образом, FN-фаза в магнитном отношении ведет себя как 2D ферромагнетик.

В сверхрешетках, для которых  $A_c^* > 1$ , AFS-фаза реализуется до полей  $h < h_{c1}^*$ . В полях  $h_{c1}^* < h < h_{c2}^*$  реализуется CFS-фаза, где криптоферромагнетизм сосуществует со сверхпроводимостью, причем имеет место когерентная  $\pi$ -связь между спинами соседних FI-слоев. В точке  $h = h_{c2}^*$  система переходит путем фазового перехода первого рода в FN-состояние, в котором также имеет место 2D ферромагнетизм. Фазовые диаграммы для FI/S-решеток топологически совпадают с таковыми для FI/S-контактов. Они могут быть представлены рис. 15, где необходимо заменить FS на AFS, а все критические поля и параметры пометить звездочками.

Критические точки на фазовой диаграмме FI/S-решетки можно выразить через параметры системы. Таким образом, имеем

$$h_{c1}^* = A_0 \frac{\xi_0}{d_s} \sqrt{\frac{2}{\pi \sqrt{e}}}, \quad A_c^* = \frac{A_0}{\sqrt{e}}.$$

Приведем значение  $h_{c1}^*$  и  $h_{c2}^*$  в случае  $A_c^* - 1 \ll A_c^*$ :

$$h_{c1}^* \approx h_c^* \left( 1 - \frac{1}{2} \sqrt{1 - \frac{1}{A_c^*}} \right),$$

$$h_{c2}^* \approx h_c^* \left[ 1 + \frac{5}{28} \left( 1 - \frac{1}{A_c^*} \right)^2 \right],$$

а волновой вектор модуляции в CFS-фазе

$$Q_{c2}^* \approx \frac{1}{d_s} \sqrt{\frac{60}{7} \left( 1 - \frac{1}{A_c^*} \right)}.$$

При  $A_c^* \rightarrow 1$  область, занимаемая криптоферромагнетизмом, стягивается в точку.

Сама величина  $A_c^*$  в этих условиях определяется соотношением

$$A_c^* = \frac{2}{3\pi e} \left( \frac{d_s}{\xi_0} \right)^2 A_c,$$

где  $A_c$  — критический баланс молекулярных полей, соответствующий контакту (вторая формула в (5.25)).

Различия в характерах взаимной подстройки сверхпроводимости и магнетизма в FI/S-контактах и сверхрешетках обусловлены прежде всего наличием в последних (дополнительно к РККИ-обмену между спинами вдоль FI/S-границ) еще и антиферромагнитного обмена между локализованными спинами соседних FI-слоев через S-прослойки. Сама идея об антиферромагнитной связи двух ферромагнитных изоляторов через сверхпроводник впервые обсуждалась де Женом [113].

### 5.3. FI/S-мультислои при конечных температурах.

#### Мультикритические точки на фазовых диаграммах

Элементарный качественный анализ возможных вариантов сосуществования и взаимной подстройки сверхпроводимости и ферромагнетизма в FI/S-контактах при конечных температурах можно сделать на основе теории фазовых переходов Ландау. Действуя в рамках приближения самосогласованного поля, определим магнитный порядок в FI-пленке в виде (5.13), где через  $\langle S \rangle$  обозначено термодинамическое среднее локализованного спина в узле с  $\mathbf{p}$ . Тогда для свободной энергии, приходящейся на единицу площади контакта, при температурах, близких к критической, получим следующий функционал [79]:

$$f = f_F^0 + f_N^0 + J \langle S \rangle^2 q_{\perp}^2 \frac{d_f}{a} - I(q_{\perp}, 0, 0) \frac{\langle S \rangle^2}{a^2} + \frac{d_s}{a^3} \left( \alpha_0 \frac{\Delta^2}{2} + \beta_0 \frac{\Delta^4}{4} + \gamma_0 \frac{\Delta^6}{6} \right), \quad (5.31)$$

который формально отличается от выражения (5.14) для  $T = 0$  лишь заменой слагаемого, отвечающего за выигрыш в энергии за счет сверхпроводящего перехода S-слоя, на разложение Ландау по степеням  $\Delta$ . Коэффициенты  $\alpha_0$ ,  $\beta_0$ ,  $\gamma_0$  данного разложения известны из микроскопической теории сверхпроводимости [114]:

$$\alpha_0 = -2N(0) \left( 1 - \frac{T}{T_{cs}} \right), \quad \beta_0 = \frac{7\zeta(3)N(0)}{(2\pi T_{cs})^2},$$

$$\gamma_0 = \frac{93\zeta(5)N(0)}{2(2\pi T_{cs})^4}.$$

Для дальнейшего анализа удобно, используя высокотемпературное разложение потенциала РККИ (5.15) по степеням  $\Delta$  и  $q_{\perp}$  (при  $\Delta \ll 2\pi T_{cs}$ ,  $q_{\perp} \xi_s \ll 1$ ), переписать функционал (5.31) в виде

$$f = f_F^0 + f_N^0 + J \langle S \rangle^2 q_{\perp}^2 \frac{d_f}{a} + \frac{d_s}{a^3} \left( \alpha \frac{\Delta^2}{2} + \beta \frac{\Delta^4}{4} + \gamma \frac{\Delta^6}{6} \right). \quad (5.33)$$

Здесь перенормированные коэффициенты  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  даются выражениями

$$\alpha = \alpha_0 + 2N(0)\eta\left(\frac{h}{h_t}\right)^2 \left[1 - b(q_{\perp}\xi_s)^2 + g(q_{\perp}\xi_s)^4\right],$$

$$\beta = \beta_0 \left[1 - \left(\frac{h}{h_t}\right)^2\right], \quad \gamma = \gamma_0 \left[1 + p\left(\frac{h}{h_t}\right)^2\right],$$

$$h = \frac{I\langle S \rangle a}{2d_s}, \quad h_t = \sqrt{\frac{7\zeta(3)}{186\zeta(5)}} 2\pi T_{cs} \approx 1,312 T_{cs},$$

$\xi_s$  — длина когерентности при  $T = T_{cs}$ , а числовые значения коэффициентов таковы:

$$\eta \approx 0,367, \quad b \approx 0,963, \quad g \approx 0,955, \quad p \approx 1,303.$$

Слагаемые в последнем члене (5.33), пропорциональные произведению  $h^2$  и  $\Delta^2$ , ответственны за связь магнитного и сверхпроводящего ПП.

Минимизация функционала (5.33) по  $\Delta$  и  $q_{\perp}$  приводит к наличию трех различных состояний (см. [79]):

- 1) ферромагнитной нормальной фазы FN с  $\Delta = q_{\perp} = 0$ ;
- 2) ферромагнитной сверхпроводящей фазы FS с  $\Delta = \Delta_1, q_{\perp} = 0, A < 1$ ;

$$\Delta_1^2 = \frac{-\beta + \sqrt{\beta^2 - 4\gamma\alpha_1}}{2\gamma}, \quad \alpha_1 = \alpha_0 + 2N(0)\eta\left(\frac{h}{h_t}\right)^2;$$

- 3) криптоферромагнитной сверхпроводящей фазы CFS с  $\Delta = \Delta_2, q_{\perp} = q_0, A > 1$ :

$$\Delta_2^2 = \frac{-\beta + \sqrt{\beta^2 - 4\gamma\alpha}}{2\gamma}, \quad q_0^2 = \left(1 - \frac{1}{A}\right) \frac{b}{2g\xi_s^2}.$$

Реализация каждой из этих фаз зависит от величины трех параметров: температуры  $T$ , обменного поля  $h$ , создаваемого локализованными спинами FI/S-границы на электронах проводимости сверхпроводника, и отношения

$$A = \frac{\pi^2 N(0) h^2 \xi_s^2 d_s}{12 J \langle S \rangle^2 a^2 d_f} \left(\frac{\Delta}{2T_{cs}}\right)^2 \quad (5.34)$$

антиферромагнитного и ферромагнитного молекулярных полей. Отметим, что малость отношения амплитуд антиферро- и ферромагнитной поляризации в (5.34) компенсируется исключительно большим отношением их областей действия  $\xi_s^2 d_s / a^2 d_f$ . Поэтому параметр  $A$  может варьироваться в довольно широких пределах. При  $A > 1$  ферромагнитное состояние неустойчиво, и длинноволновая модуляция, зарождающаяся на FI/S-границе, будет передаваться сильным межатомам обменом  $J$  на всю толщину FI-пленки. Проигрыш в энергии прямого обмена при этом оказывается меньше, чем выигрыш в энергии, связанный с переходом S-слоя в сверхпроводящее состояние и уменьшением парамагнитного эффекта. Схематические изображения фазовых диаграмм для двух типов FI/S-контактов приведены на рис. 16.

Контакты первого типа (рис. 16а) с  $A_c < 1$ , где  $A_c = A(h = h_c, T = 0)$  и  $h_c$  — критическое обменное поле, допускают сосуществование со сверхпроводимостью только однородного ферромагнитного упорядочения. Критическая температура  $T_c(h)$  на линии  $T_{cs} - T_t$  фазовых переходов второго рода задается уравнением  $\alpha_1 = 0$ .

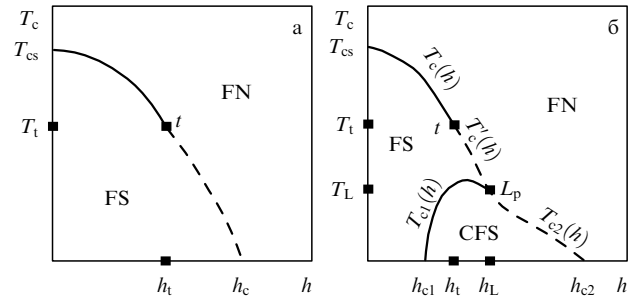


Рис. 16. Фазовые диаграммы  $(T_c, h)$  для FI/S-контактов первого типа (а) и второго типа (б). Сплошными линиями изображены кривые фазовых переходов второго рода, штриховыми — первого рода [79].

На линии  $h_t - h_c$  фазовых переходов первого рода ( $\beta < 0$ ) функция  $T_c'(h)$  определяется из уравнения  $\alpha_1 = 3\beta^2/16\gamma$ .  $T_c'$  стремится к нулю, когда обменное поле  $h$  достигает своего критического значения  $h_c \approx 1,74h_t$ . Соответствующая  $h_c$  величина  $\Delta_1$  равна  $\Delta_c \approx 1,11h_t$ . Нетрудно видеть, что баланс молекулярных полей  $A$ , который удобно представить в виде

$$A = A_c \left(\frac{h}{h_t}\right)^2 \left(\frac{\Delta}{\Delta_c}\right)^2, \quad A_c = \frac{\pi^2 N(0) h_c^2 \xi_s^2 d_s}{12 J \langle S \rangle^2 a^2 d_f} \left(\frac{\Delta_c}{2T_{cs}}\right)^2, \quad (5.35)$$

остается меньше единицы при движении вдоль линии  $T_{cs} - t - h_c$  фазовых переходов FS-FN, так как  $A_c < 1$ . Координаты трикритической точки  $t$  ( $h = h_t, T = T_t$ ), в которой происходит смена рода фазового перехода, находятся из одновременного выполнения условий  $\beta = 0$  и  $\alpha_1 = 0$ . Именно наличие трикритической точки  $t$  диктует необходимость удержания в разложении (5.33) членов до  $\Delta^6$  включительно. Следует, однако, отметить, что фазовые диаграммы и величины критических параметров, получаемые здесь и ниже в рамках теории Ландау, имеют только качественный характер из-за пренебрежения реальной температурной зависимостью коэффициентов  $\alpha, \beta, \gamma$  в разложении (5.33).

Отличительной особенностью FI/S-контактов второго типа (рис. 16б) с  $A_c > 1$  является наличие точки Лифшица  $L_p$  [81] на линии фазовых переходов первого рода. В ней сходятся все три возможные фазы: FN, FS и CFS. Координаты точки Лифшица ( $T_L, h_L$ ) определяются из одновременного выполнения условий  $\alpha_1 = 3\beta^2/16\gamma$  и  $A = 1$ . Последнее условие ( $A = 1$ ) соответствует обращению в бесконечность периода модуляции  $q_0^{-1}$  магнитного порядка в FI-слое и вместе с выражением для  $\Delta_1$  определяет линию переходов второго рода  $T_{c1}(h)$ , которая разделяет соразмерную (FS) и несоизмерную (CFS) сверхпроводящие магнитные фазы. Отметим, что кривая  $T_{c1}(h)$  проходит через максимум, обеспечивая тем самым возвратное FS-CFS-FS поведение системы в определенном интервале обменных полей между  $h_{c1}$  и  $h_L$  при фиксированной температуре. Вблизи точки Лифшица кривая  $T_{c2}(h)$  переходов первого рода, отделяющая ферромагнитную нормальную фазу FN от сверхпроводящей фазы CFS с синусоидально модулированным магнитным порядком, определяется из равенства свободных энергий этих фаз.

В случае FI/S-сверхрешетки анализ соответствующей свободной энергии  $f^*$  проводится аналогично случаю FI/S-контактов, и фазовая диаграмма  $(T, h)$  топологически эквивалентна таковой для FI/S-контакта. Между

ними существует такая же взаимосвязь, какая была для  $T = 0$ , а именно: необходимо на рис. 16 заменить FS на AFS. Как и в случае  $T = 0$ , состояния AFS и CFS являются трехмерными, а FN — двумерными, т.е. в них теряется когерентность в ориентации магнитных моментов FI-слоев. Детальное обсуждение особенностей мультикритических точек  $t$  и  $L_p$  на этих диаграммах дается в работе [79].

Таким образом, отношение антиферромагнитного и ферромагнитного молекулярных полей  $A_c$  или  $A_c^*$  позволяет классифицировать FI/S-системы по двум типам, подобно тому как параметр Гинзбурга–Ландау  $\chi$  служит для разделения сверхпроводников первого и второго рода. Системы FI/S первого типа с  $A_c, A_c^* < 1$  допускают сосуществование со сверхпроводимостью в S-слоях только однородного ферромагнитного упорядочения в FI-слоях (рис. 15а, 16а). Из фазовых диаграмм FI/S-систем второго типа ( $A_c, A_c^* > 1$ , рис. 15б, 16б) следует, что при определенных условиях с изменением температуры  $T$  или обменного поля  $h$  можно ожидать каскада чередующихся магнитных и сверхпроводящих переходов: CFS  $\rightarrow$  FS  $\rightarrow$  FN для контактов и CFS(2D–3D)  $\rightarrow$  FS(3D)  $\rightarrow$  FN(2D) для сверхрешеток. Аналогичная цепочка переходов, возникающая под действием внешнего магнитного поля, параллельного плоскости FI/S-границы, объясняет увеличение и последующий выход на насыщение обменного расщепления БКШ-пика в плотности состояний квазичастиц алюминия в контактах EuO/Al [73], EuS/Al [74]. Дальнейший рост магнитного поля приводит к фазовому переходу *первого* рода в нормальное состояние, как это и наблюдается в данных экспериментах.

Отметим также, что слабое подавление сверхпроводимости в сверхрешетке EuO/V [77] можно объяснить сильной компенсацией обменного поля в ванадиевых прослойках за счет  $\pi$ -фазной согласованности магнитных структур локализованных спинов соседних FI-слоев в AFS- или CFS-состояниях. Наличие несоразмерной магнитоупорядоченной сверхпроводящей фазы типа CFS в контактах EuO/Al, EuS/Al и возможное ее присутствие в сверхрешетках EuO/V делает эти системы вероятными кандидатами на обладание точкой Лифшица и поэтому привлекательными объектами для дальнейшего экспериментального исследования. Непосредственное наблюдение за изменением спинового упорядочения в FI-слоях из-за конкуренции между сверхпроводимостью и ферромагнетизмом можно осуществить, по-видимому, методом магнитного рассеяния нейтронов. Для экспериментального изучения диаграмм состояний можно воспользоваться тем, что окрестности мультикритических точек можно проходить как по температуре  $T$ , так и по величине обменного поля  $h = I\langle S \rangle a / 2d_s$ , варьируя толщины сверхпроводящих слоев  $d_s$  или изготавливая их в форме клина.

## 6. FI/S-системы в случае чистого сверхпроводника

### 6.1. Граничные условия для контакта ферромагнитного диэлектрика с чистым сверхпроводником

В предыдущем разделе были изучены FI/S-контакты и сверхрешетки в предельном случае грязного сверхпро-

водника. Здесь мы рассмотрим другой предел — чистого сверхпроводника. Важнейшим элементом теории является вывод граничных условий на FI/S-контакте. Эта проблема была решена в работах [115, 116] еще в 1988 г. Авторы моделировали границу как высокоэнергетический барьер для электронов в сверхпроводящем металле. Оказалось, что многие свойства искомым граничных условий определяются симметрией системы. Для гладкой, абсолютно отражающей поверхности раздела соотношение между падающей и отраженной электронными волнами даются матрицей рассеяния  $S$ , которая связывает двухкомпонентные спиноры квазичастицы, представляющие падающую  $\psi_{in}$  и рассеянную волну  $\psi_{out}$ , характеризующиеся квазиимпульсами  $\mathbf{p}_{in}$  и  $\mathbf{p}_{out}$ :  $\psi_{out} = S\psi_{in}$ . Поскольку предполагается идеальное отражение, матрица должна быть унитарной, т.е.  $SS^+ = S^+S = 1$ . Для магнитно-активной поверхности, имеющей спонтанный момент, характеризуемый единичным вектором  $\boldsymbol{\mu}$ ,  $S$  является матрицей размера  $2 \times 2$  вида  $S = s + \mathbf{m} \cdot \boldsymbol{\sigma}$ , где вектор  $\mathbf{m} \sim \boldsymbol{\mu}$ .

Общая форма  $S$ -матрицы, согласующаяся с условиями унитарности, есть

$$S = \exp\left(-\frac{i\theta\boldsymbol{\mu}\boldsymbol{\sigma}}{2}\right), \quad (6.1)$$

где  $\theta$  является углом смешивания спиновых состояний в отраженной волне. Действительно, пусть спонтанный момент направлен вдоль оси  $y$ , и пусть падающая волна имеет спин, направленный вдоль оси  $z$  (перпендикулярно границе раздела) с проекцией  $\sigma_z = 1$  (состояние  $\psi_{in} = |\uparrow\rangle$ ). Тогда отраженная волна будет представлять собой суперпозицию спиновых состояний с обеими проекциями спина:

$$\psi_{out} = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|\uparrow\rangle + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|\downarrow\rangle. \quad (6.2)$$

Таким образом, спин квазичастицы при отражении от намагниченной поверхности раздела вращается на угол  $\theta/2$ . Это вращение является результатом туннельного проникновения квазичастицы в ферромагнитную область, запрещенную для нее в классическом смысле, и потому представляет собой квантовый эффект.

Угол смешивания  $\theta$  зависит от сохраняющегося вдоль поверхности раздела квазиимпульса  $\mathbf{p}_{\parallel}$ . Если считать поверхность Ферми сферической, то  $\mathbf{p}_{\parallel} = \mathbf{p} - (\mathbf{p} \cdot \mathbf{z})\mathbf{z}$ . Матрица  $S$  не учитывает динамического переворота спина квазичастицы при ее туннелировании в ферромагнитную область, а учитывает только взаимодействие ее спина со средним полем, действующем на нее в ферромагнетике.

В работе [116] предложена модель для потенциального барьера на FI/S-границе. Предполагается, что ферромагнетик является полупроводником с запрещенной щелью  $E_g$ , которая и определяет высоту барьера. Решение уравнения Шрёдингера для электрона с таким потенциальным барьером позволяет вычислить матрицу рассеяния  $S$ . Она оказывается зависящей от двух безразмерных параметров:

$$r = \left(\frac{2mE_g}{p_F}\right)^{1/2}, \quad \lambda = \frac{h}{E_g},$$

где  $m$  и  $p_F$  — масса и импульс Ферми для электрона в металле, а  $h$  — обменное поле в ферромагнетике,



действующее на его спин; при этом считается, что  $\lambda < 1$ . Матрица  $S$  также зависит от угла  $\vartheta$  между отраженным электроном и осью  $z$ . Угол смешивания следующим образом выражается через собственные значения матриц  $S_+$  и  $S_-$ :

$$\tan \frac{\theta}{2} = -\frac{2 \operatorname{Im} S_+ S_-^*}{|S_+ + S_-|^2}.$$

Для  $r \gg 1$  отсюда следует, что  $\theta \approx (2\lambda/r) \cos \vartheta$ . Таким образом, при этих условиях угол  $\theta$  оказывается малым и пропорциональным обменному полю  $h$ . Конечно, угол смешивания  $\theta$  сложным образом должен зависеть от угла  $\vartheta$ , который определяется видом поверхности Ферми и ориентацией кристаллических осей сверхпроводника по отношению к границе раздела контакта. В имеющихся теоретических исследованиях [115–117] для простоты предполагается, что поверхность Ферми сферическая, а угол смешивания  $\theta$  не зависит от угла  $\vartheta$  и представляет некоторый параметр, характеризующий границу раздела.

Граничные условия на поверхности раздела FI/S могут быть сформулированы в терминах матричной функции Грина  $\hat{g}(\mathbf{p}, \mathbf{R}, \omega_n)$  сверхпроводника. Поскольку одночастичная функция Грина строится на двух собственных векторах одночастичного состояния, ясно, что на границе раздела должна быть связь между ее значениями для квазиимпульсов  $\mathbf{p}_{\text{in}}$  и  $\mathbf{p}_{\text{out}}$ . Она имеет следующий вид [116]:

$$\hat{g}(\mathbf{p}_{\text{out}}, \mathbf{R}_0, \omega_n) = \hat{S} \hat{g}(\mathbf{p}_{\text{in}}, \mathbf{R}_0, \omega_n) \hat{S}^+, \quad (6.3)$$

где  $\mathbf{R}_0$  — координаты точек поверхности, а  $\hat{S}$  — матрица  $4 \times 4$ , составленная из спиновой матрицы  $S$ :

$$\begin{aligned} \hat{S} &= \begin{pmatrix} S(\mathbf{p}, \boldsymbol{\mu}) & 0 \\ 0 & S^+(-\mathbf{p}, -\boldsymbol{\mu}) \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} \exp\left[-i\frac{\theta}{2}(\boldsymbol{\mu}\boldsymbol{\sigma})\right] & 0 \\ 0 & \exp\left[-i\frac{\theta}{2}(\boldsymbol{\mu}\boldsymbol{\sigma})^{\text{tr}}\right] \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (6.4)$$

Нижний элемент матрицы  $\hat{S}$  отвечает дыркам, отраженным от границы, а верхний — электронам, составляющим квазичастицу в сверхпроводнике.

В работе [116] была решена задача о системе, состоящей из ферромагнитного диэлектрика и сверхпроводника, занимающего полупространство. Использование граничных условий в форме (6.3) с функциями Грина в квазиклассическом приближении привели к следующим главным результатам: сверхпроводящая щель FI/S-системы уменьшается при приближении к границе раздела, как только  $z$  принимает значение порядка нескольких корреляционных длин  $\xi_0$ . С другой стороны, индуцированное в сверхпроводнике обменное поле быстро убывает на тех же расстояниях — результат достаточно очевидный.

Критическая температура  $T_c$  для сверхпроводящего слоя конечной толщины  $d_s \ll \xi_0$  уменьшается с ростом параметра

$$\rho = \frac{\xi_0}{2d_s} \tan \frac{\theta}{2}, \quad (6.5)$$

обращаясь в нуль при  $\rho = \rho_c \approx 0,38$ . При малых  $\rho \ll 1$

$$\frac{T_c}{T_{cs}} = 1 - \frac{7\zeta(3)}{3} \rho^2 + \dots \quad (6.6)$$

Таким образом, наличие границы с ферромагнитным диэлектриком ведет к распариванию в сверхпроводнике за счет появления смешивания спиновых состояний в отраженных волнах. Наибольший интерес представляет такая система, в которой по обе стороны от сверхпроводящей пленки имеются ферромагнитные слои произвольной толщины. Эта ситуация была изучена в работе [117] для сверхпроводников синглетного и триплетного типа.

### 6.2. FI/S/FI-система с синглетной сверхпроводимостью

Изучение сверхпроводящего состояния в такой трехслойной системе в зависимости от взаимной ориентации векторов намагниченности FI-слоев представляет особый интерес ввиду возможных технических применений. В этом разделе будем следовать работе [117].

Неоднородная система, состоящая из двух ферромагнитных слоев, между которыми имеется тонкая пленка сверхпроводящего металла (рис. 17), описывается функцией Грина  $\hat{g}(\mathbf{p}, \mathbf{R}, \omega_n)$ , зависящей от импульса  $\mathbf{p}$  и координаты  $\mathbf{R}$  квазичастицы. Ее матричная структура такова:

$$\hat{g}(\mathbf{p}, \mathbf{R}, \omega_n) = \begin{pmatrix} g(\mathbf{p}, \mathbf{R}, \omega_n) & f(\mathbf{p}, \mathbf{R}, \omega_n) \\ f^*(-\mathbf{p}, \mathbf{R}, \omega_n) & g^{\text{tr}}(-\mathbf{p}, \mathbf{R}, -\omega_n) \end{pmatrix}, \quad (6.7)$$

где нормальная функция Грина  $g$  диагональна по спину, а аномальная  $f$  — для синглетного состояния — имеет

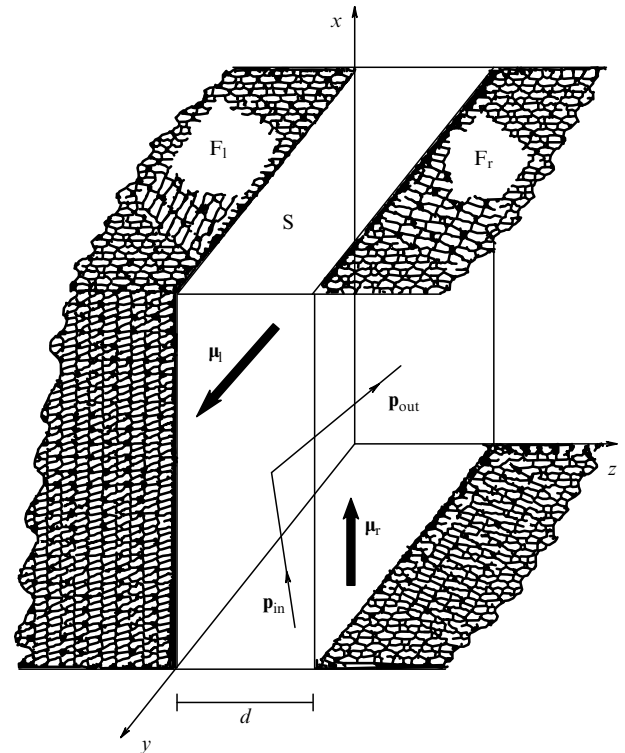


Рис. 17. FI/S/FI-контакт с различной ориентацией спонтанного момента  $\boldsymbol{\mu}_l$  и  $\boldsymbol{\mu}_r$  для левого и правого F-слоя [117].

вид

$$f = f_s i \sigma_2. \quad (6.8)$$

Для чистого сверхпроводника в квазиклассическом приближении  $\hat{g}$  подчиняется уравнению Эйленберга [71]

$$[i\omega_n \tau_3 - \hat{\Delta}(\mathbf{p}, \mathbf{R}, \omega_n), \hat{g}(\mathbf{p}, \mathbf{R}, \omega_n)] + i v_F \mathbf{V}_R g(\mathbf{p}, \mathbf{R}, \omega_n) = 0 \quad (6.9)$$

со следующей нормировкой:

$$\hat{g}^2(\mathbf{p}, \mathbf{R}, \omega_n) = -1. \quad (6.10)$$

С другой стороны, ПП  $\hat{\Delta}$  есть решение самосогласованного уравнения

$$\hat{\Delta}(\mathbf{p}, \mathbf{R}) = N(0) T \sum_n \int \frac{d\Omega'}{4\pi} V(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \hat{f}(\mathbf{p}', \mathbf{R}, \omega_n), \quad (6.11)$$

где  $V(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$  — потенциал спаривания, а угол  $\Omega$  характеризует интегрирование по ферми-поверхности.

Чтобы вычислить функцию Грина всей системы, необходимо решить систему уравнений (6.9), (6.10) совместно с граничными условиями (6.3) для левой и правой границы. Импульсы в граничных условиях связаны соотношением

$$\mathbf{p}_{\text{out}} = \mathbf{p}_{\text{in}} - 2\mathbf{z}(\mathbf{p}_{\text{in}} \cdot \mathbf{z}). \quad (6.12)$$

Угол смешивания  $\theta$ , параметризующий  $S$ -матрицу, будет рассматриваться далее как феноменологический параметр, не зависящий от импульсов  $\mathbf{p}_{\text{in}}$  и  $\mathbf{p}_{\text{out}}$ .

В условиях, когда  $d_s \ll \xi_0$ , решение уравнения (6.9) можно найти с помощью подстановки

$$\hat{g}(\mathbf{p}, \mathbf{R}, \omega_n) = \hat{g}_0(\mathbf{p}, \omega_n) + \left(z - \frac{d_s}{2}\right) \hat{g}_1(\mathbf{p}, \omega_n),$$

где  $|\mathbf{g}_0| \gg |d_s \mathbf{g}_1|$ . Используя граничные условия (6.3) для левой и правой границы двойного контакта, можем исключить  $\hat{g}_1$  и получить уравнение на  $\hat{g}_0$ :

$$\left\{ [i\omega_n \tau_3 - \hat{\Delta}, \hat{g}_0], \hat{S}_l \hat{S}_r \right\} + 2i \frac{v_F |p_z|}{d_s} [\hat{g}_0, \hat{S}_l \hat{S}_r] + \hat{S}_l [i\omega_n \tau_3 - \hat{\Delta}, S_l^+ \hat{g}_0 \hat{S}_l + \hat{S}_r^+ g_0 \hat{S}_r] \hat{S}_r = 0. \quad (6.13)$$

Здесь скобки  $[\dots]$  и  $\{\dots\}$  означают коммутатор и антикоммутатор, соответственно.

В случае синглетного сверхпроводника  $4 \times 4$ -матрица  $\hat{\Delta}$  должна иметь вид:

$$\hat{\Delta} = i \Delta_s \sigma_2 \tau_1. \quad (6.14)$$

Вблизи  $T_c$  решение для  $\hat{g}_0$  в уравнении (6.13) ищется в виде  $\hat{g}_0 = \hat{g}_0^{(0)} + \hat{f}_0^{(1)}$ , где  $g_0^{(0)}$  не зависит от  $\Delta$ , а  $f_0^{(1)}$  линейно по  $\Delta$ . Условие нормировки (6.10) тогда приближенно распадается на два уравнения:

$$[\hat{g}_0^{(0)}]^2 = -1, \quad \{\hat{g}_0^{(0)}, \hat{f}_0^{(1)}\} = 0.$$

Для синглетного сверхпроводника ориентация намагниченности в контакте не существенна, и  $T_c$  зависит

только от взаимной ориентации векторов  $\boldsymbol{\mu}_l$  и  $\boldsymbol{\mu}_r$ . При параллельной намагниченности матрицы рассеяния  $S_l$  и  $S_r$  на левом и правом контактах равны, и (6.13) тогда сводится к уравнению

$$[i\omega_n \tau_3 - \hat{\Delta} - \alpha \sigma_2 \tau_3, \hat{g}_0] = 0, \quad \text{где} \quad \alpha = \frac{v_F |p_z|}{2d_s} \tan \theta.$$

Из линеаризованного уравнения (6.11) тогда следует уравнение на  $t_c = T_{c\perp}/T_{cs}$ :

$$\ln t_c = - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n+1/2} \left[ 1 - \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{t_c}{\rho} \arctan \frac{\rho}{T_c(n+1/2)} \right], \quad (6.15)$$

и

$$\rho = \rho_0 \frac{\tan \theta}{\tan(\theta/2)}, \quad \rho_0 = \frac{\xi_0}{2d_s} \tan \frac{\theta}{2}. \quad (6.16)$$

Здесь, как обычно,  $T_{cs}$  — критическая температура для объемного сверхпроводника, а  $\rho_0$  — параметр, описывающий разрушение куперовских пар на одной FI/S-границе. В этом случае  $T_c$  при  $\rho_0 \ll 1$  определяется соотношением (6.6).

Если в уравнении (6.15)  $\rho \ll 1$ , приходим к следующим соотношениям для подавления  $T_c$  при наличии трислоя FI/S/FI и контакта FI/S:

$$\frac{\delta T_{c2}}{T_{cs}} = 4 \frac{\delta T_{c1}}{T_{cs}}, \quad (6.17)$$

где  $\delta T_{c2} = T_{c2} - T_{cs}$  и  $\delta T_{c1} = T_{c1} - T_{c0}$ . Численное решение уравнений на  $T_c$  в этих случаях показано на рис. 18. Мы видим, что взаимодействие с FI/S-границами приводит к эффекту распаривания. Другой механизм возникает при антипараллельной ориентации векторов  $\boldsymbol{\mu}_l$  и  $\boldsymbol{\mu}_r$ . В этом случае матрицы рассеяния на контактах связаны соотношениями  $S_l S_r = 1$ . В результате (6.13) сводится к следующему уравнению:

$$[i\omega_n \tau_3 - a \hat{\Delta} - b \sigma_2 \hat{\Delta}, \hat{g}_0] = 0, \quad (6.18)$$

где  $a = \cos^2(\theta/2)$  и  $b = i \sin(\theta/2)$ . Линеаризованное уравнение (6.11) дает

$$T_{c, \text{anti}} = T_{cs} \exp\left(-\frac{1}{\lambda} \tan^2 \frac{\theta}{2}\right). \quad (6.19)$$

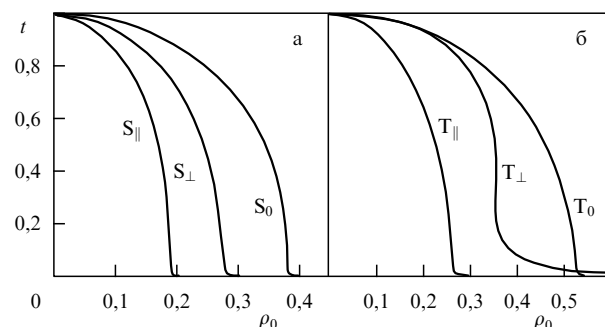


Рис. 18. Температура сверхпроводящего перехода в зависимости от распаривающего параметра для синглетного (а) и триплетного (б) сверхпроводника в FI/S/FI-системе [117].

Таким образом, в этом случае имеет место просто ослабление спаривания. Наконец, при перпендикулярной ориентации векторов  $\mathbf{\mu}_l$  и  $\mathbf{\mu}_r$  зависимость от распаривающего параметра показана также на рис. 18а. При малых  $\rho$  имеет место соотношение

$$\delta T_{c\perp} = 2\delta T_{c1} = \frac{1}{2} \delta T_{c2}. \quad (6.20)$$

В случае сверхпроводника с триплетными парами ситуация становится более сложной. Матрица  $\hat{\Delta}$  содержит векторный ПП  $\Delta_l$ :

$$\hat{\Delta} = \begin{pmatrix} 0 & (\Delta_l \boldsymbol{\sigma}) i \sigma_2 \\ i \sigma_2 (\Delta_l^* \boldsymbol{\sigma}) & 0 \end{pmatrix}, \quad (6.21)$$

и для его нахождения необходимо решить самосогласованное уравнение (6.11). Результаты вычисления  $T_c$  при различных ориентациях векторов  $\mathbf{\mu}_l$  и  $\mathbf{\mu}_r$  представлены на рис. 18б.

В обоих случаях сверхпроводимость FI/S/FI-системы сильно зависит от взаимной ориентации векторов  $\mathbf{\mu}_l$  и  $\mathbf{\mu}_r$ . При параллельной ориентации  $T_c$  быстрее убывает с ростом распаривающего параметра  $\rho_0$ , чем при перпендикулярной (или антипараллельной) ориентации векторов  $\mathbf{\mu}_l$  и  $\mathbf{\mu}_r$ . Это означает, что, если при фиксированном  $\rho_0$  температура  $T$  удовлетворяет условию  $T_{c2} < T < T_{c\perp}$  и трехслойный контакт находится в сверхпроводящем состоянии при перпендикулярной (антипараллельной) ориентации  $\mathbf{\mu}_l$  и  $\mathbf{\mu}_r$ , то при изменении ориентации магнитного поля в одном из FI-слоев, таком, что  $\mathbf{\mu}_l$  и  $\mathbf{\mu}_r$  станут параллельными, система перейдет в нормальное состояние. Таким образом, в этой ситуации с изменением ориентации магнитного поля на втором контакте произойдет резкое изменение проводимости. Это явление может быть использовано для создания сверхпроводящих спиновых переключателей тока.

## 7. Транспортные свойства S/F-систем

### 7.1. Эффект Джозефсона в S/F/S-структурах

До сих пор мы рассматривали исключительно термодинамику F/S-систем, в частности фазовые диаграммы F/S-контактов и F/S-сверхрешеток. Имеется, однако, ряд замечательных явлений, связанных с протеканием тока через двойные контакты. Среди них эффект Джозефсона в трехслойной структуре S/F/S, позволяющий непосредственно исследовать  $\pi$ -фазную сверхпроводимость. Другим примером может служить трехслойный контакт F/S/F, в котором используются транспортные свойства спин-поляризованных электронов и андреевское отражение. В настоящее время имеется большое число теоретических исследований, посвященных этим вопросам, которые могут уже составить тему отдельного обзора. Мы здесь ограничимся беглым изложением основных результатов, полученных к настоящему времени.

Впервые идея о возможности использования осциллирующей тока в S/F/S-контакте для исследования  $\pi$ -фазной сверхпроводимости была высказана в работе [118], где рассматривался контакт в чистом пределе. Однако реалистичный случай, соответствующий грязному пределу, был рассмотрен позднее Буздиным и Куприяновым [119], а затем более детально в работе [62]. Зная

функцию Узаделя  $F(z, \omega)$  в каждом слое S/F/S-контакта, можно вычислить ток, проходящий через него, в зависимости от разности фаз сверхпроводящего ПП на первом и втором S-слое. Как и в случае обычного джозефсоновского контакта, ток  $j(\varphi) = J_c \sin \varphi$ . Вычисления показали, что критический ток  $j_c$  через S/F/S-контакт определяется формулой [119]

$$j_c \sim F\left(\frac{\Delta}{T}\right) y \exp(-y) \sin\left(y + \frac{\pi}{4}\right), \quad (7.1)$$

где

$$y = \frac{d_f}{\xi_f} \left(\frac{2I}{\pi T_{cs}}\right)^{1/2}. \quad (7.2)$$

Таким образом, амплитуда тока убывает с ростом параметра  $y$  и обращается в нуль при  $y = n\pi - \pi/4$ , где  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Формула (7.1) справедлива при  $y \gg 1$ , однако можно показать, что  $j_c(y)$  имеет максимальное значение при  $y = 0$ . Величина  $F(\Delta/T)$  является убывающей функцией температуры и обращается в 0 при  $T = T_{cs}$ .

Мы видим, что  $j_c$  осциллирует с ростом толщины F-слоя, или (при фиксированной  $d_f$ ) с температурой, поскольку  $I \sim \langle S^2 \rangle$  падает при приближении к точке Кюри  $T_m$ . Осцилляции по температуре могут иметь место, когда  $T_m$  и  $T_c$  близки по порядку величины. Следует отметить, что с учетом использованных в [119] граничных условий полученные результаты справедливы лишь в пределе высокой прозрачности барьера.

Близкие по физическому смыслу результаты были получены недавно в работе [120], где использовалась микроскопическая модель слоистого металла, в котором чередуются атомные плоскости с ферромагнитным и сверхпроводящим ПП [121]. Для такого атомного предела S/F-сверхрешетки было получено условие появления  $\pi$ -фазной сверхпроводимости и рассчитан критический ток, текущий перпендикулярно слоям. Оказалось, что  $j_c$  как функция параметра  $I/T_c$  имеет максимум при  $I = 0$  и спадает до нуля в критической точке  $I_c$ , соответствующей возникновению  $\pi$ -фазной сверхпроводимости. В отличие от результата (7.1), справедливого для S/F/S-контакта, в случае атомной F/S-сверхрешетки имеется лишь один нуль критического тока.

Экспериментальное наблюдение такого немонотонного поведения критического тока с понижением температуры было сделано на трехслойной системе S/F/S, где в качестве сверхпроводящего слоя был взят Nb, а ферромагнитного — сплав  $\text{Cu}_x\text{Ni}_{1-x}$  с  $x$  вблизи 0,5 [122]. На рисунке 19 изображен критический ток, измеренный на двух таких контактах (кривые A и B) с толщиной ферромагнитного слоя  $d_f = 22$  нм. Кривая A показывает, что  $j_c$  увеличивается с понижением температуры, проходит через максимум, обращается в нуль и вновь возрастает. Это как раз соответствует предположению, что в S/F/S-системе реализуется  $\pi$ -фазная сверхпроводимость. Обращение критического тока в нуль соответствует переходу из 0-фазной в  $\pi$ -фазную сверхпроводимость. Таким образом, измерения, выполненные в работе [122], являются, по-видимому, первыми свидетельствами реализации  $\pi$ -фазной сверхпроводимости.

Другое наблюдение  $\pi$ -фазной сверхпроводимости в F/S-контактах было сделано той же группой авторов [123]. Они изучали температурную и полевую зависимость критического тока в цепи, составленной из трех F/S-контактов в треугольной геометрии. При темпера-

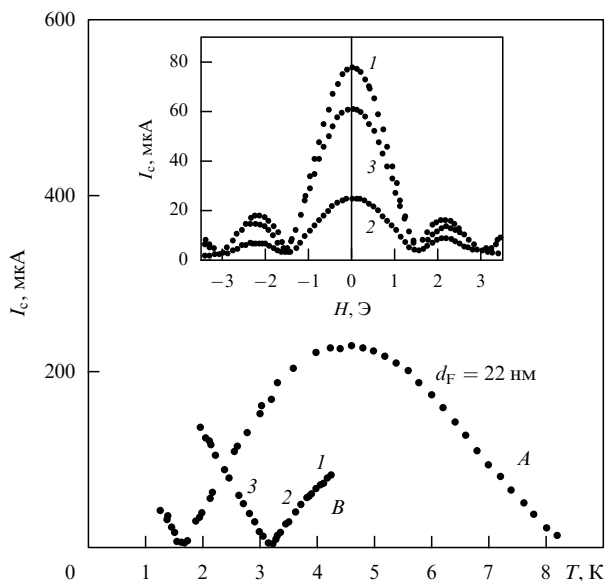


Рис. 19. Температурная зависимость критического тока на трехслойном контакте Nb/Cu<sub>0,48</sub>Ni<sub>0,52</sub>/Nb. На вставке приведена зависимость  $I_c$  от внешнего магнитного поля при температурах  $T = 4,19$  К (1),  $T = 3,45$  К (2),  $T = 2,61$  К (3) [122].

туре  $T_{cr} = 2,2$  К наблюдался кроссовер от 0-фазной сверхпроводимости (при  $T > T_{cr}$ ) к  $\pi$ -фазной (при  $T < T_{cr}$ ). О кроссовере можно судить по сдвигу периодической зависимости  $j_c(H)$ . В случае стандартной 0-фазной сверхпроводимости в  $j_c(H)$  наблюдаются пики, соответствующие целым квантам потока  $\Phi_0$ , проходящего через джозефсоновские контакты. В случае  $\pi$ -фазной сверхпроводимости кривая  $j_c(H)$  должна смещаться на полпериода, что и было обнаружено. С понижением температуры критический ток  $j_c$  обращается в нуль в точке  $T_{cr}$ , а затем снова возрастает уже в  $\pi$ -фазе.

Смещение кривой  $j_c(H)$  на полпериода обусловлено возникновением спонтанного тока в треугольной цепи, составленной из  $\pi$ -контактов, соответствующего половинному кванту потока. При этом возникает вырождение основного состояния вследствие возможности двух направлений этого тока. Поскольку такой объект имеет дважды вырожденное основное состояние, его можно использовать как квантовый бит информации (qubit) Ранее аналогичного рода предложения были высказаны в работах [124, 125].

В работе [126] рассматривался джозефсоновский контакт S/I/S, образованный двумя магнитными сверхпроводниками, в которых сверхпроводимость сосуществует со спиральным магнитным порядком. Такая фаза сосуществования в однородном металле ранее исследовалась в работах [4, 127]. Спиральная фаза возникает в ферромагнитном сверхпроводящем металле как результат подстройки сверхпроводящего и магнитного ПП в условиях  $Q_0^{-1} \ll \xi_0$ , когда парамагнитный эффект в системе ослабляется. Если фазы магнитного ПП  $\theta_1$  и  $\theta_2$  на поверхности диэлектрического слоя фиксированы, расчет показывает, что джозефсоновский туннельный ток определяется формулой [126]

$$J(\varphi, \theta) = (J_c - J'_c \cos \theta) \sin \varphi,$$

где  $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ ,  $\theta = \theta_1 - \theta_2$ . Дополнительный ток  $J'_c$ , который определяется разностью фаз  $\theta$ , зависит также от значений киральности (т.е. от того, является спираль

левой или правой) первого и второго сверхпроводника. Величина тока зависит от величины параметров  $\Delta/h$  и  $Qv_F/h$ . В таком контакте может реализоваться  $\pi$ -фазная сверхпроводимость, если удастся изменять магнитную разность фаз  $\theta$  с помощью внешнего поля, приложенного к одному из сверхпроводников.

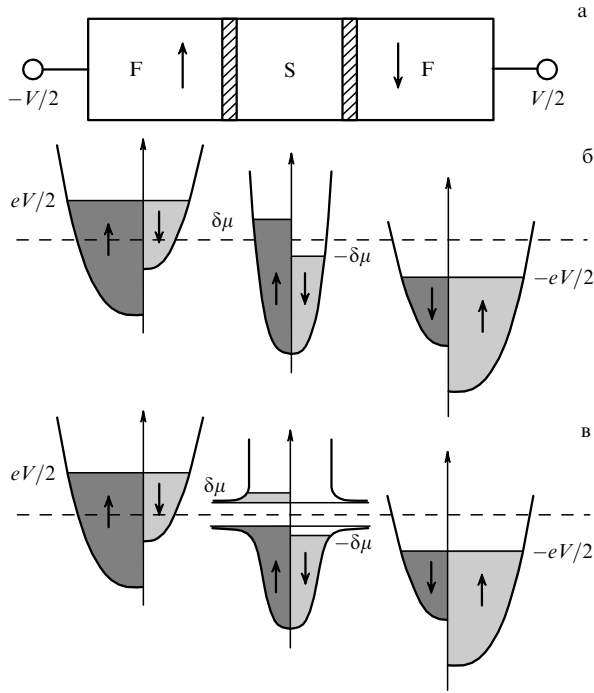
В другой работе [128] рассматривался сложный джозефсоновский контакт S/F/I/F/S, состоящий из двух S/F-бислоев, разделенных слоем диэлектрика. В такой гетеросистеме можно изучать критический ток в зависимости от взаимной ориентации магнитных моментов в ферромагнитных слоях. Расчет показывает, что при низких температурах ( $T \ll \Delta$ )  $J_c$  возрастает при увеличении обменного поля  $h$  при антиферромагнитной ориентации F-слоев. В случае параллельной ориентации  $J_c$  подавляется. В принципе такой эффект может быть использован для управления током с помощью внешнего магнитного поля.

## 7.2. Транспорт спин-поляризованных электронов в F/S/F-структурах

В самое последнее время большой интерес возник к транспортным свойствам в F/S-структурах, подключенных в электрическую цепь, возникающим благодаря переходу в сверхпроводник спин-поляризованных электронов из ферромагнитного слоя [72, 129–135]. В зависимости от приложенной к контакту разности потенциалов здесь возникают новые физические явления, обещающие определенные технические применения [129, 130]. Наиболее интересные явления возникают в F/S/F-структурах, в которых ток исследуется как функция приложенного потенциала  $V$  в двух различных конфигурациях: когда взаимная ориентация спонтанных моментов в F-слоях ферромагнитна или антиферромагнитна.

Суть явлений, происходящих в контакте F/S/F при наложении на него разности потенциалов, состоит в следующем. Ввиду подмагничивания электронов проводимости в F-слое они переходят в S-слой с преимущественной ориентацией спина  $\uparrow$  (в направлении спонтанного момента). Предполагается, что время спиновой релаксации  $\tau_s$  в S-слое больше всех других характерных времен, поэтому электрон со спином  $\uparrow$ , перешедший из левого F-слоя (рис. 20), быстро релаксирует к фермиевскому распределению квазичастиц в сверхпроводнике, но сохраняет свой спин до перехода в правый F-слой. Если конфигурация контакта антиферромагнитна, в S-слое накапливается неравновесная спиновая поляризация, при ферромагнитной ориентации она отсутствует. Благодаря спиновой поляризации, химический потенциал квазичастиц в сверхпроводнике сдвигается на  $\delta\mu$  для квазичастиц со спином  $\uparrow$  и на  $-\delta\mu$  для квазичастиц со спином  $\downarrow$ . Возникает, таким образом, парамагнитный эффект, за счет которого сверхпроводящая щель  $\Delta$  уменьшается, и при некотором  $\delta\mu$  (т.е. при некотором потенциале  $V$ ) может обратиться в нуль. Зависимость  $\Delta(\delta\mu)$  определяется тем же уравнением, что и в случае парамагнитного эффекта в сверхпроводнике [133, 134], а именно:

$$\ln \frac{\Delta_0}{\Delta} = \int_0^{\hbar\omega_D} \frac{d\varepsilon}{E(\varepsilon)} \left\{ \frac{1}{\exp[(E(\varepsilon) + \delta\mu)/T] + 1} + \frac{1}{\exp[(E(\varepsilon) - \delta\mu)/T] + 1} \right\}. \quad (7.3)$$



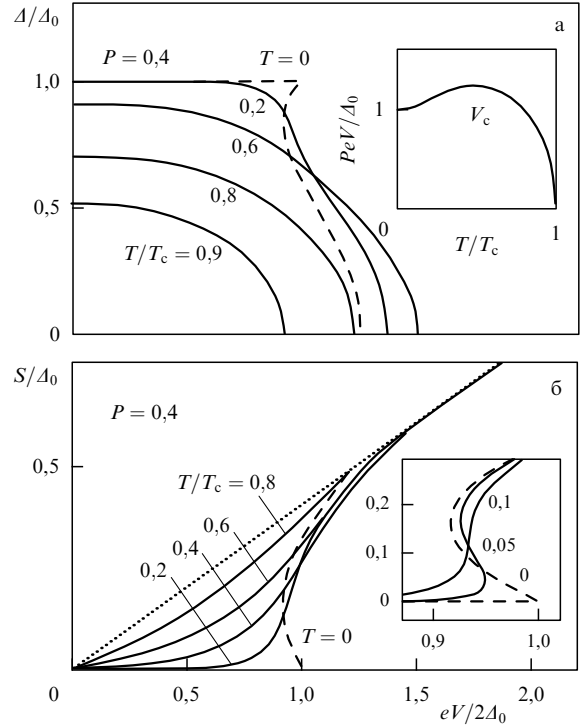
**Рис. 20.** (а) Двойной туннельный контакт F/S/F в приложенном потенциале  $V$  при антиферромагнитной конфигурации; (б, в) плотность состояний квазичастиц со спином  $\uparrow$  и  $\downarrow$  в нормальном (б) и сверхпроводящем (в) состоянии [133].

Здесь  $E(\varepsilon) = \sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2}$ , а  $\Delta_0$  — величина щели при  $T = 0$  в отсутствие спиновой плотности ( $\delta\mu = 0$ ).

Для нормального состояния в антиферромагнитной конфигурации  $\delta\mu = PeV/2$ , где  $P$  — спиновая поляризация; для сверхпроводящего состояния  $\delta\mu$  как функция  $T$  и  $V$  может быть рассчитана [133, 134].

В работе [133] в рамках феноменологической модели были вычислены щель  $\Delta$  и спиновая плотность (нормированная на плотность состояний в нормальной фазе в S-слое) как функция приложенного потенциала  $V$ . При фиксированной спиновой поляризации ферромагнитного слоя  $P = 0,4$  и для различных температур результаты расчета приведены на рис. 21. Мы видим, что для каждой температуры  $T < T_c$  имеется критическое значение  $V = V_c$ , при котором щель исчезает. Подавление сверхпроводимости вызвано накоплением спиновой поляризации в S-слое до некоторого критического значения, соответствующего разрушению куперовских пар за счет парамагнитного эффекта. Критическое значение  $V_c$  оказывается обратно пропорциональным спиновой поляризации F-слоя ( $V_c \sim 1/P$ ), что кажется вполне понятным, поскольку чем больше  $P$ , тем больше спиновая поляризация в S-слое, а значит, и больше распаривающий фактор, и тем меньше величина щели  $\Delta$ . В работе [134] рассчитана зависимость контактанса контакта от приложенного потенциала для антиферромагнитной и ферромагнитной конфигураций, а также туннельное магнетосопротивление. Обе величины являются весьма специфическими функциями  $V$  в интервале  $|eV| < 2\Delta_0$ .

Экспериментальные исследования спин-поляризованного транспорта в F/S-структурах проводились в ряде работ [72, 136–138]. В работе [139] наряду с данными эксперимента в Fe/Nb/Fe-трехслойке дается



**Рис. 21.** Теоретический расчет F/S/F-контакта в антиферромагнитной конфигурации для щели (а) и спиновой плотности (б) в зависимости от приложенной разности потенциалов. Пунктирная линия на рис. б показывает значение поляризации  $S_A = PeV/2$  в нормальном состоянии контакта [133].

вычисление зависимости распаривательного критического тока  $J_{c0}$  от толщины сверхпроводящего слоя  $d_s$ . На основе краевой задачи для функции Узаделя с граничными условиями для высокой прозрачности барьера был вычислен ток  $J_{c0}(d_s)$ . Из сравнения экспериментальных данных с расчетами для  $T_c(d_s)$  в Fe/Nb/Fe-системе были определены микроскопические параметры контакта, которые использовались затем для вычисления  $J_{c0}(d_s)$ . Полученные результаты хорошо согласуются с непосредственными измерениями распаривающего тока в этом контакте. Обе кривые для  $J_{c0}(d_s)$  и  $T_c(d_s)$  начинаются с критического значения  $d_{Nb} = 35$  нм и выходят на насыщение при  $d_{Nb} = 150$  нм.

### 7.3. Роль андреевского отражения

В феноменологической теории [133] не учитывалось андреевское отражение на границах нормального ферромагнитного и сверхпроводящего металлов в двойном F/S/F-контакте. Как показано в работе [134], оно может играть важную роль, если высота соответствующего барьера невелика. Андреевское отражение, как известно [140, 141], возникает при прохождении электрона из нормального металла в сверхпроводящий. Химические потенциалы обоих металлов равны, поэтому если энергия  $\omega$  падающего на границу электрона (отсчитанная от химического потенциала) меньше сверхпроводящей щели ( $\omega < \Delta$ ), он должен отражаться, при этом его энергия и квазиимпульс сохраняются, но скорость меняется на противоположную. Это означает, что отраженный таким образом электрон следует рассматривать как дырку (при обычном отражении меняется на противоположную лишь нормальная компонента скорости).

Другой аспект этого необычного отражения состоит в том, что электронный ток, текущий через нормальный и сверхпроводящий контакт, трансформируется на границе в ток куперовских пар, но в нормальном металле он сопровождается током порожденных в границе контакта дырок.

Если нормальный металл находится в ферромагнитном состоянии, то следует учесть подмагничивание электронов и раздвижку поверхности Ферми для электронов со спинами  $\uparrow$  и  $\downarrow$ . Рассмотрим электрон со спином  $\uparrow$  и энергией  $\omega$ , движущийся в направлении нормали к поверхности контакта. Волновая функция для левого FM-слоя может быть записана в виде

$$\psi_f(z) = \exp(ik_{e\uparrow}z) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + a_{\uparrow} \exp(ik_{h\uparrow}z) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + b_{\uparrow} \exp(-ik_{e\uparrow}z) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (7.4)$$

где  $k_{e\uparrow} = \sqrt{2m(E_F + \omega)}$ ,  $k_{h\uparrow} = \sqrt{2m(E_F - \omega - 2I)}$  — квазиимпульсы электрона и "отраженной" дырки. Третий член в (7.4) учитывает обычное отражение электрона.

В S-слое волновая функция включает электроноподобную и дырочноподобную части:

$$\psi_s(z) = c_{\uparrow} \exp(ik_{e\uparrow}^s z) \begin{pmatrix} u_k \\ v_k \end{pmatrix} + d_{\uparrow} \exp(-ik_{h\uparrow}^s z) \begin{pmatrix} v_k \\ u_k \end{pmatrix}, \quad (7.5)$$

где

$$k_{e\uparrow}^s = \sqrt{2m \left[ E_F + \sqrt{(\omega - \delta\mu)^2 - \Delta^2} \right]},$$

$$k_{h\uparrow}^s = \sqrt{2m \left[ E_F - \sqrt{(\omega + \delta\mu)^2 - \Delta^2} \right]}.$$

Ввиду малости величин  $\omega$ ,  $\delta\mu$  и  $\Delta$  в сравнении с  $E_F$  можно приближенно положить  $k_{e\uparrow}^s \simeq k_{h\uparrow}^s = \sqrt{2mE_F} = p_F$ . В выражении (7.5)  $u_k$  и  $v_k$  являются коэффициентами  $u$ - $v$ -преобразования для квазичастиц сверхпроводника.

С помощью условий сшивки решений (7.4) и (7.5) на границах FM/S-контакта могут быть вычислены введенные амплитуды  $a_{\uparrow}$ ,  $b_{\uparrow}$ ,  $c_{\uparrow}$  и  $d_{\uparrow}$  и найден ток, проходящий через F/S/F-контакт. Отметим, что в работе [134] был также включен (феноменологически) потенциальный барьер для электрона на F/S-границах контакта:

$$U_0 \left[ \delta \left( z - \frac{d_s}{2} \right) + \delta \left( z + \frac{d_s}{2} \right) \right], \quad (7.6)$$

так что полное решение задачи зависит от безразмерного параметра  $Z = U_0/\hbar v_F$ . Численный расчет показывает существенное влияние  $Z$  на поведение туннельного магнетосопротивления F/S/F-контакта, которое определяется как отношение  $(j_F - j_A)/j_A$  разности токов, проходящих через контакт при ферромагнитной и антиферромагнитной конфигурациях. При малой высоте барьера ( $Z \rightarrow 0$ ) магниторезистивный эффект как функция приложенного потенциала положительный (сопротивление контакта в ферромагнитной конфигурации меньше, чем в антиферромагнитной) и слабо зависит от  $Z$  до  $eV \approx 0,75(2\Delta)$ . При увеличении  $V$  величина эффекта начинает уменьшаться тем быстрее, чем больше  $Z$ , и становится отрицательной. Поскольку андреевское отра-

жение особенно эффективно при низких барьерах, из полученных расчетных данных следует вывод о важности его учета в вопросе о магнетосопротивлении F/S/F-контактов.

Отметим также важность андреевского отражения при рассмотрении джозефсоновского тока в S/F/S-контактах [120]. Этому вопросу теперь посвящена обширная литература [142–157], и список работ непрерывно пополняется. Андреевым было показано [147], что в тонком слое нормального металла, заключенном между двумя сверхпроводниками, возникают связанные локализованные состояния с энергией, лежащей внутри сверхпроводящей щели (андреевские состояния). Структура этих состояний и их число позднее были исследованы во многих работах (см., например, статью [146] и цитируемую в ней литературу). В работе [146] было четко показано, что джозефсоновский ток в S/N/S-контакте переносится через андреевские состояния. Оказалось также, что структура локализованных состояний (или локальная плотность состояний в спектре квазичастиц) в нормальном участке контакта сильно зависит от макроскопической разности фаз  $\phi$  волновой функции в левом и правом сверхпроводнике [146]. Другое замечательное явление, связанное с андреевским отражением — это возникновение состояний с нулевой энергией в контактах, образованных сверхпроводниками с d-симметрией ПП [143].

На эти свойства S/N/S-контактов накладываются специальные свойства S/F/S-контактов, содержащих ферромагнитный (металлический или диэлектрический) слой. Обменное поле  $I$  расщепляет по спину локализованные андреевские уровни. Это расщепление описывается уравнением, определяющим энергии  $\omega_+$  и  $\omega_-$  локализованных состояний внутри S/F/S-контакта [150]:

$$\tan \left[ \frac{\omega_{\pm}}{v_0 |\cos \theta|} + \text{sgn}(\cos \theta) \frac{\phi}{2} \pm \frac{Id_f}{v_0 |\cos \theta|} \right] = \sqrt{\frac{\Delta^2 - \omega_{\pm}^2}{\omega_{\pm}}}. \quad (7.7)$$

Здесь  $\theta$  — угол между импульсом электрона, падающего из сверхпроводящего слоя на границу раздела, и нормалью к этой границе, а  $\Delta$  — величина щели в сверхпроводящем слое. При  $I = 0$  уравнение (7.7) определяет спектр андреевской квазичастицы в S/N/S-контакте, причем  $\phi \neq 0$  соответствует токовому состоянию. В частном случае узкого барьера  $d_f \ll \xi_s$  и возбуждения, распространяющегося по нормали к границе ( $\cos \theta = 1$ ), при условиях  $\phi = 0$ ,  $I = 0$  существует единственный, вырожденный по спину, уровень  $\omega_0 = \Delta(1 - d_f^2/2\xi_s^2)$ . Включение слабого обменного поля приводит к его расщеплению:

$$\omega_{\pm} = \omega_0 \mp I \frac{d_f^2}{2\xi_s^2}.$$

С ростом  $I$  уровень  $\omega_-$  повышается, а  $\omega_+$  понижается. При определенных условиях верхний уровень выталкивается в область континуума ( $\omega_- = \Delta$ ), так что остающийся уровень принадлежит спин-поляризованному состоянию.

В последующих работах [144, 145, 151–156] результаты, полученные в [150], были обобщены во многих направлениях. Наиболее полное исследование джозефсоновских S/F/S-контактов содержится в работе [151]. Приведем из нее для примера уравнение, определяющее

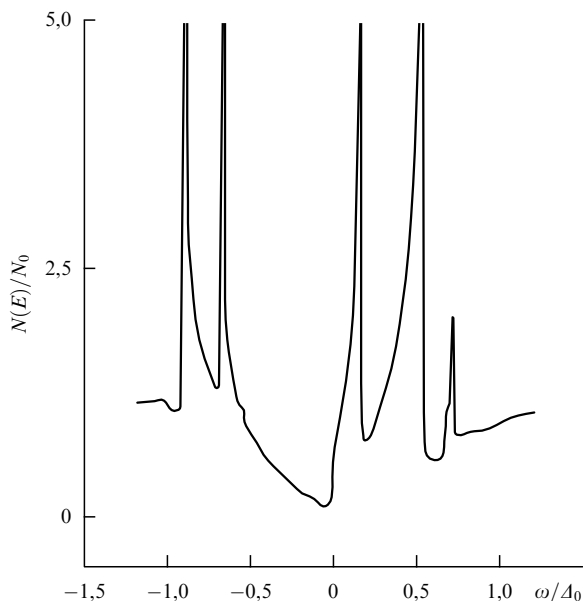
спектр квазичастицы в случае сверхпроводников s-типа,

$$\cos\left(\frac{\phi}{2} - \bar{d} \frac{\omega - I}{\Delta \cos \theta}\right) = \pm \frac{\omega}{\Delta}, \quad (7.8)$$

и d-типа,

$$\cos\left(\frac{\phi}{2} - \bar{d} \frac{\omega - I}{\Delta \cos \theta}\right) = \pm \frac{\omega}{\cos 2\theta \Delta}, \quad (7.9)$$

где  $\bar{d} = d_f/\xi_s$  — приведенная толщина F-слоя. Уравнение (7.8) эквивалентно (7.7), а (7.9) описывает ситуацию, когда сверхпроводящий ПП имеет симметрию  $d_{x^2-y^2}$ , причем кристаллические оси  $a$  обоих сверхпроводников перпендикулярны границе раздела. При учете основных факторов, характеризующих S/F/S-контакт — разности фаз  $\phi$ , обменного поля  $I$  и симметрии ПП — физика андреевских состояний и проходящих через контакт джозефсоновских токов становится очень богатой. Приведем также в качестве примера рис. 22 из статьи [151], иллюстрирующий сложную структуру андреевских состояний в S/F/S-контакте.



**Рис. 22.** Плотность состояний внутри ферромагнитного слоя S/F/S-контакта со сверхпроводниками d-типа [151]. Расчет выполнен для значений параметров  $I = 0,5\Delta$ ,  $\bar{d} = 1$ , при которых основное состояние контакта соответствует  $\phi = 0$ .

Экспериментальные исследования S/F/S-контактов, в которых требуются исключительно тонкие ферромагнитные слои ( $d_f \lesssim 1$  нм), лишь только начинаются (см. [122, 157]). Теоретические исследования этой проблемы, напротив, ведутся давно и весьма интенсивно. Работы [104, 158–161] посвящены отдельным теоретическим проблемам, связанным с транспортными свойствами многослойных F/S-структур.

## 8. Заключение

Целью настоящего обзора было обсуждение взаимной подстройки сверхпроводящего и магнитного состояний в F/S-системах, где сверхпроводящие и ферромагнитные области пространственно разделены, но связаны друг с

другом через границы раздела между слоями. Итог исследования этой проблемы можно свести к следующему.

За десятилетие, прошедшее со времени опубликования пионерских работ [61, 62], в которых разработаны основы теории FM/S-контактов, были проведены многочисленные теоретические и экспериментальные исследования гетерогенных систем, состоящих из слоев ферромагнитного металла и сверхпроводника. Для условий, соответствующих эксперименту (грязный сверхпроводник), было показано, что такие системы описываются краевой задачей для парной амплитуды (функции Узаделя). Сверхпроводимость в такой неоднородной системе оказывается суперпозицией сверхпроводимости БКШ-типа в S-слоях и ЛОФФ-типа в FM-слоях. Важнейшим успехом теории является объяснение немонотонной зависимости  $T_c$  от толщины ферромагнитного слоя  $d_f$ . Осцилляции  $T_c$  обусловлены условиями на границе: поток куперовских пар пропорционален скачку парной амплитуды на границе раздела ферромагнетик–сверхпроводник. Решение краевой задачи позволяет вычислить  $T_c$  как функцию  $d_f$ . В зависимости от микроскопических параметров, характеризующих S-слой, FM-слой и границу, возможно различное поведение FM/S-контактов и сверхрешеток, наблюдаемое в многочисленных экспериментах.

Другая проблема, касающаяся поведения FM/S-систем (в частности, сверхрешеток), — это вопрос о взаимной ориентации намагниченности FM-слоев как эффекте обратного влияния сверхпроводимости на магнетизм. Анализ краевой задачи позволяет найти условия, при которых реализуется ферро- или антиферромагнитное расположение намагниченностей FM-слоев, причем антиферромагнитная ориентация оказывается наиболее благоприятной. Таким образом, теория FM/S-контактов и сверхрешеток, основанная на краевой задаче для функции Узаделя, способна объяснить наблюдаемое в экспериментах поведение этих систем.

Что касается FI/S-систем, состоящих из слоев ферромагнитного диэлектрика и сверхпроводника, их теоретическое описание проводится на основе минимизации функционала Гинзбурга–Ландау для двух взаимодействующих ПП. В результате такого подхода получены фазовые диаграммы на плоскости  $(T, h)$ , где  $h$  — обменное поле, действующее со стороны приповерхностного атомного слоя ферромагнетика на электронный спин в сверхпроводнике. Конкуренция прямого ферромагнитного обменного взаимодействия в FI-слое и косвенного антиферромагнитного (через электроны проводимости S-слоя) определяет возможные фазы в такой системе. Оказывается, что в зависимости от соотношения между этими обменными энергиями существует два типа поведения FI/S-систем. В одном случае на плоскости  $(T, h)$  конкурируют две фазы: антиферромагнитная сверхпроводящая (AFS) и ферромагнитная нормальная (FN), а в другом — три фазы: AFS, FN и криптоферромагнитная сверхпроводящая (CFS). Таким образом, взаимная подстройка сверхпроводящего и магнитного ПП в FI/S-системах проявляется в появлении либо AFS-, либо CFS-фаз. Экспериментальные исследования FI/S-систем значительно беднее, чем для соответствующих FM/S-систем. Для проверки теории в первую очередь следовало бы определить фазовые диаграммы для них в  $(T, h)$ -плоскости.

До сих пор речь шла о термодинамических свойствах F/S-систем. Подведем итог исследований транспортных свойств. Ярче всего они проявляются в трехслойных контактах. Так, S/F/S-контакт удобно использовать для изучения  $\pi$ -фазной сверхпроводимости с помощью наблюдения осцилляций джозефсоновского тока поперек контакта. Обращение в нуль критического тока при некоторой толщине ферромагнитного слоя (или при некоторой температуре, если  $d_f$  фиксировано) с последующим возрастанием является убедительным доказательством существования  $\pi$ -фазной сверхпроводимости в таких системах.

Другой круг явлений возникает в F/S/F-контактах в зависимости от взаимной ориентации намагниченностей F-слоев. При антиферромагнитной ориентации в сверхпроводящем слое накапливается неравновесная спиновая поляризация за счет инжекции подмагниченных электронов из ферромагнитного слоя. В результате сверхпроводящие характеристики всего контакта, например, сверхпроводящая щель, весьма специфично зависят от приложенного напряжения, как и величина туннельного магнетосопротивления.

Таким образом, благодаря интенсивным теоретическим и экспериментальным исследованиям, к настоящему времени достигнуто значительное понимание эффектов взаимного влияния сверхпроводимости и магнетизма в неоднородных F/S-системах. Имеются также многочисленные предложения технических применений отдельных явлений в микроэлектронике, в частности, для изготовления переключателей электрического тока, в которых такое переключение осуществляется с помощью слабого магнитного поля, или для создания квантового бита информации. Это стимулирует дальнейшее изучение слоистых F/S-систем.

Наряду с исследованием неоднородных F/S-систем в самые последние годы вновь оживился интерес к вопросам сосуществования сверхпроводимости и ферромагнетизма в однородных системах [162–164], в особенности после открытия такого сосуществования в  $UGe_2$ , принадлежащем к классу тяжелофермионных соединений [165]. Сверхпроводимость наблюдается в этом соединении ниже 1 К в ферромагнитной фазе в ограниченном интервале давлений вблизи границы существования ферромагнитного состояния. Таким образом, сверхпроводимость в  $UGe_2$  существует внутри области ферромагнитной фазы. Соединение  $UGe_2$  является зонным ферромагнетиком, и одни и те же электроны формируют в нем и ферромагнитное, и сверхпроводящее состояние, в отличие от других систем, в которых ранее наблюдалось сосуществование F- и S-параметров порядка [7].

В работе [164] была построена теория среднего поля для однофермионной модели зонного магнетика с синглетной сверхпроводимостью, а в [162] была разработана теория зонного ферромагнетика с р-симметрией сверхпроводящего ПП. В таком сверхпроводнике должны формироваться, очевидно, триплетные куперовские пары. Предложенная теория использует уравнения Элиашберга для электронов, взаимодействующих друг с другом через флуктуации ферромагнитного ПП, которые приводят, как известно, к притяжению в триплетном куперовском канале. Численное решение уравнений Элиашберга показывает, что  $T_c$  возрастает по мере приближения системы к критической точке появления ферромагнитного ПП. Приводим также ссылки на

другие самые последние работы по теме обзора [166–176].

Несомненно, что проблемы сосуществования сверхпроводимости и ферромагнетизма будут в ближайшие годы на пике интересов теоретиков, экспериментаторов и инженеров-исследователей.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (гранты 01-02-17534, 01-02-17822, 00-15-96544) и CRDF (REC-007).

## Список литературы

1. Гинзбург В Л *ЖЭТФ* **31** 202 (1956); Жарков Г Ф *ЖЭТФ* **34** 412 (1958); **37** 1784 (1959)
2. Anderson P W, Suhl H *Phys. Rev.* **116** 898 (1959)
3. Уайт Р М *Квантовая теория магнетизма* (М.: Мир, 1985)
4. Bulaevskii L N, Rusinov A I, Kulić M *Solid State Commun.* **30** 59 (1979); *J. Low Temp. Phys.* **39** 256 (1980)
5. Bulaevskii L N et al. *Solid State Commun.* **44** 1247 (1982); *Phys. Rev. B* **28** 1370 (1983)
6. Bulaevskii L N, Panjukov S V *J. Low Temp. Phys.* **52** 137 (1983)
7. Буздин А И и др. *УФН* **144** 597 (1984)
8. Bernhard C et al. *Phys. Rev. B* **59** 14099 (1999)
9. Pickett W E, Weht R, Shick A B *Phys. Rev. Lett.* **83** 3713 (1999)
10. Shimahara H, Hata S *Phys. Rev. B* **62** 14541 (2000)
11. Chmaissem O et al. *Phys. Rev. B* **61** 6401 (2000)
12. Lynn J W et al. *Phys. Rev. B* **61** R14964 (2000)
13. Eisaki H et al. *Phys. Rev. B* **50** 647 (1994)
14. Huang Q et al. *Phys. Rev. B* **51** 3701 (1995)
15. Cho B K et al. *Phys. Rev. B* **52** 3676 (1995)
16. Абрикосов А А, Горьков Л П *ЖЭТФ* **39** 1781 (1960)
17. Baltensperger W *Physica* (Suppl.) **24S** 153 (1958)
18. Sarma G J. *Phys. Chem. Solids* **24** 1029 (1963)
19. Chandrasekhar B S *Appl. Phys. Lett.* **1** 7 (1962)
20. Clogston A M *Phys. Rev. Lett.* **9** 266 (1962)
21. Ларкин А И, Овчинников Ю Н *ЖЭТФ* **47** 1136 (1964)
22. Fulde P, Ferrell R A *Phys. Rev.* **135** A550 (1964)
23. Сан-Жам Д, Сарма Г, Томас Е *Сверхпроводимость второго рода* (М.: Мир, 1970)
24. Асламазов Л Г *ЖЭТФ* **55** 1477 (1968)
25. Takada S *Prog. Theor. Phys.* **43** 27 (1970)
26. de Gennes P G *Rev. Mod. Phys.* **36** 225 (1964)
27. Хусаинов М Г *Письма в ЖЭТФ* **53** 554 (1991)
28. Хусаинов М Г *СФХТ* **5** 1789 (1992)
29. Jin B Y, Ketterson J B *Adv. Phys.* **38** 189 (1989)
30. Hauser J J, Theuerer H C, Werthamer N R *Phys. Rev.* **142** 118 (1966)
31. Wong H K et al. *J. Low Temp. Phys.* **63** 307 (1986)
32. Homma H et al. *Phys. Rev. B* **33** 3562 (1986)
33. Moodera J S, Meservey R, Tedrow P M *J. Magn. Magn. Mater.* **54–57** 769 (1986)
34. Mattson J E et al. *Phys. Rev. Lett.* **68** 3252 (1992)
35. Kawaguchi K, Sohma M *Phys. Rev. B* **46** 14722 (1992)
36. Koorevaar P et al. *Phys. Rev. B* **49** 441 (1994)
37. Strunk C et al. *Phys. Rev. B* **49** 4053 (1994)
38. Verbanck G et al. *Physica C* **235–240** 3295 (1994)
39. Koorevaar P, Coehoorn R, Aarts J *Physica C* **248** 61 (1995)
40. Jiang J S et al. *Phys. Rev. Lett.* **74** 314 (1995)
41. Jiang J S et al. *Phys. Rev. B* **54** 6119 (1996)
42. Mühge Th et al. *Phys. Rev. Lett.* **77** 1857 (1996)
43. Obi Y et al. *Czech. J. Phys.* **46** 721 (1996)
44. Aarts J et al. *Phys. Rev. B* **56** 2779 (1997)
45. Mühge Th et al. *Phys. Rev. B* **55** 8945 (1997)
46. Mattson J E et al. *Phys. Rev. B* **55** 70 (1997)
47. Mattson J E et al. *J. Vac. Sci. Technol. A* **15** 1774 (1997)
48. Chien C L et al. *J. Appl. Phys.* **81** 5358 (1997)
49. Verbanck G et al. *Phys. Rev. B* **57** 6029 (1998)
50. Mühge Th et al. *Physica C* **296** 325 (1998)
51. Garif'yanov N N et al. *Eur. Phys. J. B* **1** 405 (1998)
52. Mühge Th et al. *Phys. Rev. B* **57** 5071 (1998)



53. Obi Y et al. *Physica C* **317–318** 149 (1999)
54. Attanasio C et al. *Phys. Rev. B* **57** 6056 (1998)
55. Attanasio C et al. *Phys. Rev. B* **57** 14411 (1998)
56. Lazar L et al. *Phys. Rev. B* **61** 3711 (2000)
57. Schöck M, Sürgers C, Löhneysen H V *Eur. Phys. J. B* **14** 1 (2000)
58. Lee S F et al. *J. Magn. Magn. Mater.* **209** 231 (2000)
59. Ogrin F Y et al. *Phys. Rev. B* **62** 6021 (2000)
60. Гарифуллин И А и др., в сб. *Тезисы XXXII Всерос. сов. по физике низк. темп., Казань, 2000 Секция Суперпроводимость* (Казань, 2000) с. 187
61. Radović Z et al. *Phys. Rev. B* **44** 759 (1991)
62. Буздин А И, Вуйичич Б, Куприянов М Ю *ЖЭТФ* **101** 231 (1992)
63. Булаевский Л Н, Кузий В В, Собянин А А *Письма в ЖЭТФ* **25** 314 (1977)
64. Прошин Ю Н, Хусаинов М Г *Письма в ЖЭТФ* **66** 527 (1997)
65. Khusainov M G, Proshin Yu N *Phys. Rev. B* **56** 14283 (1997); **62** 6832 (2000)
66. Прошин Ю Н, Хусаинов М Г *ЖЭТФ* **113** 1708 (1998); **116** 1882 (1999)
67. Tagirov L R *Physica C* **307** 145 (1998)
68. Изюмов Ю А, Прошин Ю Н, Хусаинов М Г *Письма в ЖЭТФ* **71** 202 (2000)
69. Khusainov M G, Izyumov Yu A, Proshin Yu N *Physica B* **284–288** 503 (2000)
70. Usadel K D *Phys. Rev. Lett.* **25** 507 (1970)
71. Eilenberger G Z. *Phys.* **214** 195 (1968)
72. Tedrow P M, Meservey R *Phys. Rep.* **238** 173 (1994)
73. Tedrow P M, Tkaczyk J E, Kumar A *Phys. Rev. Lett.* **56** 1746 (1986)
74. Hao X, Moodera J S, Meservey R *Phys. Rev. Lett.* **67** 1342 (1991)
75. Moodera J S et al. *Phys. Rev. Lett.* **61** 637 (1988)
76. Tokuyasu T, Sauls J A, Rainer D *Phys. Rev. B* **38** 8823 (1988)
77. Roesler G M et al. *Proc. SPIE* **2157** 285 (1994)
78. Хусаинов М Г *ЖЭТФ* **109** 524 (1996)
79. Хусаинов М Г *ЖЭТФ* **110** 966 (1996)
80. Кочелаев Б И, Тагиров Л Р, Хусаинов М Г *ЖЭТФ* **76** 578 (1979)
81. Hornreich R M, Luban M, Shtrikman S *Phys. Rev. Lett.* **35** 1678 (1975)
82. Абрикосов А А, Горьков Л П, Дзялошинский И Е *Методы квантовой теории поля в статистической физике* (М.: Физматгиз, 1962)
83. Абрикосов А А, Горьков Л П *ЖЭТФ* **35** 1158 (1958); **36** 319 (1959)
84. Куприянов М Ю, Лукичев В Ф *ЖЭТФ* **94** 139 (1988)
85. Radović Z et al. *Phys. Rev. B* **38** 2388 (1988)
86. Гантмахер В Ф, Левинсон И Б *Рассеяние носителей тока в металлах и полупроводниках* (М.: Наука, 1984) с. 218
87. Хусаинов М Г *Письма в ЖЭТФ* **61** 947 (1995)
88. Хусаинов М Г, Изюмов Ю А, Прошин Ю Н *Письма в ЖЭТФ* **73** 386 (2001)
89. Киттель Ч *Введение в физику твердого тела* (М.: Наука, 1978)
90. Buzdin A I, Vedyayev AV, Ryzhanova N V *Europhys. Lett.* **48** 686 (1999)
91. Tagirov L R *Phys. Rev. Lett.* **83** 2058 (1999)
92. Clinton T W, Johnson M *Appl. Phys. Lett.* **70** 1170 (1997)
93. Oh S, Youm D, Beasley M R *Appl. Phys. Lett.* **71** 2376 (1997)
94. Baladié I et al. *Phys. Rev. B* **63** 054518 (2001)
95. McLaughlin A C et al. *Phys. Rev. B* **60** 7512 (1999)
96. Edwards D M et al. *Phys. Rev. Lett.* **67** 493 (1991)
97. Sitr O, Gyorffy B L *J. Phys.: Condens. Mat.* **7** 5239 (1995)
98. Sa de Melo C A R *Phys. Rev. B* **62** 12303 (2000)
99. Parkin S S P *Phys. Rev. Lett.* **67** 3598 (1991)
100. Bergeret F S, Efetov K B, Larkin A I *Phys. Rev. B* **62** 11872 (2000)
101. Buzdin A *Phys. Rev. B* **62** 11377 (2000)
102. Koshina E A, Krivoruchko V N *J. Low Temp. Phys.* **26** 115 (2000)
103. Demler E A, Arnold G B, Beasley M R *Phys. Rev. B* **55** 15174 (1997)
104. Oh S et al. *Phys. Rev. B* **63** 052501 (2001)
105. Weber H W et al. *Phys. Rev. B* **44** 7585 (1991)
106. Stearns M B *Phys. Rev. B* **8** 4383 (1973)
107. Yousof M, Sahu P Ch, Rajan K G *Phys. Rev. B* **34** 8086 (1986)
108. Kasuya T, in *Magnetism* Vol. 2B (Eds G T Rado, H Suhl) (New York: Acad. Press, 1966) p. 215
109. Прошин Ю Н, Изюмов Ю А, Хусаинов М Г *Изв. РАН. Сер. Физ.* **65** 841 (2001)
110. Kuboya K, Takanaoka K *Phys. Rev. B* **57** 6022 (1998)
111. Takahashi S, Tachiki M *Phys. Rev. B* **33** 4620 (1986)
112. Lodder A, Koperdraad R T W *Physica C* **212** 81 (1993)
113. de Gennes P G *Phys. Lett.* **23** 10 (1966)
114. Maki K, in *Superconductivity* Vol. 2 (Ed. R D Parks) (New York: M. Dekker, 1969) p. 1035
115. Millis A, Rainer D, Sauls J A *Phys. Rev. B* **38** 4504 (1988)
116. Tokuyasu T, Sauls J A, Rainer D *Phys. Rev. B* **38** 8823 (1988)
117. Kulić M L, Endres M *Phys. Rev. B* **62** 11846 (2000)
118. Буздин А И, Булаевский Л Н, Панюков С В *Письма в ЖЭТФ* **35** 147 (1982)
119. Буздин А И, Куприянов М Ю *Письма в ЖЭТФ* **53** 308 (1991)
120. Prokić V, Buzdin A I, Dobrosavljević-Grujić L *Phys. Rev. B* **59** 587 (1999)
121. Andreev A V, Buzdin A I, Osgood R M *Phys. Rev. B* **43** 10124 (1991)
122. Ryazanov V V et al. *Phys. Rev. Lett.* **86** 2427 (2001)
123. Ryazanov V V et al., cond-mat/0103240
124. Ioffe L B et al. *Nature* **398** 679 (1999)
125. Blatter G, Geshkenbein V B, Ioffe L, cond-mat/9912163
126. Kulich M L, Kulich I M *Phys. Rev. B* **63** 104503 (2001)
127. Bulaevskii L N et al. *Phys. Rev. B* **28** 1370 (1983)
128. Bergeret F S, Volkov A F, Efetov K B *Phys. Rev. Lett.* **86** 3140 (2001)
129. Prinz G A *Phys. Today* **48** (4) 58 (1995)
130. Johnson M J. *Magn. Magn. Mater.* **156** 321 (1996)
131. Golubov A A *Physica C* **326–327** 46 (1999)
132. Golubov A, Tafuri F *Phys. Rev. B* **62** 15200 (2000)
133. Takahashi S, Imamura H, Maekawa S *Phys. Rev. Lett.* **82** 3911 (1999)
134. Zheng Z et al. *Phys. Rev. B* **62** 14326 (2000)
135. Moodera J S et al. *Phys. Rev. Lett.* **74** 3273 (1995)
136. Vas'ko V A et al. *Phys. Rev. Lett.* **78** 1134 (1997)
137. Dong Z W et al. *Appl. Phys. Lett.* **71** 1718 (1997)
138. Yeh N-C et al. *Phys. Rev. B* **60** 10522 (1999)
139. Geers J M E et al., cond-mat/0101138; submitted to *Phys. Rev. B*
140. Абрикосов А А *Основы теории металлов* (М.: Наука, 1987)
141. Андреев А Ф *ЖЭТФ* **46** 833 (1964)
142. Kashiwaya S et al. *Phys. Rev. B* **60** 3572 (1999)
143. Hu C R *Phys. Rev. Lett.* **72** 1526 (1994)
144. Zhu J-X, Friedman B, Ting C S *Phys. Rev. B* **59** 9558 (1999)
145. Žutić I, Valls O T *Phys. Rev. B* **61** 1555 (2000)
146. Furusaki A, Tsukada M *Phys. Rev. B* **43** 10164 (1991)
147. Андреев А Ф *ЖЭТФ* **49** 655 (1965)
148. Куплевацкий С В, Фалько И И *ФММ* **71** 668 (1991)
149. de Jong M J M, Beenakker C W J *Phys. Rev. Lett.* **74** 1657 (1995)
150. Куплевацкий С В, Фалько И И *Письма в ЖЭТФ* **52** 957 (1990)
151. Zikić R, Dobrosavljević-Grujić L, Radović Z *Phys. Rev. B* **59** 14644 (1999)
152. Kashiwaya S et al. *Phys. Rev. B* **51** 1350 (1995)
153. Hu C-R *Phys. Rev. B* **57** 1266 (1998)
154. Eschrig M *Phys. Rev. B* **61** 9061 (2000)
155. Fogelström M *Phys. Rev. B* **62** 11812 (2000)
156. Tanaka Y, Kashiwaya S *Physica C* **274** 357 (1997)
157. Veretennikov A V et al. *Physica B* **284–288** 495 (2000)
158. Sillanpaa M A et al., cond-mat/0102367; *Europhys. Lett.* **56** 590 (2001)
159. Sonin E B, cond-mat/0102102; submitted to *Phys. Rev. B*
160. Bulaevskii L N et al. *Phys. Rev. B* **63** 012502 (2001)
161. Melin R *Europhys. Lett.* **51** 202 (2000)
162. Roussev R, Millis A J *Phys. Rev. B* **63** 140504 (2001)
163. Blagoev K B, Engelbrecht J R, Bedell K S *Phys. Rev. Lett.* **82** 133 (1999)
164. Karchev N I et al. *Phys. Rev. Lett.* **86** 846 (2001)
165. Saxena S S et al. *Nature* **406** 587 (2000)
166. Houzet M, Buzdin A *Phys. Rev. B* **63** 184521 (2001)

167. Bergeret F S, Volkov A F, Efetov K B *Phys. Rev. Lett.* **86** 4096 (2001)
168. Krivoruchko V N, Koshina E A, cond-mat/0104251
169. Zhu Yu, Sun Qing-feng, Lin Tsung-han, cond-mat/0104103
170. Zikić R, Dobrosavljević-Grujić L, Radović Z *Phys. Rev. B* **64** 012501 (2001)
171. Balestrino G et al. *Phys. Rev. B* **64** 020506(R) (2001)
172. Kim S-K et al. *Phys. Rev. B* **64** 052406 (2001)
173. Aumentado J, Chandrasekhar V *Phys. Rev. B* **64** 054505 (2001)
174. Izquierdo J et al. *Phys. Rev. B* **64** 060404(R) (2001)
175. Geers J M E et al. *Phys. Rev. B* **64** 094506 (2001)
176. Bergeret F S, Volkov A F, Efetov K B *Phys. Rev. B* **64** 134506 (2001)

### Competition between superconductivity and magnetism in ferromagnet/superconductor heterostructures

**Yu.A. Izyumov**

*Institute of Metal Physics, Ural Division of Russian Academy of Sciences,  
ul. S. Kovalevskoi 18, 620219 Ekaterinburg, Russian Federation  
Tel. (7-3432) 74-41 93. Fax (7-3432) 74-52 44  
E-mail: Yuri.Izyumov@imp.uran.ru*

**Yu.N. Proshin**

*Kazan' State University,  
ul. Kremlevskaya 18, 420008 Kazan', Russian Federation  
Tel. (7-8432) 31-51 93. Fax (7-8432) 38-09 94  
E-mail: Yurii.Proshin@ksu.ru*

**M.G. Khusainov**

*Kazan' State University,  
ul. Kremlevskaya 18, 420008 Kazan', Russian Federation  
Kazan' State Technical University, "Vostok" Branch,  
ul. Engel'sa 127a, 422950 Chistopol', Russian Federation  
Tel. (7-84342) 3-47 58  
E-mail: mgkh@vostok-inc.com*

The mutual influence of superconductivity and magnetism in FS systems, i.e. systems of alternating ferromagnetic (F) and superconducting (S) layers, is comprehensively reviewed. For systems with ferromagnetic metal (FM) layers, a theory of the proximity effect in the dirty limit is constructed based on the Usadel equations. For a FM/S bilayer and a FM/S superlattice, a boundary-value problem involving finite FM/S boundary transparency and the diffusion and wave modes of quasi-particle motion is formulated; and the critical temperature  $T_c$  is calculated as a function of FM- and S-layer thicknesses. A detailed analysis of a large amount of experimental data amply confirms the proposed theory. It is shown that the superconducting state of an FM/S system is a superposition of two pairing mechanisms, Bardin–Cooper–Schrieffer's in S layers and Larkin–Ovchinnikov–Fulde–Ferrell's in FM ones. The competition between ferromagnetic and antiferromagnetic spontaneous moment orientations in FM layers is explored for the 0- and  $\pi$ -phase superconductivity in FM/S systems. For FI/S structures, where FI is a ferromagnetic insulator, a model for exchange interactions is proposed, which, along with direct exchange inside FI layers, includes indirect Ruderman–Kittel–Kasuya–Yosida exchange between localized spins via S-layer conduction electrons. Within this framework, possible mutual accommodation scenarios for superconducting and magnetic order parameters are found, the corresponding phase diagrams are plotted, and experimental results explained. The results of the theory of the Josephson effect for S/F/S-contacts are presented and the application of the theory of spin-dependence transport to F/S/F contacts is discussed. Application aspects of the subject are examined.

PACS numbers: **74.50.+r**, **74.62.-c**, **74.80.Dm**, **74.80.Fp**

Bibliography — 176 references

*Received 18 June 2001*